文章编号: 0258-1825(2016)06-0697-07

基于等 Weber 数的结冰外形修正

易 贤¹,郭 龙¹,周志宏^{1,2,*},杜雁霞¹,朱国林¹
 (1.中国空气动力研究与发展中心 空气动力学国家重点实验室,四川 绵阳 621000;
 2.四川大学 工程力学系,四川 成都 610065)

摘 要:由于设备条件的限制,在进行结冰风洞试验时,试验 Weber 数与目标 Weber 数往往存在差异,为了获得与 目标 Weber 数对应的冰形,需要对试验结果进行修正。本文分析了进行 Weber 数修正的原因,提出了根据几何特 征量进行结冰外形修正的方法,并以某超临界翼型为对象,对不同 Weber 条件下的结冰外形进行了仿真,研究了 Weber 数变化对结冰的影响规律,在此基础上开展了基于等 Weber 数的结冰外形修正。研究发现:(1) Weber 数主 要影响冰角特征,对水滴收集特性、结冰极限及驻点冰厚度影响较小;(2) 存在一个敏感 Weber 数,低于敏感值时, Weber 数变化对结冰影响不大,当 Weber 数高于敏感值时,Weber 数变化对结冰有明显影响;(3) 采用本文提出的 冰形修正方法,能保证冰形的宏观轮廓与目标冰形一致,修正后的冰形能适量消除由于 Weber 数误差导致的冰形 差异,提高试验的精度。

关键词:飞机结冰;Weber 数;冰形修正;结冰风洞;结冰相似准则;结冰试验;飞行安全
 中图分类号:V211.3
 文献标识码:A
 doi: 10.7638/kqdlxxb-2016.0039

Ice shape modification based on constant Weber number

Yi Xian¹, Guo Long¹, Zhou Zhihong^{1,2,*}, Du Yanxia¹, Zhu Guolin¹

State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China;
 Department of Engineering Mechanics, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: The Weber number in an icing wind tunnel test is often different from that of the real flight icing condition due to the limitation of facility capacity. In order to obtain consistent result of aimed Weber number, the test ice shape need to be modified. The reason of icing test data correction is analyzed in this paper. A method for ice shape modification based on the ice geometric features is proposed. The ice shape of a supercritical airfoil is simulated under the condition of different Weber number, and the effect of Weber number on icing is studied. Then the ice shape modification based on constant Weber number is carried out. It is found that: (1) The Weber number mainly affects ice horns, and has little influence on droplet collection, icing limit and thickness; (2) There is a sensitive value existed, as the Weber number changes smaller than the value ice varies little, while the Weber number; (3) The proposed ice modification method can guarantee the agreement between the modified and the target ice shape, so the ice shape differences caused by Weber number differences can be amount to eliminated, and the precision of test will be improved.

Keywords: aircraft icing; Weber number; ice shape modification; icing wind tunnel; icing scaling law; icing test; flight safety

作者简介:易贤(1977-),男,四川省金堂县人,研究员,研究方向:飞机结冰. E-mail:yixian_2000@163.com

收稿日期:2016-01-28; 修订日期:2016-02-02

基金项目:国家自然科学基金(11172314,11472296);国家重点基础研究发展计划(2015CB755800)

通信作者:周志宏*(1981-),男,湖南涟源人,副研究员,研究方向:飞机结冰. E-mail;zzhng@163.com

引用格式:易贤,郭龙,周志宏,等.基于等 Weber 数的结冰外形修正[J]. 空气动力学学报, 2016, 34(6): 697-703.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2016.0039 Yi X, Guo L, Zhou Z H, et al. Ice shape modification based on constant Weber number[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2016, 34(6): 697-703.

0 引 言

飞机结冰广泛存在于飞行实践中,是导致飞行安 全事故的重要隐患[1-2]。结冰风洞试验是进行结冰研 究的主要手段,它是通过在风洞内制造结冰气象条 件,对真实结冰现象进行模拟[3]。为了使结冰风洞的 试验结果与真实结冰一致,理想的方法是采用全尺寸 的部件或者模型在对应的结冰气象条件下进行试验。 但客观条件限制了这种理想方法的实现:一方面,风 洞部件的尺寸往往太大,而风洞试验段的尺寸相对较 小,不能满足进行全尺寸试验的要求;另一方面,实际 的飞行条件和结冰气象参数范围很宽,由于制造工艺 和设备模拟能力的限制,在结冰风洞内要完全达到这 些条件是不可能的。因此,为了模拟真实结冰条件, 结冰风洞的试验条件往往都是通过相似理论变换得 到[4-5]。在进行相似变换时,有些参数的相似性要求 不能完全满足,必须对由此带来的试验结果差异进行 修正,Weber 数差异即是其中的典型代表。Weber 数定义为水滴惯性力与表面张力之比,从物理机理可 知这个量主要影响结冰过程中水滴运动的形态、轨迹 以及液态水在物体表面的溢流行为,这几方面的影响 最终都可能使结冰形貌发生改变[6]。在进行结冰风 洞试验时,让试验的 Weber 数与真实结冰的 Weber 数相等,已经成为确定试验条件的重要原则,为越来 越多的研究者所建议和采用[7-8]。由于结冰风洞能达 到的试验速度有限,如果试验模型有缩比,大部分结 冰试验的 Weber 数不能与真实结冰条件的 Weber 数 一致,而在 FAA 的 Adviser Circular 中有明确规 定^[9],如果试验的 Weber 数不能与真实结冰条件的 Weber 数相同,必须对相应的试验结果进行修正,这 样获得的冰形才能用于飞机的适航认证。

国内外对于涉及结冰试验方案制订、试验参数选 取以及试验输入数据相关性的结冰试验相似准则开 展了较深入研究^[10-13],有较多文章公开发表,但是对 于结冰风洞试验数据的处理和修正,目前尚未见公开 发表的研究报道。与常规风洞试验直接输出气动数 据不同,大多数结冰风洞试验需要得到物体表面的结 冰外形,对试验数据的修正即是对复杂冰形进行修 正。

本文首先从理论上分析了进行冰形的 Weber 数 修正的原因,在此基础上提出了一种根据几何特征量 进行结冰外形修正的方法,并以某超临界翼型为对 象,对不同 Weber 数条件下的结冰外形进行了仿真, 研究了 Weber 数变化对结冰的影响规律,开展了基 于等 Weber 数的结冰外形修正。

1 等 Weber 数的结冰试验参数选取方法

1.1 AEDC 的结冰试验相似准则

选取结冰试验参数的理论依据是结冰试验相似 准则及相应的相似参数,相似参数的定义来自于影响 结冰的各物理过程。根据影响结冰的主要因素,通常 建立结冰试验相似准则时必须考虑如下4个方面: (1)绕流流场;(2)水滴运动轨迹和撞击特性;(3)物 面撞击水质量;(4)结冰过程的热力学特性。

目前广泛应用的 AEDC 的结冰试验相似准则包 涵了 4 个相似参数,分别为惯性因子 K_0 、聚集因子 A_c 、冻结比例 n 和水滴能量传递势 $\varphi^{[10]}$ 。其中惯性 因子 K_0 是通过对水滴运动方程进行无量纲化而获 得,其表达式为:

$$K_{0} = \frac{2}{9} \frac{r_{\rm d}^{2} \rho_{\rm d} V_{\infty}}{\mu_{\rm a} L R e_{\infty}} \int_{0}^{R e_{\infty}} \frac{24}{C_{\rm D} R e} dR e$$
(1)

式(1)中, r_{d} 、 ρ_{d} 和 C_{D} 分别为水滴半径、密度和阻力系数, V_{∞} 为远场来流速度, μ_{a} 为空气粘性系数,L为特征长度, Re_{∞} 为水滴在自由流中的雷诺数。

$$Re_{\infty} = \frac{2\rho_{\rm a}r_{\rm d}V_{\infty}}{\mu_{\rm a}} \tag{2}$$

聚集因子 A。的表达式为:

$$A_{c} = \frac{LWC \cdot V_{\infty} t}{\rho_{i}L}$$
(3)

其中,*LWC*为空气中的液态水含量,*t*为结冰时间,ρ_i 为空气密度。

冻结比例 n 是指物面控制单元内所收集的液态 水冻结成冰的比例。根据 Messinger 的结冰热力学 模型可以得到冻结比例的表达式为^[11]:

$$n = \frac{c_{p,w}}{h_{\rm f}} (\varphi + \frac{1}{b} \theta) \tag{4}$$

其中, $c_{p,w}$ 为水的比热, h_i 为冰的融解潜热,b为相对 热因子, θ 和 φ 分别为空气和水滴的能量传递势,具 有温度量纲, φ 的表达式为:

$$\rho = T_0 - T_\infty - \frac{V_\infty^2}{2c_{p,w}} \tag{5}$$

AEDC 的相似准则要求满足以下条件:

$$(K_0)_{\rm m} = (K_0)_{\rm f} \tag{6}$$

$$n_{\rm m} = n_{\rm f} \tag{7}$$

$$\varphi_{\rm m} = \varphi_{\rm f} \tag{8}$$

$$(A_c)_{\rm m} = (A_c)_{\rm f} \tag{9}$$

其中下标"m"和"f"分别代表模型结冰的试验条件和 全尺寸物体的参考结冰条件。

1.2 根据相似准则和参考条件确定试验条件

确定了待模拟的参考结冰条件,根据相似准则的 要求,即可根据参考条件选取对应的试验条件。需要 选取的结冰试验参数共有 7 个,包括模型尺寸 L_m 、速度 V_m 、压力 p_m 、水滴直径 d_m 、液态水含量 LWC_m 、结冰时间 t_m 和温度 T_m 。而相似准则共有 4 个约束方程,因此在选取试验参数时可以自由指定 3 个。通常根据结冰风洞试验段大小指定试验模型尺寸,再自由给定速度和压力,其余试验参数则通过计算获得。根据式(6)~式(9)确定试验参数的公式为^[10]:

$$L_{\rm m} = [$$
selected by user $]$
 $V_{\rm m} = [$ selected by user $]$
 $p_{\rm m} = [$ selected by user $]$

$$T_{\rm m} = T_{\rm f} + \frac{V_{\rm f}^2}{2c_{p,w}} - \frac{V_{\rm m}^2}{2c_{p,w}}$$
$$LWC_{\rm m} = LWC_{\rm f} \frac{\theta_{\rm m}}{\theta_{\rm f}} \frac{h_{\rm c,m}}{h_{\rm c,f}} \frac{V_{\rm f}}{V_{\rm m}}$$

 $d_{\rm m} = [$ numerical solution from Eq. (6)]

$$t_{\rm m} = t_{\rm f} \frac{L_{\rm m}}{L_{\rm f}} \frac{LWC_{\rm f}}{LWC_{\rm m}} \frac{V_{\rm f}}{V_{\rm m}} \tag{10}$$

1.3 等 Weber 数条件的引入及其面临的困难

根据式(10)确定试验参数,需给定试验速度,再 根据给定的试验速度计算其他参数,这导致试验速度 给的不同,其他试验参数也不一样,对应试验冰形与 参考冰形的相似程度也不一样,因次必须有给定试验 速度的原则。文献[7]提出将等 Weber 数作为给定 试验速度的原则,即:

$$We_{\rm m} = We_{\rm f} \tag{11}$$

根据 Weber 数的定义,有:

$$\left(\frac{\rho_w V^2 d}{\sigma_{w/a}}\right)_{\rm m} = \left(\frac{\rho_w V^2 d}{\sigma_{w/a}}\right)_{\rm f} \tag{12}$$

其中 σ_{w/a}为表面张力系数,由式(12)可得:

$$V_{\rm m} = V_{\rm f} \sqrt{\frac{d_{\rm f}}{d_{\rm m}}} \tag{13}$$

需要注意的是,当按照等 Weber 数选取试验速 度时,压力将不能自由给定。采用式(13)给出的试验 速度之后,根据式(10),此时将有一个唯一对应的压 力值。

由于试验模型缩比之后,试验的水滴直径 d_m 要 比参考水滴直径 d_f 小,导致按照式(13)计算的试验 速度 V_m 大于参考速度 V_f ,这往往会超出结冰风洞的 能力范围。如果试验速度达不到等 Weber 数的要 求,有必要分析试验 Weber 数与要求 Weber 数不同 所导致的试验结果差异,并对试验结果进行修正。

2 结冰外形修正方法

2.1 冰形相对误差的量化

冰形修正的过程实质上是一个优化设计的过程,

首先必须有一个基本的目标函数,取为修正后的冰形 与目标冰形的相对误差,在此基础上才能建立冰形修 正方法,使得修正后的冰形与目标冰形吻合得更好。 因此,冰形修正的首要工作是建立冰形相对误差的定 量计算方法。本文采用平均冰形几何特征量对比的 方法对两组冰形的相对误差进行量化。

冰的外形轮廓可以分为流线型和角状型两大基 本类型^[12]。如图 1 所示,流线型冰相对比较简单,采 用驻点厚度 T_s 、驻点偏转角 A_t 、冰最大宽度 W_m 、结 冰上极限 S_u 和结冰下极限 S_1 等五个特征量就能基 本描述其宏观轮廓,而角状冰相对复杂,需由八个特 征量来描述,包括驻点冰厚度 T_s 、驻点偏转角 A_t 、 上/下冰角的厚度(H_u 和 H_1)、上/下冰角的角度(A_u 和 A_1)、结冰上极限 S_u 和结冰下极限 S_1 。



冰形修正时,只需针对冰形的基本几何特征量进 行修正,根据修正后的特征量得到相关特征点的修正 值,进而采用 TFI 方法^[14]得到修正后的整个冰形。

2.2 冰形几何特征量的修正模型

冰形及其特征量受基体几何尺寸、液态水含量、 水滴粒径、来流速度、温度、结冰时间等多个参数的共 同影响,需要通过对各参数的影响程度进行准确地分 析,才能建立合理可靠的修正模型。在结冰这一复杂 过程中,冰形特征量与控制参数之间关系的系统方程 过于复杂,各参数的灵敏度指标(一般取为一阶灵敏 度系数,即系统输出对系统参数的一阶导数)无法直 接计算得到,人工神经网络技术^[15-16]在复杂非线性关 系的模拟方面具有独到的优势,可用于冰形特征量的 修正。

700

图 2 为冰形与云雾参数之间的神经网络拓扑结 构图,其中

输入向量: $X = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 隐层输出向量: $Y = (y_0, y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ 输出层输出向量: $O = (o_1, o_2, \dots, o_l)^T$ 期望输出向量: $d = (d_1, d_2, \dots, d_l)^T$

 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ 分别代表液态水含量、水滴粒径等输入参数; o_0, o_1, \dots, o_l 分别代表采用人工神经网络方法预测的冰形特征量; d_1, d_2, \dots, d_l 分别代表冰形期望特征量,也即是数值预测或冰风洞试验得到的冰形特征量。

 $V = (V_1, V_2, \dots, V_m), W = (W_1, W_2, \dots, W_l)$ 分 别为输入层到隐层、隐层到输出层之间的权值矩阵。 隐层和输出层的激活函数取为:



冰形特征量的修正值计算公式如下:

 $Ct_{i}^{m} = Ct_{i} + (f_{n}(X + \Delta X) - f_{n}(X))_{i}$ (15) 其中, i = 1, 2, ..., 8分别代表八个不同的特征量, Ct_{i}^{m} 为 第 i 个特征量修正值, Ct_{i} 为试验值, f_{n} 为采用人工神经 网络方法得到的冰形特征量, $f_{n}(X + \Delta X) - f_{n}(X)$ 为 冰形系统模型在 X 附近的敏感度指标。由于冰形系 统模型过于复杂,当同时存在多个输入变量需要修正 时,采用针对单个变量进行分步修正的方法,每一步 中对某一特定系统参数进行微小摄动,同时固定其它 参数取值,进行相应的修正处理。

3 Weber 数变化对结冰的影响研究

针对某超临界翼型在典型 Weber 数条件的结冰 结果进行了数值模拟,结冰计算方法参见文献[10]。 在保持惯性因子、聚集因子、冻结比例和水滴能量传 递势为常数的前提下,考察了 Weber 数变化对结冰 外形的影响规律,并在此基础上针对Weber数偏差 导致的结冰外形偏差进行了修正。

3.1 典型 Weber 数条件下的超临界翼型结冰计算

研究所采用的超临界翼型源自某型运输机机翼 剖面,如图 3 所示。翼型弦长 3m,最大厚度 0.35m,结 冰计算条件为:特征尺寸 3m,迎角 0°,速度 90 m/s,压 强 84 606 Pa,温度 - 8.8 °,水滴直径 20 μ m,液态水 含量 0.5 g/m³,结冰时间 30 min,由该条件计算的 Weber 数为 2.49×10³。



图 4 给出的是绕翼型的流场分布,图 5 给出的是 水滴收集率曲线,水滴收集率的最大值为 0.43,其位 置在翼型前缘点偏上,这是由翼型的外形及流场分布 所决定。图 6 显示的是结冰外形,可以发现,冰体呈 角冰形状,是典型的明冰,驻点冰厚较小,只有 1.2 cm,下冰角长度 4.5 cm,上冰角比下冰角更突出,厚 度为 5.7 cm。



Fig. 4 Distribution of flowfield about the airfoil





Fig. 6 Ice shape on the airfoil ($We = 2.49 \times 10^3$)

3.2 Weber 数变化对结冰的影响

为了考察 Weber 数变化对结冰外形的影响规律,以We=2.49×10³ 典型算例的结果为标准,保持惯性因子、聚集因子、冻结比例和水滴能量传递势为常数,分别增加和减少 Weber 数,进行结冰外形进行了计算。

图 7 给出的是在 We = 2.49×10³ 的基准上, Weber 数分别减少 10%(We = 2.24×10³)、30%(We = 1.74 ×10³)和 50%(We = 1.25×10³)之后的水滴收集率 分布曲线。图 8 给出的是结冰外形。对比表明, 不同 Weber 数条件下的水滴收集率和结冰外形均保持一 致, 说明在计算的 Weber 数范围内, 只要惯性因子、 聚集因子、冻结比例和水滴能量传递势保持不变, Weber 数减小至基准 Weber 数 50%以内, 水滴收集 率和结冰外形均不受影响。



图 7 水滴收集率对比(减小 Weber 数) Fig. 7 Comparison of water droplet collection efficiency (decreasing Weber number)

图 9 给出的是在 $We = 2.49 \times 10^3$ 的基准上, Weber 数分别增加 10% ($We = 2.74 \times 10^3$)、30% ($We = 3.29 \times 10^3$)和 50% ($We = 3.74 \times 10^3$)之后的水滴收集率 分布曲线。计算表明不同 Weber 数条件下的水滴收 集率保持一致, 说明 Weber 数增加对水滴收集率无 影响。图 10 给出的是结冰外形对比,可以发现, 随着 Weber 数增加, 结冰外形有明显变化, 具体变化趋势 为:驻点冰厚保持不变,上冰角向后上方移动,下冰角 向后下方移动,冰体的迎风面积增加,上下冰角之间 的张角增加。Weber 数增加 10%时的冰形与基准冰 形接近,Weber 数增加大于 30%之后的冰形与基准 冰形有明显差异。



Fig. 8 Comparison of ice shape (decreasing Weber number)



Fig. 9 Comparison of water droplet collection efficiency (increasing Weber number)





图 11 给出的是上冰角与下冰角之间的张角随着 Weber 数变化而改变的曲线。可以看到,Weber 数 小于 2.24×10³ 时,Weber 数变化对张角影响较小, Weber 数从 1.25×10³ 增加至于 2.24×10³,张角仅 增加 2°。Weber 数大于 2.24×10³ 之后,张角随着 Weber 数增加而增加的幅度明显加大,Weber 数从 2.24×10³ 增加至于 3.79×10³,张角增加达 21°。 对比分析图 8、图 10 和图 11 可知,在惯性因子、 聚集因子、冻结比例和水滴能量传递势保持不变的情况下,存在一个敏感 Weber 数。低于敏感值时,Weber 数变化对结冰影响不大,而 Weber 数高于敏感值时, Weber 数变化对结冰有明显影响。对于文本的算 例,Weber 数的敏感值在 2.24×10³ 附近。



4 基于等 Weber 数的结冰外形修正

从第3节的计算结果可以看出,在只有Weber 数存在误差、其他相似量保持常数的前提下,冰形特 征量的变化将主要体现为上下两个冰角特征的改变。 因此,尽管角状冰有八个特征量,但若仅仅变化 Weber数,只需要修正上下冰角长度及角度这四个量 就能基本保证冰形修正的精度。n组Weber数和对 应的冰形上下冰角长度及角度四个特征量可以构成 四个三次样条函数,对应的坐标分别为: $x_{i,n} = We_n$, $y_{i,n} = f_i(We_n), i = 1, \dots, 4$ 。冰形修正处理时,修正前 后的Weber数分别为 We_o 和 We_c ,基于修正前Weber 数得到的冰形对应的各特征量分别为 $C_i(We_o)$,则 可根据如下公式进行各特征量的修正:

$$C_i(We_c) = C_i(We_o) + [f_i(We_c) - f_i(We_o)]$$
(16)

修正后的冰形数据点坐标为:

$$x' = x + \{s_{2}(\xi) / [s_{1}(\xi) + s_{2}(\xi)] dx_{c2} + s_{1}(\xi) / [s_{1}(\xi) + s_{2}(\xi)] dx_{c1} \}$$

$$y' = y + \{s_{2}(\xi) / [s_{1}(\xi) + s_{2}(\xi)] dy_{c2} + (17)$$

 $s_1(\boldsymbol{\xi}) / [s_1(\boldsymbol{\xi}) + s_2(\boldsymbol{\xi})] \mathrm{d} y_{c1} \}$ (18)

 $s_1(\xi), s_2(\xi)$ 分别为冰形对应左右特征点的距离。

若试验需要模拟 $We = 1.25 \times 10^3$ 条件下的冰 形,实施过程中由于控制、测量或试验条件受限等原 因使得真实试验条件为 $We = 3.74 \times 10^3$,采用本文的 修正方法对冰形进行修正,图 12 给出了修正前后冰 形与目标冰形的对比。从图 12 中可看出,修正后的 冰形上下冰角位置、驻点位置、整体轮廓等都明显比 修正前的冰形与目标冰形的吻合度更好。



图 12 冰形修正结果(减少 Weber 数) Fig. 12 Ice modification result (decreasing Weber number)

反之,若试验需要模拟 $We = 3.74 \times 10^3$ 条件下的冰形,实施过程中由于控制、测量或试验条件受限等原因使得真实试验条件为 $We = 1.25 \times 10^3$,采用本文的修正方法对冰形进行修正,图 13 为修正前后冰形与目标冰形的对比。修正后的冰形也明显比修正前的冰形与目标冰形更吻合。



图 13 冰形修正结果(增加 Weber 数) Fig. 13 Ice modification result (increasing Weber number)

5 结 论

根据几何特征量进行结冰外形修正的方法,对某 超临界翼型的结冰情况进行了数值仿真,研究了 Weber数变化对结冰的影响规律,开展了基于等 Weber数的结冰外形修正,得到如下结论:

(1) 在惯性因子、聚集因子、冻结比例和水滴能 量传递势保持不变的情况下,Weber 数变化主要影 响冰角特征,对水滴收集特性、驻点冰厚和结冰极限 等影响较小;

(2)存在一个敏感 Weber 数,低于敏感值时, Weber 数变化对冰形影响不大,当 Weber 数高于敏感值时,Weber 数变化对冰形将有明显影响;

(3)根据几何特征量进行冰形修正的方法能保 证冰形的宏观轮廓与目标冰形一致,修正后的冰形能 适量消除由于 Weber 数误差导致的冰形差异,提高 试验的精度。

Weber 数对结冰的影响及相应的冰形修正,涉 及到复杂空气流场中液态水在物面的撞击特性及动 力学效应。本文工作是对该问题的初步探索,虽然结 果让人满意,但还需进一步深入和完善,尤其需要开 展大量的试验研究和验证工作。

参考文献:

- [1] Cebeci T, Kafyeke F. Aircraft icing[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2003, 35: 11-21.
- [2] Bragg M B, Broeren A P, Blumenthal L A. Iced-airfoil aerodynamics[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2005, 41 (5): 323-362.
- [3] Soeder R H, Sheldon D W, Robert F S, et al. NASA Glenn icing research tunnel user manual [R]. NASA TM 2003-212004, 2003.
- [4] Ruff G A. Verification and application of the icing scaling equations[R]. AIAA 86-0481, 1986.
- [5] Anderson D N. Methods for scaling icing test conditions[R]. AIAA 95-0540, 1995.
- [6] Anderson D N. Manual of scaling method [R]. NASA CR 2004-212875, 2004.
- [7] Bilanin A J. Proposed modifications to ice accretion/icing scaling theory[J]. Journal of Aircraft, 1991, 28(6): 353-359.

- [8] Bilanin A J, Anderson D N. Ice accretion with varying surface tension[R]. AIAA 95-0538, 1995
- [9] Susan J M. Aircraft ice protection [R]//FAA Advisory Circular, No. 20-73A, 2006.
- [10] Yi X. Numerical computation of aircraft icing and study on icing test scaling law[D]. Mianyang: China Aerodynamics Research and Development Center, 2007. (in Chinese).
 易贤. 飞机积冰的数值计算与积冰试验相似准则研究[D]. 绵阳:中国空气动力研究与发展中心, 2007.
- [11] Yi X, Zhu G L, Gui Y W. Modification and evaluation of an icing scaling law[J]. Journal of Experimentals in Fluid Mechanics, 2008, 22(2): 84-87. (in Chinese) 易贤,朱国林,桂业伟. 一种改进的积冰试验相似准则及其评估[J]. 实验流体力学, 2008, 22(2): 84-87.
- [12] Ruff G A. Quantitative comparison of ice accretion shapes on airfoils[J]. Journal of Aircraft, 2002, 39(3): 418-426.
- [13] Anderson D N, Tsao J C. Ice shape scaling for aircraft in SLD conditions[R]. NASA CR 2008-215302, 2008.
- [14] Zhou Z H, Li F W, Li G N. Applying Eulerian droplet impingement model to numerically simulating ice accretion but with some improvements[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2010, 28(1): 138-142.
 周志宏,李凤蔚,李广宁.基于两相流欧拉方法的翼型结冰数 值模拟[J].西北工业大学学报, 2010, 28(1): 138-142.
- [15 Li H J. Neural network modeling and optimization of semi-solid extrusion for aluminum matrix composites[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2004, 151(3): 126-132.
- [16] Saltelli A. Sensitivity analysis[M]. Chichester: Wiley, 2000.