文章编号: 0258-1825(2018)06-1034-07

低质量比圆柱涡致振动风洞实验研究

吕 振¹,刘芙群²,张伟伟^{1,*},李新涛¹,第五强强¹

(1. 西北工业大学 航空学院,陕西西安 710072; 2. 中国运载火箭技术研究院,北京 100076)

摘 要:以低质量比圆柱为研究对象展开涡致振动风洞实验,研究其涡致振动中最大位移响应分支转换特性。实验中针对传统涡致振动风洞实验中质量比难以降低的问题,提出了弹簧-张力线式支撑方式,将模型的等效质量比由 1×10² 的量级降至 20.4。实验中测量了不同状态下圆柱的位移时域响应,发现高雷诺数圆柱涡致振动的最大结构位移响应呈现出初始分支和低幅分支,且在一定的风速范围下会随机切换。在此风速范围内,当初始分支向低幅分支转换时,相角变化相对位移变化的超前量比低幅分支向初始分支转换时大4个振动周期左右。以上结果表明:低质量比圆柱涡致振动最大位移响应存在两分支的转换区,在转换区内,同时存在两个亚稳定的最大位移响应分支,且低幅分支稳定性较高。

关键词:低质量比;高雷诺数;涡致振动;锁频;风洞实验;弹性支撑系统 中图分类号:V211.7 **文献标识码:**A **doi**: 10.7638/kqdlxxb-2018.0048

Experiments on vortex-induced vibration of a circular cylinder in wind tunnel

LYU Zhen¹, LIU Fuqun², ZHANG Weiwei^{1,*}, Li Xintao¹, Diwu Qiangqiang¹

School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
 China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: A wind tunnel test is conducted with a low mass ratio cylinder as the research object. The maximum displacement response characteristics in vortex-induced vibration (VIV) are investigated in the test. Focusing on the problem that it is hard to reduce mass ratio in traditional experiments on vortex-induced vibration of a circular cylinder in wind tunnel, we propose a new supporting system using spring and tension wire, which can reduce the equivalent mass ratio effectively. The equivalent mass ratio is reduced to 20.4 from the order of 1×10^2 . The displacement time domain responses of the cylinder under different conditions are measured in the experiment. It is found that the maximal structural displacement response of the cylinder with high Reynolds number exhibits an initial branch and a low amplitude branch. Besides, the two branches switch over each other randomly in a certain range of wind speed. This behaviour indicates that two branches can exist simultaneously. When the initial branch transits to a low amplitude branch, the increase of the phase angle is about 5 cycles ahead of the decrease of the amplitude. However, when the low amplitude branch transits to the initial branch, the decrease of the phase angle is only 1 cycle ahead of the increase of the amplitude. The above results show that there is a transition region between the two branches. There are two metastable branches of maximum displacement response simultaneously in the transition region, and the low amplitude branches are relatively stable.

Keywords: low mass ratio; high Reynolds number; VIV; lock-in; wind tunnel test; elastic support system

收稿日期:2018-01-23; 修订日期:2018-05-23

基金项目:国家自然科学基金(11572252,11622220);西北工业大学研究生创新创意种子基金(z2017001)

作者简介:吕振(1994-),男,安徽阜阳人,硕士研究生,研究方向:流固耦合力学实验. E-mail:lvzhenh@yeah.net

通信作者:张伟伟*(1979-),男,博士,教授,主要研究方向:气动弹性力学. E-mail:aeroelastic@nwpu.edu.cn

引用格式:吕振,刘芙群,张伟伟,等.低质量比圆柱涡致振动风洞实验研究[J]. 空气动力学学报,2018,36(6):1034-1040. doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0048 LYU Z, LIU F Q, ZHANG W W, et al. Experiments on vortex-induced vibration of a circular cylinder in wind tunnel[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(6): 1034-1040.

0 引 言

涡致振动是很多工程领域^[1-4]中经常出现的问题,具体表现为弹性支撑的结构体在定常来流中发生 振动的现象。涡致振动发生时,常会导致结构的疲劳 甚至破坏。涡致振动包含了复杂的流固耦合机理,因 而受到国内外学者的广泛关注。

涡致振动相关实验一般以物理模型较为简单的 圆柱为研究对象。按实验场所可将圆柱的涡致振动 实验分为水洞实验^[5-6]和风洞实验^[7-9]。因水的密度 较大而运动黏性系数较低,涡致振动的水洞实验一般 针对低雷诺数和低质量比的实验状态开展。低雷诺 数的条件下,实验模型的展向流动很弱,模型设计也 较简单,因此涡致振动水洞实验常用于进行流动机理 的研究。因空气的密度是水的1/816倍,涡致振动的 风洞实验一般具有较大的雷诺数和质量比。高质量 比和高雷诺数下的涡致振动问题不仅具有更复杂的 涡脱模态,而且流固耦合特性也与低雷诺数小质量比 下的有较大差异^[10-12]。

Feng^[10]等较早开展了高雷诺数来流条件下弹性 支撑圆柱涡致振动的研究。他们通过风洞实验发现: 随着来流雷诺数的增加,高雷诺数圆柱涡致振动的最 大位移响应表现为初始分支和低幅分支。而且两个 分支之间存在着迟滞转换现象。另外, Feng 还发现 最大位移响应分支发生转变时,升力系数响应和结构 位移响应之间的相角会出现跳转。Brika 等^[11]也通 过实验得出了和 Feng 类似的结论。但是, Khalak^[13] 等通过较高雷诺的水洞实验研究发现:在低质量比、 低阻尼的条件下,随着来流雷诺数的增加,结构的最 大位移响应会先后呈现出初始分支、高幅分支和低幅 分支。借助流场显示技术,他们发现初始分支和高幅 分支对应着 2S的涡脱模态,而低幅分支对应着 2P的 涡脱模态。这说明从高幅分支到低幅分支有流动模态 的转变。Peyrard C^[9]等在风洞中进行了高雷诺数、高 质量比的实验,也在锁频区观测到了高幅分支。尽管 已经有不少学者对高雷诺数涡致振动问题展开了实验 研究,但目前的研究成果仅处于实验现象描述的层面, 高雷诺数涡致振动的诱发机理依然扑朔迷离。

因水洞实验难以达到很高的雷诺数(1×10⁵),一 般高雷诺数的涡致振动实验在风洞中开展。但因空 气的密度很小,涡致振动的风洞实验难以达到较低的 质量比。而较低质量比时,圆柱涡致振动中的"锁 频"、"振幅分支切换"等流固耦合现象较高质量比时 更为突出、丰富,故低质量比的涡致振动实验中更容 易发掘涡致振动的诱发机理。前人在风洞中开展的 涡致振动实验的质量比基本都大于150。实际上,涡 致振动实验中实验模型的等效质量包括实验模型本 身的质量和弹性元件带来的附加质量两部分。而一 般的涡致振动实验中,弹性元件的附加质量往往占据 模型等效质量很大的比例^[7-9,14-17]。因此,降低弹性 元件的附加质量可以有效地降低等效质量比,实现高 雷诺数小质量比涡致振动问题的研究。

本文提出了一种能有效降低弹性元件附加质量 的弹性支撑方式,大大降低了圆柱涡致振动实验模型 的等效质量比。在此基础上,对高雷诺数下涡致振动 中的锁频、振幅分支转换等现象进行了实验研究,并 对其现象进行剖析,对于涡致振动实验设计和圆柱涡 致振动机理的发掘有一定参考意义。

1 实验设计与模型安装

1.1 弹性支撑方式设计

如图 1 所示,该实验的弹性支撑系统由实验架上 的尼龙张力线、弹簧、力传感器等组成。尼龙线一端 连接于固定在实验架上的力传感器上,另一端通过滑 轮和弹簧连接于张力调节装置上。圆柱实验模型在 安装时和尼龙线铰接,消除了其在流向上的运动,只 保留垂直于流向的横向自由度。图 1(a)中,A 点为 张力线的中点,l 为两弹簧间距离的一半, θ 为张力线 与水平方向的夹角,k 为弹簧的劲度系数, F_0 为张力 线中的预紧力, m_1 为 A 点物体的质量, m_2 为弹簧的 质量。易得,张力线与水平方向的夹角为 θ 时,竖直 方向的等效刚度 k_i 为:



(a) 原理示意图



(b)实验实物图图 1 弹性支撑系统Fig.1 Elastic support system

$$k_{t} = 2k + 2\left(\frac{F_{0}}{I} - k\right)\cos^{3}\theta \tag{1}$$

从式(1)可以看出,竖直方向的等效支撑刚度和 张力线的张力大小呈线性关系,且在θ很小时基本为 定值。

实验中尼龙张力线、滑轮和弹簧等弹性支撑部件 会随着模型振动而运动,从而给模型带来附加质量。 因此有必要考核支撑系统部件对模型附加质量的大 小。因相对于弹簧,尼龙张力线和滑轮的质量很小, 本文认为弹簧带来的附加质量近似等于支撑系统部 件的附加质量之和。利用能量法,得出弹簧带来的附 加质量如下:

$$m' = \frac{\sin^2 \theta}{3} m_2 \tag{2}$$

从式(2)可以看出,模型振幅很小时,支撑系统部件带来的附加质量几乎为0。Peyrard C^[9]在实验中 只采用弹性钢丝作为弹性支撑元件,虽然能够将支撑 系统部件的附加质量几乎消除,但对弹性钢丝的刚度 和强度要求很高,从而限制了这种弹性支撑方式适用 的实验状态范围。本文提出的弹簧一张力线式弹性 支撑方式使用弹簧代替弹性钢丝作为弹性元件,在保 证支撑系统部件附加质量很小的前提下,降低了弹性 支撑设计难度,大大拓宽了适用的实验状态范围。

实验中通过调节两侧实验架上尼龙线的张力的 大小,可获得不同的结构固有频率。但为了尽量消除 圆柱可能出现的左右摆动模态,左右实验架上尼龙线 的预紧张力要尽可能相等。因此,实验标定中通过力 传感器实时采集当前左右张力线的预紧力的值,并通 过调节张力调节装置使其保持相等。

为尽量降低质量比,实验模型主体结构采用密度 很小的巴尔莎木制成。如图2所示,圆柱采用薄蒙皮 加隔框的结构设计,在其轴心处布置一空心碳纤管用 于传递弯矩和连接张力线。圆柱表面蒙有热缩膜以 保证其表面光滑。为了使圆柱涡致振动锁频风速下 边界大于5m/s,且保证弹性支撑系统的等效支撑刚 度误差较小,将圆柱直径设计为120mm。考虑到 模型安装空间和风洞高品质流场范围限制,将圆柱展



图 2 实验圆柱模型结构 Fig.2 Structure of the cylinder used in test

长设计为 400 mm。另外,为了减小流动的三维效 应,在圆柱的两端各粘接一端板。

1.2 模型安装

本文实验在西北工业大学翼型叶栅国家重点实 验室的低速气动声学风洞中开展。该风洞为开口回 流式风洞,实验段口径为1.5 m,拥有5 m/s~45 m/s 的风速调节范围和低于0.2%的湍流度。由于风洞实 验段为开口式,实验中实验段的壅塞度很低。如图3 所示,圆柱实验模型水平地安装在开口回流式风洞的 实验段内,两侧轴端分别铰接于尼龙张力线上。在圆 柱轴端与张力线铰接点的正下方安装激光位移传感 器,使其发出的激光能正好打在铰接点上。



实验中通过 IL300 型激光位移传感器测量圆柱 的位移响应,测量距离范围为 160 mm~450 mm,精 度为 0.003 mm,采样频率为 1000 Hz。因实验中圆 柱左右轴端位移并不完全相等,即存在轻微的摆动模 态,故在圆柱两轴端各布置一激光位移传感器并取两 测量值的平均值作为圆柱的位移。

2 结构参数标定与实验工况

对横向单自由度的圆柱涡致振动系统应用拉格 朗日方程法,得到如下结构运动方程:

 Mh + Gh + Kh = Q
 (3)

 其中 M 为广义质量;h 为广义位移;G 为广义阻尼;

 K 为广义刚度;Q 为广义气动力。

将式(3)无量纲化,可得:

$$\ddot{h}^{*} + 4\pi F_{s}\zeta \dot{h}^{*} + (2\pi F_{s})^{2}h^{*} = \frac{2C_{L}}{\pi m^{*}}$$
(4)

式中, ς 为结构阻尼系数, $F_s = f_s D/U_{\infty}$ 为结构无量 纲频率。定义 $U^* = 1/F_s$ 为折减速度, $m^* = 4m/(\pi\rho D^2)$ 为质量比。其中 f_s 为结构固有频率, D为圆柱直径, U_{∞} 为来流速度, m 为圆柱的质量, ρ 为 来流的密度。圆柱位移用 D 进行无量纲化; 速度和 加速度用 U_{∞} 进行无量纲化。

本文所用圆柱实验模型相关参数如表1。

表 1 圆柱实验模型相关参数

	Table 1	Related	parameters	01	cylindrical	model
_				_		

直径 D/mm	120.1
展长 l/mm	400.2
等效质量 m/g	113.2
等效质量比 m*	20.4

风洞实验前后要对实验系统进行结构参数标定 以获取相关结构参数数值和确保风洞实验过程中结 构参数保持恒定。实验的标定分为静态标定和动态 标定两步。静态标定中通过给圆柱施加一横向已知大 小的力来测量圆柱的位移,并获得弹性系统的刚度系 数 k。动态标定是给圆柱一初始位移使其发生有阻尼 振荡,对位移响应作幅频谱分析获得圆柱的有阻尼固 有频率 f_s,对位移响应峰值用指数函数拟合,从而求 得时域减幅率获得系统阻尼 ζ。因圆柱的结构固有 频率和张力线的张力大小呈正相关,故每次改变张力 线中的张力都要重新进行静态标定和动态标定。

风洞实验时分别测量三个不同结构固有频率条件下圆柱实验模型在 5 m/s~16 m/s 风速范围(对应雷诺数范围为 33163~106122)内的结构位移响应。每组实验时先进行静态标定和动态标定,然后启动风洞使实验段风速从 5 m/s 起,以 0.5 m/s 的步长逐渐增至 16 m/s,然后再从 16 m/s 以 0.5 m/s 的步长降回至 5 m/s。其中每个风速下停留 90 s,以使来流及圆柱实验模型的结构响应趋于稳定。三组实验对应的标定结果见表 2。

表 2 实验标定结果 Table 2 Experimental calibration results

实验组号	张力/N	结构固有频率/Hz	阻尼比
А	149.0	15.63	0.0148
В	162.5	16.05	0.0162
С	178.7	16.78	0.0168

实验数据处理时,因直接测得的位移信号中混有 风洞湍流的低频噪声和数据采集过程中混入的 50 Hz交流电噪声,故对其进行频率范围为5~25 Hz 的带通滤波。将参数标定所获的结构固有频率 f、系 统阻尼比ζ、等效质量比m*和滤波后的位移时域响 应信号 h 带入式(4),从而获得模型升力的时域响 应。对于较大质量比的情况,这种升力间接测量方法 虽在求解升力幅值上存在误差,但足以捕捉到升力的 时域变化规律。本文主要关注升力与位移间相角的 变化规律,并不着重考察升力幅值的大小,因此该间 接测量方法满足本文研究需求。

3 实验结果与分析

3.1 结构最大位移响应

图 4 给出了 A、B、C 三组实验的无量纲最大位 移、响应频率与结构固有频率比值随折减风速的变化 曲线。可以看出,折减风速 U* <4.15 时,结构位移 响应基本为 0。此时典型的圆柱位移时域响应如图 5(a)所示,可以看出,圆柱振动振幅为 0.2 mm 左右 且信噪比较低,其幅频谱分析结果较为杂乱,只分辨 出结构固有频率附近的频率分支,并没有分辨出 Khalak 等^[18]实验中静止圆柱绕流涡脱频率附近的 频率分支。此时,响应频率与固有频率比值在 0.98 附近(U* <3.11 时,因结构响应振幅很小,使信噪比 很低,无法分辨出结构响应频率)。



Fig.4 Response of maximum displacement to reduced velocity

从图 4 可以看出,当U* =4.15 时,开始出现明 显的结构位移响应。4.15 <U* ≤7.01 时,随着折减 风速的增加,结构最大位移响应持续增加,而响应频 率和结构固有频率之比还保持在 0.98 附近。将这条 随着折减风速增大开始出现的最大位移响应曲线称 为初始分支。图 5(b)给出了典型的初始分支结构位 移时域响应曲线,可以看出此时结构位移响应振幅较 为均匀,响应频率单一并稳定在结构固有频率附近。

如图 4 所示,7.01 < U* < 7.73 时,最大位移响应 呈现出两个分支。其中一个分支最大位移响应较大, 对应于低折减风速下的初始分支;另一个分支最大位 移响应较小,和高折减风速下最大位移响应保持一 致,称为低幅分支。7.01 < U* < 7.73 时,两个分支在 同样来流条件下可同时存在,且会发生相互的随机切 换现象。我们把这个折减风速区间称为转换区。从 图 4 中可以看出,在转换区内结构响应频率也对应有 两个分支,且两个分支响应频率存在跃变。图5(c)给 出了典型的转换区内结构位移的时域响应,可以清晰 地看出同个状态下存在两个响应分支。 图 4 中,U* >7.73 时,最大位移响应沿低幅分支 走且随U* 的增大逐渐降低;结构响应频率由低折减 速度下的 0.98 左右变为 1.08 左右。图 5(d)给出了 典型的低幅分支时结构位移时域响应,可以看出其响 应频率较低幅分支高。

1038



初始分支时,随着折减风速的增加,结构响应频率与结构固有频率之比始终在 0.98 左右。这种随着风速的增加,弹性结构响应频率锁定在一频率上,且 靠近结构固有频率的奇特现象称为锁频^[1-3],它广泛 存在于各质量比、各雷诺数下的圆柱涡致振动中。低 幅分支时,结构响应频率则锁定在 1.08 倍的结构固 有频率上。根据前人相似实验^[3],在低幅分支时,若 进一步增加风速,锁频现象会消失。但因风洞实用风 速范围的限制,实验中风速没有达到锁频退出风速, 没有捕捉到锁频退出点。



3.2 初始分支和低幅分支的转换

实验发现 7.01 < U* ≤ 7.73 时,结构最大位移响 应会发生初始分支和低幅分支的随机转换现象,如 图7所示。Williamson等^[3]在实验研究中也发现了类



似的现象,但只简单地将其归结为涡脱模态的转换, 并没有脱离表象从本质上对该现象进行剖析。此处 以B组实验为例,对响应分支随机转换现象展开进 一步研究。图7给出了响应分支转换区内同一状 态下初始分支和低幅分支位移时域响应及不同采 样时间段的幅频谱分析结果。可以看出初始分支响 应频率为15.9 Hz,而低幅分支响应频率为17.5 Hz, 即从初始分支转换到低幅分支,存在位移响应频率的 跃变。

图 8 给出了 B 组实验中升力与位移间的相角随 折减速度的变化曲线,可以看出在初始分支,升力与 位移间的角在 38°左右,而在低幅分支相角则跃变到 191°左右。进一步对转换点处相角的变化进行研究, 可以从图 9(a)看出初始分支向低幅分支转换时,相 角的增加比振幅的降低超前 5 个周期左右;而图9(b) 显示低幅分支向初始分支转换时,相角的降低只 比振幅的增加超前1个周期。对多条转换点处的响









应曲线分析,可以发现:由初始分支转换为低幅分支 时,相角必须要增加到 102°以上;而由低幅分支转换 到初始分支,相角必须要降到 87°以下。这说明在转 换点处存在两个亚稳定的分支,而低幅分支因能量较 低,在转换点式维持的时间也较初始分支长,有更强 的稳定性。

4 结 论

本文针对涡致振动风洞实验难以达到低质量比 的问题,提出弹簧-张力线式的支撑方式,有效地将实 验模型等效质量比由前人同类实验的1×10²降至 20.4。并在此基础上开展风洞实验,实验中高雷诺数 圆柱涡致振动结构最大位移响应呈现初始分支和低 幅分支,两分支可在一定风速范围内随机相互转换。 进一步对转换区研究,发现:两分支再相互转换时,升 力与位移间的相角必须先增加到/降低至特定的值, 且初始分支向低幅分支转换时相角增加与振幅降低 间的超前量明显大于低幅分支向初始分支转换时相 角降低与振幅增加间的超前量。这说明转换区同时 存在两个亚稳定的响应分支,且低幅分支因能量较 低,维持时间较长,更为稳定。本文提出的弹簧-张力 线式弹性支撑方式对于同类的涡致振动实验具有一 定参考价值。针对两响应分支随机切换现象的研究 给后续圆柱涡致振动相关实验研究提供了实验方向 的参考,对于后续关于圆柱涡致振动机理的研究具有 一定指导意义。

参考文献:

- LiYL, HouGY, Xiang HY, et al. Optimization of the vortex induced vibration for steel box girder of long span suspension bridges by wind tunnel test[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(6):702-708. (in Chinese) 李永乐, 侯光阳, 向活跃,等. 大跨度悬索桥钢箱主梁涡振性能优化风洞试验研究[J]. 空气动力学学报, 2011, 29(6): 702-708.
- [2] Wang L, Zhang Z H, Liang S G, et al. Some phenomena of vortex-induced vibration in super high-rise building [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(5): 665-669.(in Chinese) 王磊,张振华,梁枢果,等. 超高层建筑涡激振动若干现象[J]. 空气动力学学报, 2017, 35(5): 665-669.
- [3] Nikoo H M, Bi K, Hao H. Effectiveness of using pipe-in-pipe (PIP) concept to reduce vortex-induced vibrations (VIV): Three-dimensional two-way FSI analysis [J]. Ocean Engineering, 2018, 148: 263-276.
- [4] Williamson C H K, Govardhan R. Vortex-induced vibrations
 [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2004, 36: 413-455.
- [5] Zhu Q, Xu Y L, Zhu L D, et al. Vortex-induced vibration analysis of long-span bridges with twin-box decks under nonuniformly distributed turbulent winds [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2018, 172: 31-41.

- [6] Cagney N, Balabani S. Mode competition in streamwise-only vortex induced vibrations[J]. Journal of Fluids and Structures, 2013, 41: 156-165.
- [7] Franz S Hover, Joshua T Davis, Michael S, et al. Threedimensionality of mode transition in vortex-induced vibrations of a circular cylinder[J]. European Journal of Fluid Mechanics, 2004, 23: 29-40.
- [8] Ehrmann R S, Loftin K M, Johnson S, et al. Lock-in of elastically mounted airfoils at a 90° angle of attack[J]. Journal of Fluids and Structures, 2014, 44: 205-215.
- [9] Pasto S. Vortex-induced vibrations of a circular cylinder in laminar and turbulent flows [J]. Journal of Fluids and Structures, 2008, 24: 977-993.
- [10] Peyrard C, Belloli M, Muggiasca S, et al. CFD modeling of flow inducedvibration on a mobile cylinder for a 30 K~60 K Reynolds number comparison between simulation and experimental results[C]//PVP2009, Prague, 2009: 1-8.
- [11] Feng C C. The measurements of vortex induced effects in flow past a stationary and oscillating circular and D-section cylinders[D]. Univ. BC, Vancouver, Can, 1968.
- [12] Brika D, Laneville A. Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1993, 250, 481-508.

- [13] Khan N B, Ibrahim Z, Ltt N, et al. Numerical investigation of the vortex-induced vibration of an elastically mounted circular cylinder at high Reynolds number (*Re* = 104) and low mass ratio using the RANS code[J]. Plos One, 2017, 12(10): e0185832.
- [14] Khalak A, Williamson C H K. Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping [J]. Journal of Fluids and Structures, 1999, 13, 813-851.
- [15] Claudio Mannini, Antonino M Marra, Gianni Bartoli. Experimental investigation on VIV-galloping interaction of a rectangular 3 : 2 cylinder[J]. Meccanica, 2015, 50(3): 841-853.
- [16] Mannini C, Marra A M, Bartoli G. VIV-galloping instability of rectangular cylinders: review and new experiments[J]. J Wind Eng Ind Aerodyn, 2014, 132(9): 109-124.
- [17] Bearman P W, Gartshore I S, Maull D J, et al. Experiments on flow-induced vibration of a square-section cylinder[J]. Journal of Fluids & Structures, 1987, 1(1): 19-34.
- [18] Gao G Z, Zhu L D. Measurement and verification of unsteady galloping force on a rectangular 2 : 1 cylinder[J]. J Wind Eng Ind Aerodyn, 2016, 157: 76.
- [19] Khalak A, Williamson C H K. Investigation of relative effects of mass and damping in vortex induced vibration of a circular cylinder[J]. J Wind Eng Ind Aerodyn, 1997, 69-71: 341-350.