



高超声速钝楔边界层最优增长扰动及其二次失稳研究

张浩杰 刘建新 赵磊

Optimal growth and secondary instability of hypersonic blunt wedge boundary layers

ZHANG Haojie, LIU Jianxin, ZHAO Lei

引用本文:

张浩杰, 刘建新, 赵磊. 高超声速钝楔边界层最优增长扰动及其二次失稳研究[J]. *空气动力学学报*, 2024, 42(8): 23–33. DOI: 10.7638/kqdlxxb-2023.0193

ZHANG Haojie, LIU Jianxin, ZHAO Lei. Optimal growth and secondary instability of hypersonic blunt wedge boundary layers[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2024, 42(8): 23–33. DOI: 10.7638/kqdlxxb-2023.0193

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7638/kqdlxxb-2023.0193>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高超声速边界层基频二次失稳条纹结构的稳定性

Stability of fundamental secondary instability streaky structures in a hypersonic boundary layer

空气动力学学报. 2021, 39(5): 63–74 <https://doi.org/10.7638/kqdlxxb-2020.0122>

高超声速三维边界层横流转换的数值研究

Numerical study on cross-flow transition in three-dimensional hypersonic boundary layers

空气动力学学报. 2019, 37(4): 522–529 <https://doi.org/10.7638/kqdlxxb-2019.0015>

高超声速圆锥边界层失稳条纹结构实验研究

Experimental study on instability streak structure over a hypersonic cone

空气动力学学报. 2020, 38(1): 143–147 <https://doi.org/10.7638/kqdlxxb-2019.0141>

超声速/高超声速边界层转换后期流场的模态分析

Modal analysis of late transition in supersonic/hypersonic boundary layer

空气动力学学报. 2018, 36(2): 229–237 <https://doi.org/10.7638/kqdlxxb-2018.0020>

高超声速边界层转换实验综述

Boundary-layer transition experiments in hypersonic flow

空气动力学学报. 2018, 36(2): 196–212 <https://doi.org/10.7638/kqdlxxb-2018.0017>

高超声速边界层转换研究现状与趋势

Tendency and current status of hypersonic boundary layer transition

空气动力学学报. 2018, 36(2): 183–195 <https://doi.org/10.7638/kqdlxxb-2018.0011>

地址: 四川省绵阳市二环路南段8号11信箱9分箱

电话: 0816-2463375

Email: kqdlxxb@163.com



关注微信公众号
获得更多资讯信息

文章编号: 0258-1825(2024)08-0023-11

高超声速钝楔边界层最优增长扰动 及其二次失稳研究

张浩杰¹, 刘建新^{2,3,*}, 赵磊¹

(1. 天津大学 力学系, 天津 300072;

2. 空天飞行空气动力学科学与技术全国重点实验室, 绵阳 621000;

3. 天津大学 高速空气动力学研究室, 天津 300072)

摘要: 最优增长扰动理论是近年来高超声速边界层非模态失稳现象研究中的主要理论之一, 可被看作一种对非模态扰动增长的工程化估计。本文以高超声速钝楔边界层为研究对象, 采用最优增长理论和二次失稳分析方法, 对钝楔边界层的非模态失稳特性进行了研究。结果表明, 在平楔面各个工况的有限计算域中无法找到不稳定模态扰动, 非模态的最优增长扰动可获得较大的能量增益。研究还发现, 最优扰动的能量增益随马赫数的增加逐渐减小, 而壁面曲率对最优扰动的增长起促进作用。但是, 由于不同曲率条件下对应的最大能量增长扰动的展向波数存在一定差异, 因此变曲率的等熵压缩面不存在统一的变化规律。进一步, 研究还采用非线性抛物化稳定性方程研究了零频率最优扰动的非线性演化, 并以最优扰动形成的条纹边界层的二次稳定性为基本流, 采用线性理论进行了二次失稳分析, 发现最优增长扰动形成的条纹结构具有较强的二次失稳增长率, 这有利于下游边界层转捩成湍流。该研究结果对设计高速飞行器前体进气道的强制转捩装置有一定参考意义。

关键词: 最优增长; 非模态失稳; 高超声速边界层; 二次失稳; 转捩

中图分类号: O357.4+1; O354.4 文献标识码: A doi: 10.7638/kqdlxxb-2023.0193

Optimal growth and secondary instability of hypersonic blunt wedge boundary layers

ZHANG Haojie¹, LIU Jianxin^{2,3,*}, ZHAO Lei¹

(1. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. State Key Laboratory of Aerodynamics, Mianyang 621000, China;

3. Lab of High-speed Aerodynamics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The optimal growth disturbance theory has been one of the main theories in recent years for studying non-modal instability phenomena in hypersonic boundary layers. This theory can be viewed as an engineering estimation of the growth of non-modal disturbances. The entire study focuses on hypersonic blunt wedge boundary layer, and employs the optimal growth disturbance theory and secondary instability analysis to investigate the non-modal instability characteristics of the blunt wedge boundary layer. The analysis reveals that no unstable modal disturbances can be found in the finite computational domains for various conditions on the flat wedge surface. However, non-modal optimal growth disturbances can acquire significant energy gains. The study also finds that the energy gain of the optimal disturbance gradually decreases with the increase in Mach

收稿日期: 2023-10-19; 修订日期: 2023-11-20; 录用日期: 2023-11-26; 网络出版时间: 2024-03-16

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(91952202, 92052301); 国家自然科学基金面上项目(12172252); 空气动力学全国重点实验室开放基金(SKLA-20200103)

作者简介: 张浩杰(2002—), 河南郑州人, 本科生, 研究方向: 流动稳定性. E-mail: zhj-tju@foxmail.com

通信作者: 刘建新*, 副教授, 研究方向: 流动稳定性和转捩. E-mail: shookware@tju.edu.cn

引用格式: 张浩杰, 刘建新, 赵磊. 高超声速钝楔边界层最优增长扰动及其二次失稳研究[J]. 空气动力学学报, 2024, 42(8): 23–33.

ZHANG H J, LIU J X, ZHAO L. Optimal growth and secondary instability of hypersonic blunt wedge boundary layers[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2024, 42(8): 23–33(in Chinese). doi: 10.7638/kqdlxxb-2023.0193

number, while the wall curvature promotes the growth of the optimal disturbance. However, the spanwise wavenumber of disturbance with the maximum energy gain varies with the curvature condition, thus there is no uniform trend in curved isentropic compression surfaces. Furthermore, the study investigates the nonlinear evolution of the stationary optimal disturbance using the non-parallel parabolized stability equations and analyzes the secondary stability characteristics of the streaky boundary layer based on the linear stability theory. The results indicate that the streaky structure associated with the optimal growth has strong secondary instability, which is conducive to the transition of the downstream boundary layer to turbulence. These research findings have significant implications for the design of forced transition devices in the forebody inlets of hypersonic vehicles.

Keywords: optimal growth; non-modal instability; hypersonic boundary layers; secondary instability; transition

0 引言

高超声速转捩问题是当前高超声速空气动力学研究中的热点和难点问题之一,有研究认为,转捩有多种途径^[1]。其中自然转捩对应外界环境扰动较小的情况,此时先通过感受性机制激发边界层内的首次失稳模态扰动。当首次失稳模态扰动指数增长到一定幅值时,扰动间的非线性作用对流场产生影响,此时存在二次失稳机理使得边界层进一步突变到湍流阶段。而当外界环境扰动强度较强时,边界层内扰动演化可能伴随着非模态增长,此时边界层内扰动要先经过一段瞬态增长,进而跳过模态增长阶段直接触发扰动间的二次失稳机制,从而使得流动突变至湍流。由于剪切层流动中的线性扰动方程算子不是厄米算子(Hermitian operator),这就导致其特征函数互不正交。所谓非模态增长是指两个衰减的扰动模态可以通过线性叠加的方式在有限时间或空间上获得增长的能力,此时扰动的演化特征与扰动的初值有关,即有条件失稳现象。基于此,非模态失稳的临界雷诺数通常小于模态失稳的临界雷诺数,这使得非模态增长理论可以用来解释亚临界失稳现象,同时也可能应用于设计边界层强制转捩装置。

目前针对非模态增长问题研究最广泛的是基于最优增长理论的求解。该方法认为瞬态增长中各衰减模态的线性组合系数(即幅值与相位信息)同样由感受性过程决定,所以瞬态增长率受外部扰动情况(如高幅值自由流扰动、粗糙元等)的影响。但在特定流场参数条件下可以忽略掉这些外部条件,直接基于动力系统的变分问题并根据最小作用量原理给出一个最危险的非模态增长方式的估计,即可以通过最优扰动理论进行求解,得到在有限时间 $[t_0, t_1]$ 或空间 $[x_0, x_1]$ 范围内最大瞬态增长的最优扰动。这种方法物理上是不完备的,因为它直接割裂了来流扰动与

边界层内失稳扰动之间的联系,但该方法的优势在于它可以给出非模态失稳情况下一个最危险的估计,因此具有一定的工程实用性。国内外学者针对该方法开展了诸多研究,他们基于线性稳定性理论(linear stability theory, LST)、边界层方程、伴随抛物化稳定性方程(adjoint parabolized stability equations, APSE)发展了最优扰动的求解方法^[2-8]。

非模态扰动的瞬态增长理论可用于设计高速飞行器前体进气道强制转捩装置。通常情况下,高空飞行多对应于自然转捩过程,这使得自然状态下高速飞行器超燃发动机较短的前体进气道压缩面边界层会一直保持层流状态。此时,层流易导致边界层在唇口附近发生分离,从而造成流道流量变小,进而引起超燃发动机无法启动的问题。因此,为了防止进气道前流场分离,通常会在进气道上游添加斜坡型、钻石型的粗糙元作为强制转捩装置,从而使边界层提前转捩为湍流,如Hyper-X^[9]、X-43A^[10]、X-51^[11]、HIFiRE-5^[12]以及赵慧勇等^[13]开展的相关边界层强制转捩研究。从设计逻辑角度讲,除了添加粗糙元让边界层强制转捩,还希望强制转捩装置结构更简单、带来的热负荷更低。涂国华等^[14]在超声速边界层中引入悬空的细丝来促进边界层转捩;张红军等^[15-16]基于风洞试验设计了一种“W”型的人工转捩装置(即转捩片),此新型强制转捩装置阻力和热载荷更小,转捩效果很好。国外有学者关注局部粗糙变化对转捩的影响,早在2000年,Reshotko等^[17]基于瞬态增长给出了转捩雷诺数与粗糙高度的拟合关系式,并与风洞试验结果相吻合;Parades等^[18]则利用最优扰动理论验证了局部几何畸变对转捩存在促进作用。

本文采用最优增长理论对高超声速钝楔边界层的非模态扰动瞬态增长所导致的转捩问题进行研究,并探讨利用此方法设计强制转捩装置的可能性。

1 计算方法

1.1 线性稳定性理论

模态增长(描述了单一扰动的演化过程)对应于自然转捩情况下首次失稳扰动的演化特征,需要使用线性稳定性理论(linear stability theory, LST)进行分析。

可以将失稳扰动写成波动函数的形式:

$$\phi'(x, y, z, t) = \hat{\phi} e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} + c.c. \quad (1)$$

其中: 扰动 $\phi' = [\rho' \ u' \ v' \ w' \ T']^T$, $\hat{\phi}$ 表示扰动的形函数; α 、 β 和 ω 分别对应流向波数、展向波数以及频率。

将基本流 $\phi_0 = [\rho_0 \ u_0 \ v_0 \ w_0 \ T_0]^T$ 与扰动的和代入到无量纲 N-S (Navier-Stokes, N-S) 方程中, 减去基本流所满足的方程, 略去方程的非线性项, 在基本流平行性假设的基础上引入上述扰动表达式, 即可将线性稳定性理论方程写成如下形式:

$$L\hat{\phi} = 0 \quad (2)$$

其中 L 表示线性稳定性理论算子, 对应于齐次方程齐次算子的特征值问题, 利用五点四阶中心格式进行离散后, 可以采用瑞利商迭代求解出特征值和特征函数, 它是关于基本流 ϕ_0 、 α 、 β 和 ω 的函数, 其边界条件为:

$$\begin{aligned} y=0: \quad & \hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{T} = 0 \\ y \rightarrow +\infty: \quad & \hat{\rho} = \hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{T} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

1.2 最优增长扰动计算 (非模态增长)

相比模态增长, 非模态增长则描述了多个模态线性叠加得到的扰动在有限时间 $[t_0, t_1]$ 或空间 $[x_0, x_1]$ 内的短时演化行为。本文直接采用基于线性抛物化稳定性方程 (linear parabolized stability equations, LPSE) 和非平行性修正的最优增长扰动理论来对其进行分析。

先将扰动写成如下行进波的形式:

$$\phi' = \hat{\phi}(\xi, y) e^{i(\int \alpha(\xi) d\xi + \beta z - \omega t)} + c.c. \quad (4)$$

其中: $\xi = \epsilon x$, $\epsilon = O(1/Re)$ 表示该扰动形函数沿流向的慢变特征。因此, 在方程的推导过程中, 保留基本流和扰动形函数沿流向的导数, 忽略更高阶的流向导数项和非线性项, 就可得到线性抛物化稳定性方程 (LPSE):

$$A \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + B \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} + D \hat{\phi} = 0 \quad (5)$$

其中, 系数矩阵 A 、 B 和 D 的定义可参考文献 [19]。

进一步, 可以构造内积:

$$(\hat{p}, \hat{q}) = \int_{x_0}^{x_1} \int_0^\infty \hat{p}^H \hat{q} dy d\xi \quad (6)$$

其中: \hat{p} 和 \hat{q} 分别对应任意两个形函数, x_0 、 x_1 分别对应计算域的流向起止位置。

基于此, 构造伴随空间, 可得到伴随抛物化稳定性方程 (APSE):

$$A^* \frac{\partial \hat{\phi}^*}{\partial x} + B^* \frac{\partial \hat{\phi}^*}{\partial y} + D^* \hat{\phi}^* = 0 \quad (7)$$

式中: $\hat{\phi}^*$ 表示扰动形函数的伴随, 系数矩阵 A^* 、 B^* 、 D^* 的定义可参考文献 [20]。

利用最优扰动能量最大这一条件和拉格朗日乘子法, 可得到扰动和伴随扰动的初始条件为:

$$\hat{\phi}_0 = c_0 M^{-1} A^H \hat{\phi}_0^* \quad (8)$$

$$\hat{\phi}_1^* = c_1 (A^H)^{-1} M \hat{\phi}_1 \quad (9)$$

其中: $M = \text{diag} \left\{ \frac{T_0}{\rho_0 \gamma Ma^2}, \rho_0, \rho_0, \rho_0, \frac{\rho_0}{\gamma(\gamma-1)T_0 Ma^2} \right\}$ 为核函数, $\gamma = 1.4$ 为比热比, Ma 为马赫数, c_0 和 c_1 为任意常数, 通常可取 1。

基于以上推导, 可以利用 LPSE、APSE 以及上述边界初始条件反复迭代 (通常只需几步即可收敛), 即可求出最优增长扰动。图 1 给出了在 $Ma = 3$ 的平板边界层中的最优增长预测结果, 并与文献 [20] 中的结果进行了对比验证。图中纵轴 G 表示出入口能量增益的比值, 为方便与文献比较, 用雷诺数归一化展示, 横轴 β_0 表示最优扰动的展向波数。从图中可以看出, 本文分析方法得出的结果与文献完全吻合, 验证了本方法的可行性。

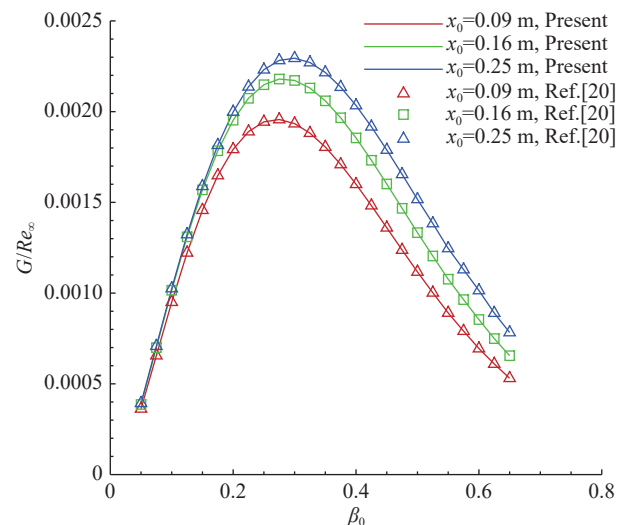


图 1 最优增长扰动计算方法验证

Fig. 1 Validation of the optimal growth calculation method

1.3 二次失稳分析

有研究发现,最优扰动通常是定常的,此时一定幅值的最优扰动向下游会发展形成条纹结构。为进一步分析该结构引起边界层转捩的可能性,通常需要对条纹进行二次失稳分析,将二次扰动写成如下形式:

$$\phi'(x, y, z, t) = \hat{\phi}_s(y, z) e^{i(\alpha x - \omega t)} + c.c. \quad (10)$$

其中: $\hat{\phi}_s(y, z)$ 是二次失稳扰动的形函数,将其代入到线性扰动方程,忽略基本流沿流向的导数,同时保留基本流沿法向和展向的导数,即可得到二次失稳扰动的控制方程:

$$L_s \hat{\phi}_s = 0 \quad (11)$$

式中: L_s 对应二次失稳方程的线性算子,是基本流 ϕ_0 和 ω 、 α 的函数。在壁面和远场引入齐次边界条件后,该方程对应一个特征值问题,通过求解,即可得到最优增长扰动发展到下游的条纹结构的二次失稳特征。

2 钝楔边界层稳定性及其二次失稳分析

2.1 工况的确定及基本流的计算

选取钝楔为计算模型,钝楔可看作前体进气道的一种简化模型。其前缘半径为 0.2 mm,长度为 290 mm,半楔角为 4.5°,攻角为 -4.5°,即上表面平板与来流夹角为 -9°。本文计算了 3 个实验工况,来流名义马赫数分别为 4.5、5、6,流场参数见表 1,壁面温度统一取等温边界条件,给定为 300 K,其他来流参数设置可详见文献 [15]。

表 1 基本流来流参数

Table 1 Freestream parameters for the base flow

	Ma	来流总压/Pa	来流总温/K	单位雷诺数/ m^{-1}	来流温度/K
Case 1	6.0	1.03×10^6	462	1.01×10^7	57.46
Case 2	5.0	1.03×10^6	361	2.28×10^7	61.45
Case 3	4.5	1.03×10^6	308	3.57×10^7	62.31

首先,通过直接求解 N-S 方程获得定常平均流场。分别对长度、速度、温度等参数无量纲化,采用 Lax-Friedrichs 通量分裂格式进行方程离散,对流项采用 3 阶 WENO 格式,黏性项采用 4 阶中心格式。计算采用的整体及局部网格如图 2 所示。3 个工况均采用同一计算网格,在边界层内分别包含约 130、140、160 个法向网格点。

图 3 给出了基本流流向速度剖面,其中图 3(a)给出了本文方法与李新亮的 OpenCFD^[21] 方法计算得到的 $x = 100$ mm 位置处的基本流剖面对比曲线图,可

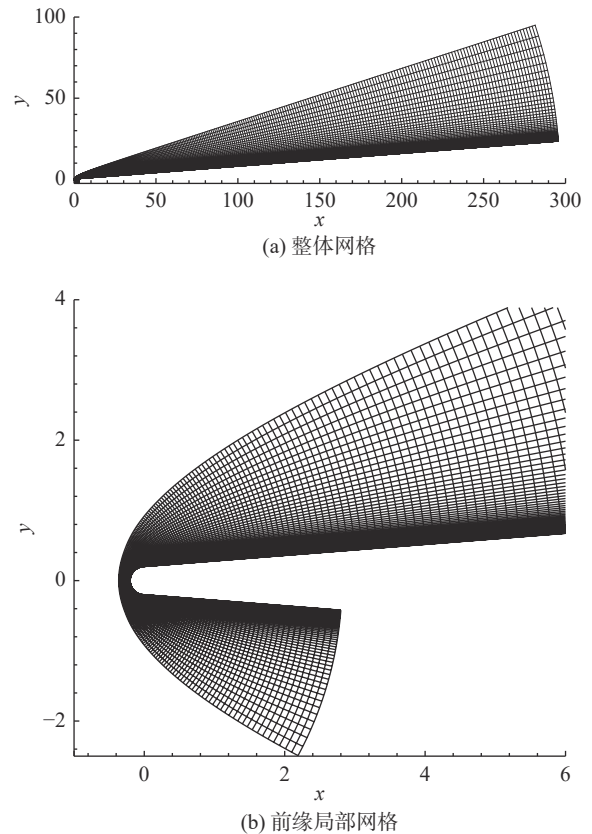


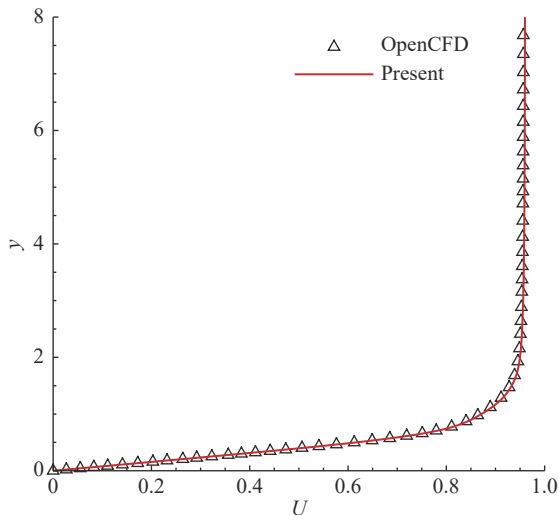
图 2 网格分布 (只显示流向间隔 2 个、法向间隔 4 个网格点)
Fig. 2 Mesh distributions (displayed at every 2 and 4 grid points in the streamwise and wall-normal directions, respectively)

以看出本文提出的方法计算结果与 OpenCFD 方法的结果很符合,验证了本文方法的可靠性;图 3(b)展示了使用 4 种不同的网格分布密度对网格收敛性的验证曲线,比较了不同流向和法向网格密度下 $x = 100$ mm 处的边界层流向速度分布,从图中看出,网格收敛性是足够的。后续研究中,流向及法向网格分布为 1001×301 ,这可以使在达到所需基本流计算精度的同时,尽可能地保证稳定性计算的精度。

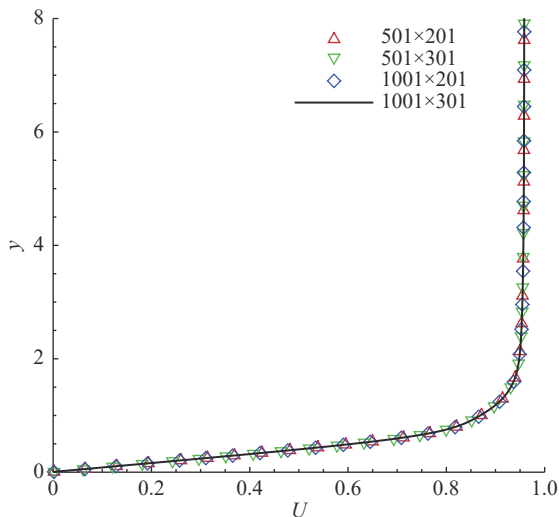
2.2 钝楔边界层的最优扰动分析

首先对得到的基本流流场进行线性稳定性分析,然而在给定的计算域内无法找到不稳定波模态扰动,这意味着单独使用模态增长理论无法说明边界层强制转捩问题,即便在感受性的影响下,边界层内可以激发模态扰动,该扰动依然不能沿下游增长乃至转捩。分析其原因,主要是受钝头所引起的熵层影响,边界层内的速度场剖面被显著改变,使得扰动的线性稳定性特征趋于稳定,这一现象与万兵兵^[22] 的研究结论保持一致。

与模态失稳理论相反的是,在张红军等的实验^[16] 中,壁面较低粗糙度的情况下是可以改善进气道不启动问题的。这意味着一定存在某种不同于模态失稳



(a) 本文求解器与OpenCFD对比



(b) 网格收敛性验证

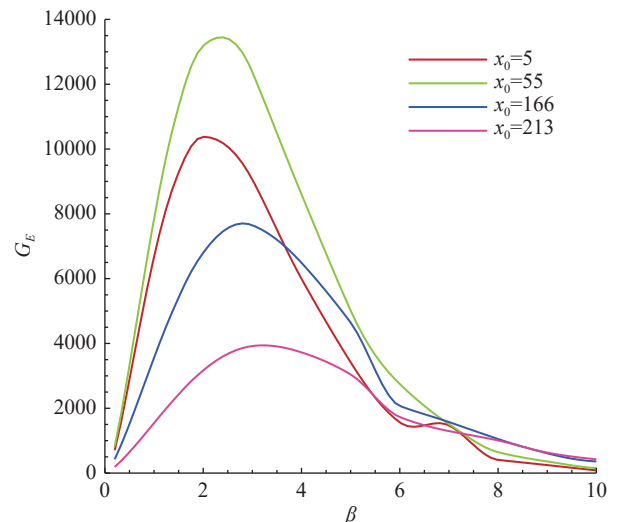
图 3 基本流 $x = 100 \text{ mm}$ 处流向速度 U 分布比较

Fig. 3 Streamwise velocity profile for the baseflow at $x = 100 \text{ mm}$

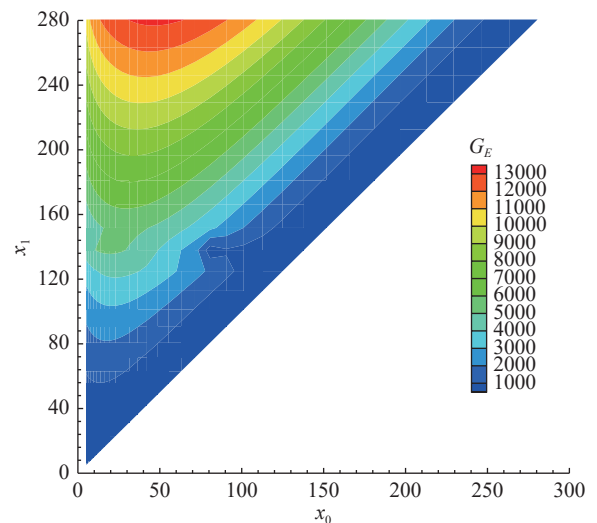
的物理机制使得扰动得以增长, 进而促使边界层内发生转捩, 从而抑制边界层分离, 使得进气道不启动问题得到改善。因此, 实验中较低高度的转捩片所引起的边界层转捩实际上很可能对应于非模态扰动增长所导致的转捩, 即通过局部的壁面转捩片诱导边界层内的非模态扰动的瞬态增长, 当该扰动增长到一定幅值时, 促使发生新的二次失稳机制从而导致边界层转捩。为了验证该猜想, 本文利用最优增长理论对钝楔边界层进行非模态扰动的瞬态增长分析, 研究此种机制下诱导转捩的可能性。

首先, 在马赫数一定的情况下 ($Ma = 4.5$) 进行最优扰动分析, 固定计算域出口位置为 $x_1 = 280 \text{ mm}$, 改变计算域入口位置及扰动的展向波数进行最优扰动计算。为方便描述扰动的放大倍数, 定义最优能量增

益 $G_E = \|q_1\|_E / \|q_0\|_E$, 其中: $\|q_i\|_E = \langle q_i, \mathbf{M}q_i \rangle$ 。图 4 给出了该工况条件下的最优能量增益, 其中图 4(a) 给出了不同初始位置下的最优能量增益随展向波数 β 的分布。从图中可以看到, 入口位置 $x_0 = 55 \text{ mm}$ 时最优能量增益大概在展向波数 $\beta = 2$ (对应波长约为 3.14 mm) 附近, 最大可达入口能量的 13000 多倍, 显示出较强的瞬态增长特性。图 4(b) 给出了固定 $\beta = 2$ 时最优能量增益随计算域 $[x_0, x_1]$ 的变化, 可以看出, 当计算域为 $[50 \text{ mm}, 280 \text{ mm}]$ 时, 最优能量增益达到最大值。此外, 在 $x_0 = 80 \text{ mm}$ 附近的区域存在拐折, 目前尚不清楚该拐折产生的原因, 但考虑到 $[x_0, x_1]$ 的最优能量增益是分别计算的, 并不存在依赖关系, 并且该拐折所出现的位置最优能量增益较小, 对后文的分析和结论并无影响, 因此本文不对其产生的原因进行探究。



(a) 不同初始位置 x_0 的最优能量增益随展向波数 β 分布



(b) 最优能量增益随计算域 $[x_0, x_1]$ 的变化

图 4 $Ma = 4.5$ 工况下的最优能量增益

Fig. 4 Variation of optimal energy growth at $Ma = 4.5$

其次,分析了来流马赫数对最优增长的影响,图5给出了 $Ma=5, \beta=2$ 和 $Ma=6, \beta=1.2$ 这2个工况下最优能量增益随计算域的变化,其中不同马赫数下给定的展向波数 β 分别对应此时最优扰动能量增益的展向波数取值。从图中可以看出,在 $Ma=5$ 这一工况下,最优能量增益的最大值约为8400, $Ma=6$ 这一工况下,最优能量增益的最大值约为3683。因此,可以得出结论:随着来流马赫数的增加,瞬态增长减弱,这意味着流场更加趋于稳定,转捩逐渐推迟。

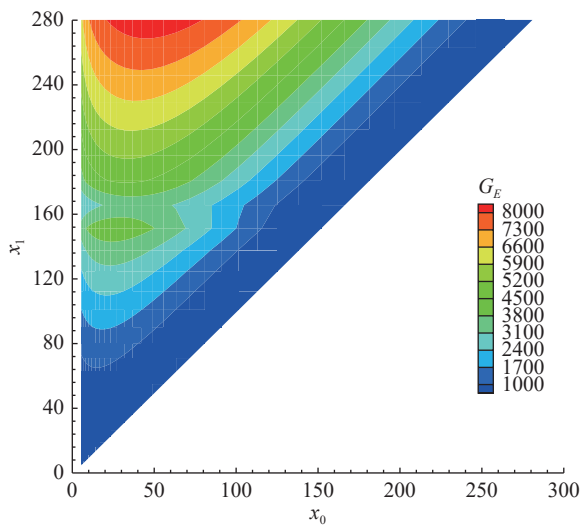
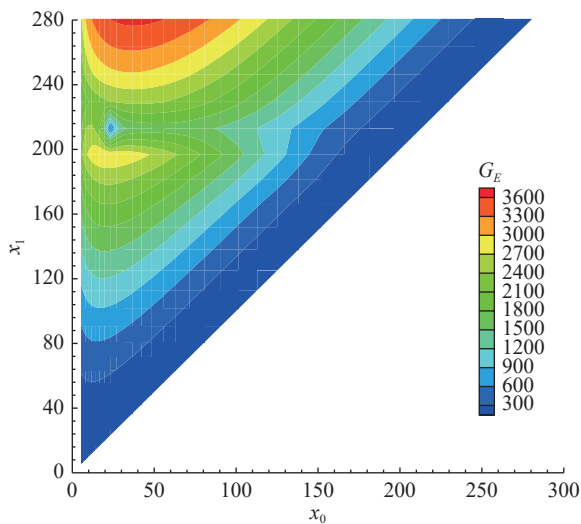
(a) $Ma=5, \beta=2$ (b) $Ma=6, \beta=1.2$

图5 不同马赫数下最优能量增益随计算域的变化

Fig. 5 Variation of the optimal energy growth with the computational domain size at different Mach numbers

从各个工况的计算结果中不难看出,流场中存在着典型的瞬态增长过程,且增长倍数很大,这意味着当壁面转捩片局部激励出较大的最优扰动幅值时,该扰动的幅值在下游至少可以增长两个量级。当转捩

片高度较低(约为当地边界层厚度的 $1/6 \sim 1/4$)时,虽然不足以通过 lift-up 效应在边界层尾迹直接激发出典型的三维流场结构进而发生转捩,但由于其仍然具有一定的高度,当转捩片形状和展向空间尺度合适时,仍可能激发出一定的初始扰动幅值。因此,在设计强制转捩装置时,可以有意识地选择最优增长扰动对应的展向波数,这样有利于边界层转捩。张红军等^[16]的强制转捩装置实验中,转捩片展向尺度大约在 $4 \sim 5$ mm,安放位置在距前缘 $40 \sim 50$ mm的区域,对应的展向波数 β 约为 $1.2 \sim 1.6$ 。根据计算给出的结果,此时流动具有较大的最优能量增益,这说明了转捩片是有可能让流场激发出最优增长扰动,进而通过非线性效应发展成湍流。关于最优扰动的非线性发展促发转捩的问题,将在2.4节进行详细分析与讨论。

2.3 凹曲率对最优增长扰动的影响

在确定了转捩片可以诱导边界层非模态扰动失稳之后,还需明确另外一个问题:曲率对扰动失稳过程的影响。对于前体进气道来说,通常情况下会使用等熵压缩面或者分段压缩面。在等熵压缩面中,壁面具有一定的随流向变化的凹曲率;对于分段压缩的情况,由于在折角压缩位置经常有局部弱分离流场,有效流动实际上在折角局部也是存在一定的曲率的,因此有必要研究曲率对最优扰动的影响。

以 $Ma=5$ 为基准流场,考察凹曲率对最优扰动演化的影响。为使问题简单化,将计算模型调整为厚度为 0.4 mm的钝板,来流攻角为 -9° ,计算域选择最大到 500 mm。本文共计算了4个工况,其中3个工况的曲率分别为 $\kappa_1=0$ 、 $\kappa_2=0.20$ /m、 $\kappa_3=0.25$ /m,相应的曲率半径为 0 、 5 、 4 m,第4个工况为等熵压缩面即曲率随流向存在变化。

对于无曲率(平板)情况,图6给出了不同展向波数下扰动的最优能量增益。从图6(b、c)可以看出,展向波数 $\beta=1.2$ 、 1.6 (展向波长分别为 5.236 、 3.927 mm)时,具有较大的最优能量增益,其中当 $\beta=1.2$, $[x_0, x_1]=[60.7, 503.7]$ 时,最大能量增益为 17217 。

最优扰动的计算结果依赖于计算域,这里将计算域的出口固定为实验中的转捩点($x_1=500$ mm)。图7给出了不同计算域入口、不同展向波数扰动,在曲率半径分别为 5 、 4 m以及等熵压缩面工况时的最优能量增益。从图中不难看出,在上述3个工况条件下,最优能量增益分别可达 10^{10} 、 10^{11} 的量级,等熵压缩面工况下的最优能量增益介于两者之间。3个工况下最大能量增益对应的最优展向波数 β 约为 3.5 (展向波长约为 1.795 mm);与平板相比,壁面为凹曲率时

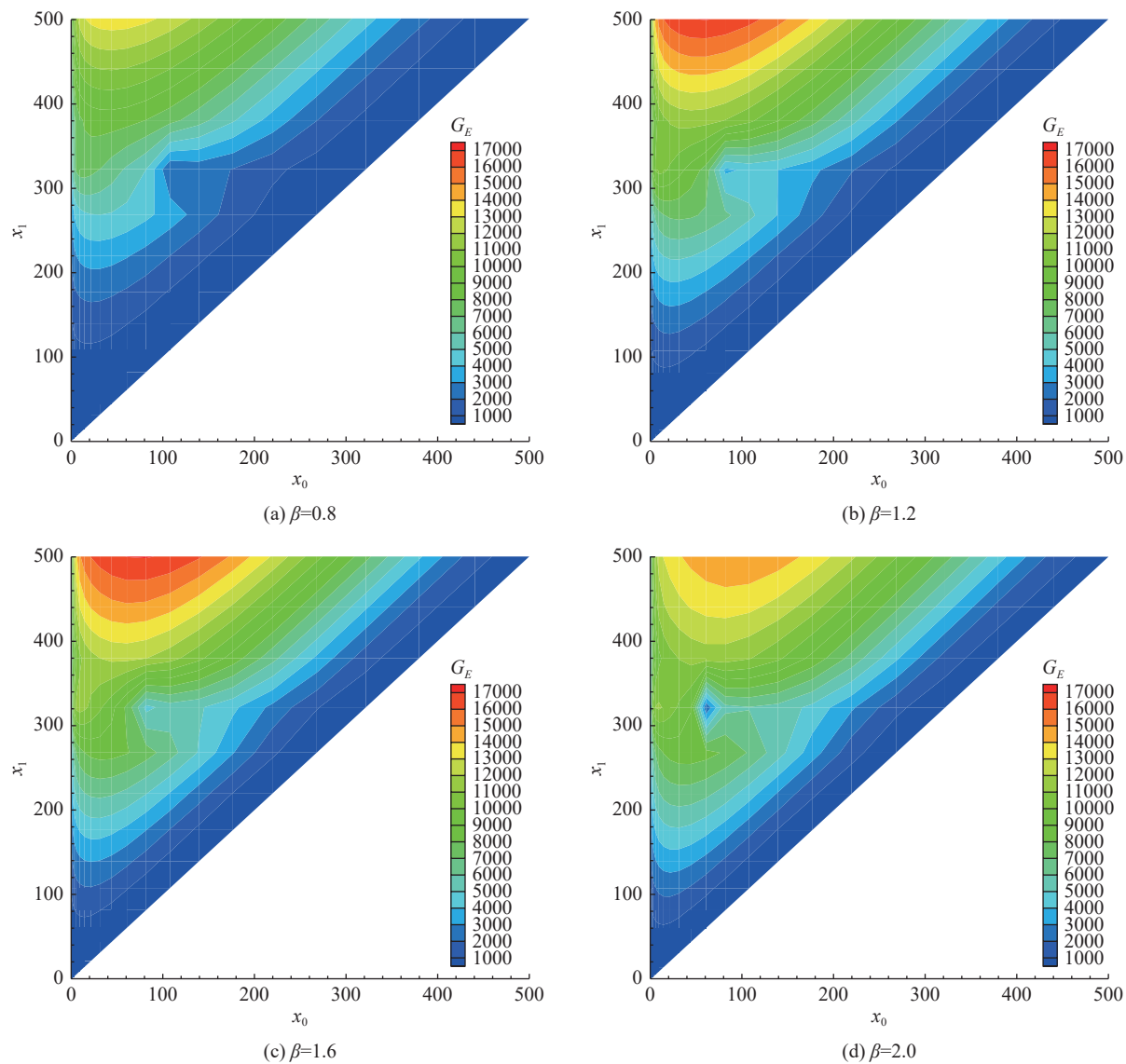


图 6 平板边界层不同展向波数下扰动的最优能量增益

Fig. 6 Optimal energy growth in the flat-plate boundary layer for disturbances with different spanwise wave numbers

对应的最优展向波长呈现减小趋势。在曲率半径为 5、4 m 两个等曲率工况下, 最优计算域入口为 $x_0 = 9.2$ mm, 且最优能量增益对计算域入口敏感。

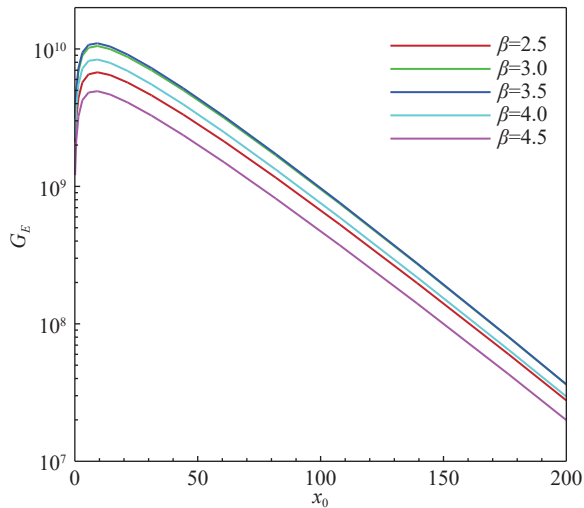
根据分析结果不难得到以下结论: 小曲率半径或者较大曲率对最优扰动的增长促进作用显著, 曲率的存在会使得流场更容易转捩。但是这种促进作用在定曲率问题中是确定的; 而对于变曲率分布的情况, 不同曲率下对应的具有较大能量增长能力的最优增长扰动的展向波数存在一定差异, 因此, 该条件下曲率增大并不会使流场变得更不稳定, 需要根据具体的等熵压缩曲面形状直接计算使用最优增长理论计算带曲率条件下的最优能量增长。

2.4 最优增长下游条纹的二次失稳分析

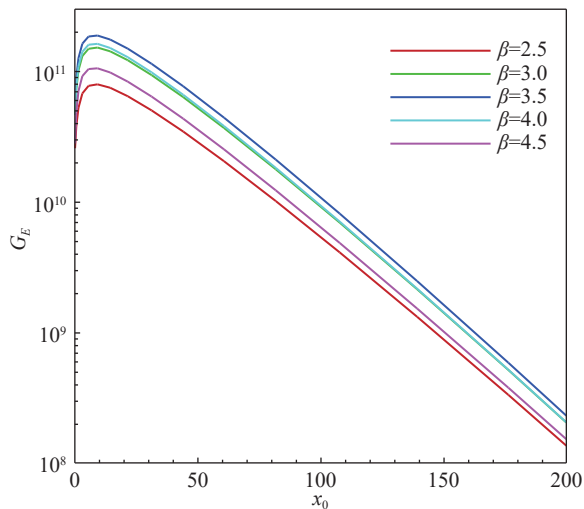
上述研究给出了最优增长扰动的放大倍数, 并且

通过计算可以基本确定在激励幅值较大情况下的最优扰动, 从而得到瞬态增长的最危险估计。在设计强制转捩片的尺度过程中, 直接分析转捩片的激励存在着较大的计算难度。从工程分析的角度来看, 由于这两种激励(强制转捩片和最优增长扰动)频率都为 0, 因此考虑以最优扰动来评估壁面强制转捩片的激励效果, 观察其是否有利于转捩的发生。

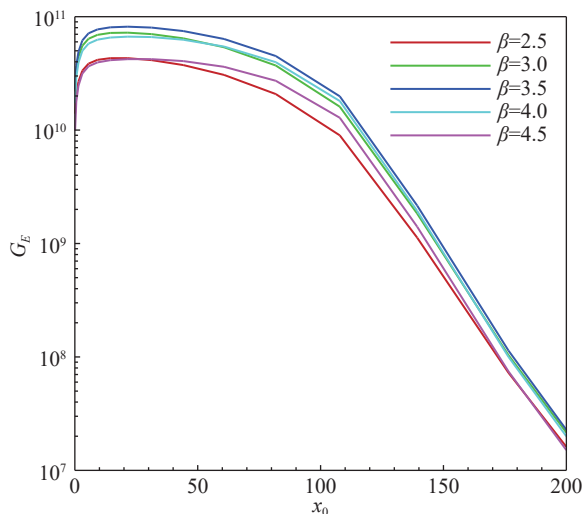
不过, 前文提到的最优扰动分析模型主要是基于线性模型开展的, 其动力学稳定性本质属于条件稳定性, 与初始扰动的形式存在关联。考虑到实际的扰动演化是非线性的, 因此本文采用非线性抛物化稳定性方程(nonlinear parabolized stability equations, NPSE)来计算最优扰动的非线性演化, 并对非线性演化可能生成的条纹结构进行二次失稳分析, 探索其导致转捩发



(a) 曲率半径5 m



(b) 曲率半径4 m



(c) 等熵压缩面

图7 出口 $x_1 = 500$ mm 时不同计算域入口、不同展向波数扰动的最优能量增益

Fig. 7 Optimal energy growth for different computation domain inlets x_0 and different spanwise wavenumbers of disturbances at $x_1 = 500$ mm

生的可能性。

考虑到扰动的演化特征以及最优扰动分析的计算结果,结合前文提到工况的基本参数,选取 $Ma = 5$,其余基本来流工况参数与表1中给出的值相同。为了同时对比不同曲率下的情况,计算了两个非线性演化的算例,具体参数见表2。其中,扰动的初始幅值通过试算对应的转捩位置约500 mm或300 mm处反向标定给出。

表2 最优扰动非线性演化工况

Table 2 Flow conditions for the nonlinear evolution of optimal disturbance

	入口位置 x_0/mm	初始幅值 A_0	展向波数 β_0	展向波长 /mm	物面曲率 /m ⁻¹
算例1	45	0.003	1.6	3.927	0
算例2	45	0.001	3.5	1.795	0.25

入口位置根据最优扰动理论计算得到的扰动分布来确定。典型地,图8给出了算例1对应的入口最优扰动的形函数模的分布。从图中不难看出,最优扰动区别于模态扰动,相比流向速度扰动,法向和展向速度扰动都具有较大的幅值。图9给出了入口为最优扰动时采用NPSE计算的两个算例的非线性扰动演化过程,其中纵坐标 Au 表示不同扰动展向波数分量的幅值。从图中可以看出,在算例1条件下,最优扰动的增长较慢,因此能够一直维持饱和状态;而算例2由于扰动增长很快,尽管其初始幅值比算例1平板情况还要小,NPSE在流向位置 $x = 292$ mm的位置处就已经发散。结合前文关于曲率的讨论,可以得出以下结论:即使考虑非线性演化过程,最优扰动在有

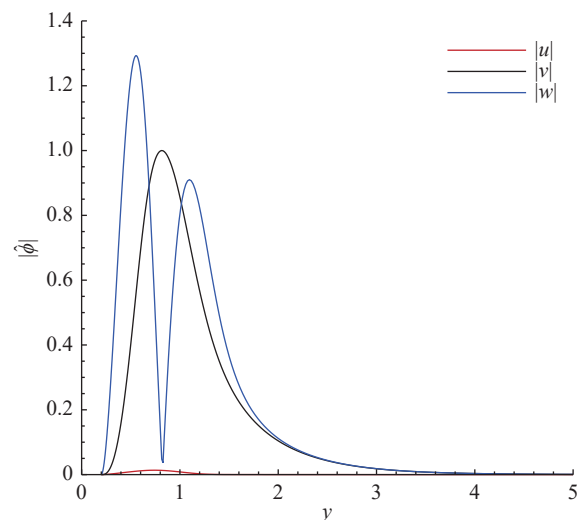


图8 入口 ($x_0 = 45$ mm) 最优扰动机函数分布

Fig. 8 Shape function for the optimal disturbance distribution at inlet ($x_0 = 45$ mm)

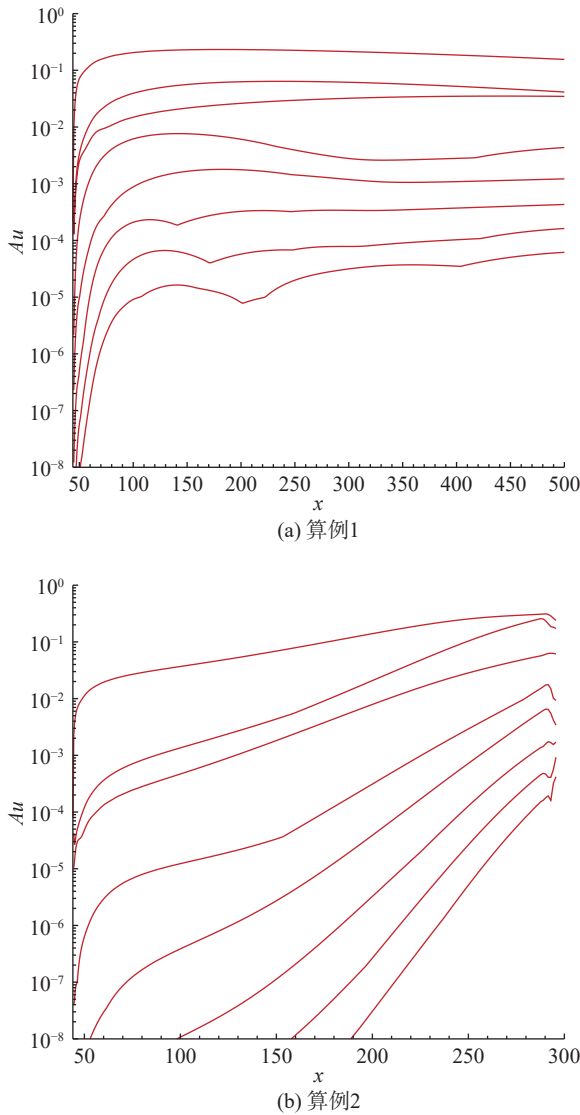


图 9 最优增长扰动的非线性演化

Fig. 9 Nonlinear evolution of the optimal energy growth disturbance

曲率存在时仍然具有较大的放大能力并能导致转捩提前发生。

图 10 给出了最优扰动发展得到的条纹边界层, 其中图 10(a)给出了算例 2 法向位置 ($y/\delta = 1.0$) 的流场横截面流向速度 u 分布, δ 对应当地二维边界层的排移厚度。从图中可以明显看出, 在流场下游区域有一个流向条纹结构, 该结构从 $x = 170 \text{ mm}$ 附近开始逐渐出现, 结合图 9(b) 可以看到, 条纹结构对应的扰动非线性演化在该位置后逐渐增长到较大的幅值, 并在更下游区域 ($x = 210 \text{ mm}$ 后) 更加显著。图 10(b) 则给出了 $x = 280 \text{ mm}$ 位置处的流向速度截面及其法向导数分布云图, 可以明显看到, 下游条纹结构具有较为明显的拐点, 这意味着发生二次失稳的可能性较大。

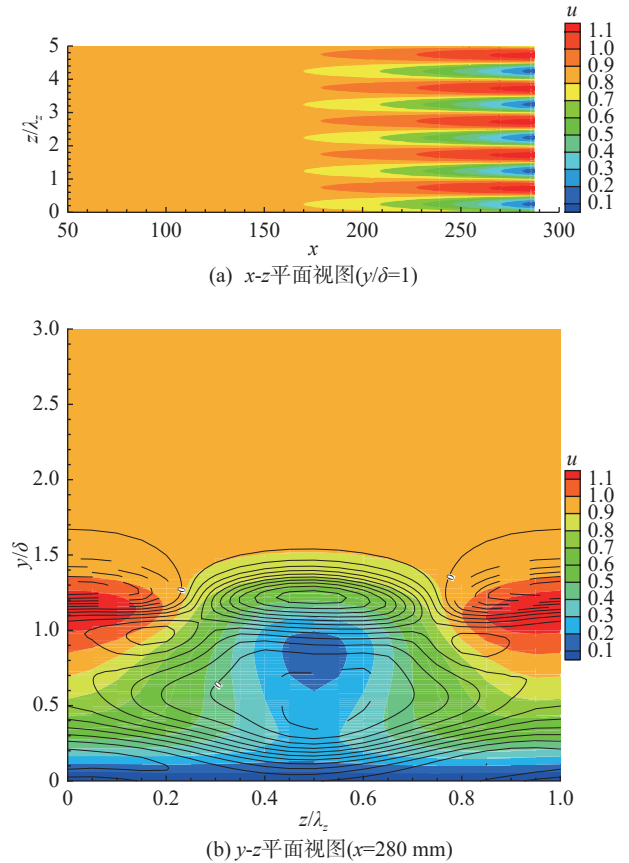


图 10 最优扰动发展得到的条纹边界层 (云图代表流向速度, 线条代表流向速度的法向导数, 实线是正数, 虚线是负数)

Fig. 10 Streaky boundary layer evolved from the optimal energy growth disturbance (The cloud image represents the flow velocity; The line represents the normal derivative of the flow velocity, the solid line is positive, the dashed line is negative)

为进一步分析最优条纹的二次失稳特性, 本文对其进行了二次失稳分析, 主要是讨论条纹边界层进一步失稳转捩成湍流的可能性。

图 11 给出了上述 2 个算例条件下条纹边界层不同流向位置的二次失稳分析结果, 此处选用的是时间模式, 图中横坐标对应于失稳扰动波数范围, 纵坐标则对应于失稳的增长率。从图中可以看出, 对于算例 1, 随着流向条纹结构向下游推进, 扰动失稳的范围显著扩大, 同时失稳扰动的增长率也显著放大, 最大增长率约为 0.04。与无条纹存在时的二维平板边界层相比, 最优扰动激励出的条纹结构使得边界层变得更加不稳定。最优扰动的存在使得二次扰动在上游区域存在明显的失稳特性, 这种失稳特性在流向的累积则促进流场向转捩到湍流的趋势发展。对于算例 2, 由于曲率的存在, 此时失稳扰动的范围更大, 且增长率也更大, 最大可接近 0.07。扰动在 $x = 230 \sim 260 \text{ mm}$ 区域内, 增长率从 0.015 迅速增大到 0.06, 同时伴随着更大范围的扰动失稳现象。因此, 当上游存

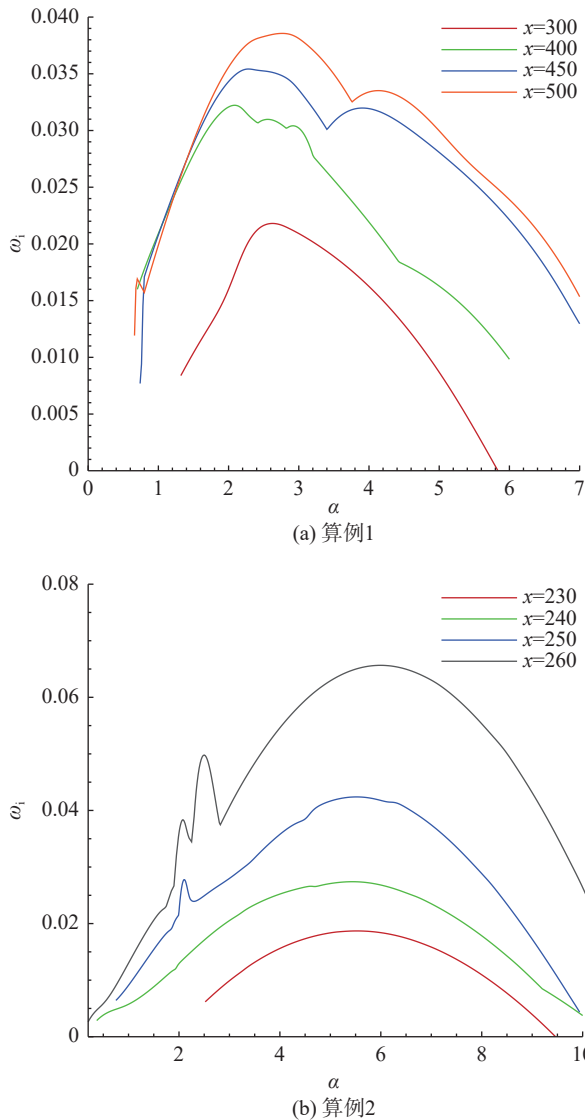


图 11 条纹边界层流向不同位置的二次失稳

Fig. 11 Secondary instabilities of the streaky boundary layers at different streamwise locations

在最优扰动时,即便初始幅值相对较小,但最优扰动能量增益水平较大,激励出条纹结构的可能性较大,并促进转捩的发生。

3 结论

本文采用最优扰动理论和二次失稳理论研究了高超声速钝楔边界层的非模态失稳特性,得到如下结论:

1) 在本文给定工况下的钝楔边界层计算域中很难找到失稳模态扰动,但分析表明,非模态增长具有较大的增长能力,这说明较大外界扰动(如壁面转捩片等)引起钝楔边界层转捩的可能性较大。因此,在设计强制转捩装置时,可选择最优增长扰动对应的展向波数,这样更有利于边界层转捩提前发生。

2) 最优增长的扰动幅值在下游至少可以增长两个量级,但随着马赫数的增加,瞬态增长效应逐渐减弱,流场趋于稳定。

3) 曲率的存在使流场更容易转捩,钝楔的曲率对最优扰动增长的促进作用显著。线性稳定性理论和非线性抛物化稳定性理论同时揭示了在定曲率的工况下,最优扰动增益效果显著高于无曲率的情况。

4) 最优扰动的非线性演化的下游流场中会出现明显的流向条纹结构,对该条纹结构进行二次失稳分析表明该结构能显著促进转捩发生。即便最优模态扰动的初值较小,若具有较大的非模态扰动能量增益能力,也可以通过二次失稳机制促进其转捩提前发生。

以上结论对设计高速飞行器前体进气道的强制转捩装置具有一定参考意义,但由于实际飞行器中前体结构是更复杂的,钝楔模型只是对该问题的一种几何简化,未来在三维高超声速边界层中的非模态失稳问题有待进一步研究并在此基础上发展相关设计方法。

致谢:感谢空军航空大学的王宇天博士和中国航空空气动力研究院的张红军副研究员在论文研究中给予的支持和帮助。

参 考 文 献:

- [1] MORKOVIN M V. Transition in open flow systems—a reassessment[J]. Bull. am. phys. soc, 1994, 39: 1882.
- [2] TREFETHEN L N, TREFETHEN A E, REDDY S C, et al. Hydrodynamic stability without eigenvalues[J]. Science, 1993, 261(5121): 578–584. doi: 10.1126/science.261.5121.578
- [3] HANIFI A, SCHMID P J, HENNINGSON D S. Transient growth in compressible boundary layer flow[J]. Physics of Fluids, 1996, 8(3): 826–837. doi: 10.1063/1.868864
- [4] ANDERSSON P, BERGGREN M, HENNINGSON D S. Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers[J]. Physics of Fluids, 1999, 11(1): 134–150. doi: 10.1063/1.869908
- [5] TUMIN A, RESHOTKO E. Spatial theory of optimal disturbances in boundary layers[J]. Physics of Fluids, 2001, 13(7): 2097–2104. doi: 10.1063/1.1378070
- [6] TUMIN A, RESHOTKO E. Optimal disturbances in compressible boundary layers[J]. AIAA Journal, 2003, 41(12): 2357–2363. doi: 10.2514/2.6860
- [7] PRALITS J O, BYSTRÖM M G, HANIFI A, et al. Optimal disturbances in three-dimensional boundary-layer flows[J]. ERCOFTAC Bulletin, 2007, 74: 23–31.
- [8] REN J, FU S, HANIFI A. Stabilization of the hypersonic boundary layer by finite-amplitude streaks[J]. Physics of Fluids, 2016, 28(2): 024110. doi: 10.1063/1.4941989

- [9] Berry S A , Difulvio M , Kowalkowski M K. Forced boundary-layer transition on X-43 (hyper-X) in NASA LaRC 20-inch Mach 6 air tunnel[J]. Post-Print, 2000, 15(2): 329–330.
doi: [10.1051/rnd:19860241](https://doi.org/10.1051/rnd:19860241)
- [10] BERRY S, DARYABEIGI K, WURSTER K, et al. Boundary layer transition on X-43A[J]. Journal of Spacecraft & Rockets, 2014, 47(6): 922–934.
doi: [10.2514/1.45889](https://doi.org/10.2514/1.45889)
- [11] Mathew P B. Laminar instability and transition on the X-51 [D]. Purdue University, 2009.
- [12] KIMMEL R, ADAMCZAK D W, GOSSE R, et al. Ground test and computation of boundary layer transition on the hypersonic international flight research and experimentation (HIFiRE)-5 vehicle[R]. Air Force Research Lab Wright-patterson Afb Oh Air Vehicles Directorate, 2011.
doi: [10.21236/ada548272](https://doi.org/10.21236/ada548272)
- [13] 赵慧勇, 周瑜, 倪鸿礼, 等. 高超声速进气道边界层强制转捩试验[J]. 实验流体力学, 2012, 26(1): 1–6.
ZHAO H Y, ZHOU Y, NI H L, et al. Test of forced boundary-layer transition on hypersonic inlet[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2012, 26(1): 1–6 (in Chinese).
doi: [10.3969/j.issn.1672-9897.2012.01.001](https://doi.org/10.3969/j.issn.1672-9897.2012.01.001)
- [14] 涂国华, 燕振国, 赵晓慧, 等. SA 和 SST 湍流模型对高超声速边界层强制转捩的适应性[J]. 航空学报, 2015, 36(5): 1471–1479.
TU G H, YAN Z G, ZHAO X H, et al. SA and SST turbulence models for hypersonic forced boundary layer transition[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(5): 1471–1479 (in Chinese).
doi: [10.7527/S1000-6893.2014.0292](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2014.0292)
- [15] 张红军, 沈清. 新型高超声速进气道边界层人工转捩方法研究[J]. 实验流体力学, 2016, 30(2): 75–78,102.
ZHANG H J, SHEN Q. A new method of artificial boundary layer transition for hypersonic inlet[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2016, 30(2): 75–78,102 (in Chinese).
doi: [10.11729/sytlx20150088](https://doi.org/10.11729/sytlx20150088)
- [16] 张红军, 朱志斌, 尚庆, 等. 锯齿形转捩片触发高超声速进气道边界层转捩的大涡模拟[J]. 航空学报, 2019, 40(10): 122930.
ZHANG H J, ZHU Z B, SHANG Q, et al. Large eddy simulation of hypersonic inlet boundary layer transition triggered by zig-zag trip[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40 (10): 122930 (in Chinese).
doi: [10.7527/S1000-6893.2019.22930](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2019.22930)
- [17] RESHOTKO E, TUMIN A. The blunt body paradox—a case for transient growth[M]// Laminar-Turbulent Transition. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2000: 403–3408.
doi: [10.1007/978-3-662-03997-7_60](https://doi.org/10.1007/978-3-662-03997-7_60)
- [18] PAREDES P, CHOUDHARI M M, LI F. Blunt-body paradox and transient growth on a hypersonic spherical forebody[J]. Physical Review Fluids, 2017, 2(5): 053903.
doi: [10.1103/physrevfluids.2.053903](https://doi.org/10.1103/physrevfluids.2.053903)
- [19] 张永明. PSE 在可压缩边界层中扰动演化和超音速边界层二次失稳中的应用[D]. 天津: 天津大学, 2008.
ZHANG Y M. Applications of PSE to evolution of disturbances in compressible boundary layers and to secondary instability in supersonic boundary layers[D]. Tianjin: Tianjin University, 2008 (in Chinese).
- [20] 王宇天, 刘建新, 王晓坤, 等. 多孔壁面对高速边界层最优增长条带二次失稳的影响规律[J]. 航空学报, 2023, 44(22): 128519.
WANG Y T, LIU J X, WANG X K, et al. Effects of porous wall on secondary instability of optimal growth streaks in high speed boundary layers[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(22): 128519 (in Chinese).
doi: [10.7527/S1000-6893.2023.28519](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2023.28519)
- [21] LI X L, FU D X, MA Y W. Direct numerical simulation of hypersonic boundary layer transition over a blunt cone[J]. AIAA Journal, 2008, 46(11): 2899–2913.
doi: [10.2514/1.37305](https://doi.org/10.2514/1.37305)
- [22] 万兵兵. 考虑熵层高超声速钝头体边界层的感受性问题研究[D]. 天津: 天津大学, 2018.
WAN B B. Study on sensitivity of hypersonic blunt body boundary layer considering entropy layer[D]. Tianjin: Tianjin University, 2018 (in Chinese).

(本文责编: 张兴焕)