

文章编号: 0258-1825(2004)01-0014-06

大涡 PIV 方法测量水平矩形槽道内湍流耗散率

王汉封 郭福水 柳朝辉 郑楚光

(华中科技大学煤燃烧国家重点实验室, 湖北 武汉 430074)

摘要 湍能耗散率的准确测量对工程实际和湍流的理论研究都有着重要的意义。以往的研究多是基于单点速度测量来估算单点的湍能耗散率或者有限体积内的平均值, 而不能提供整个流场范围内的耗散率的分布情况。PIV 能够测量瞬时流场的速度分布情况, 它更适用于用来测量整个流场内的耗散率分布。本文分析了 PIV 测量得到的速度与单点测量方法之间的关系, 提出了大涡 PIV 方法, 运用大涡模拟中的亚网格尺度(SGS)应力模型, 对 PIV 测量结果进行处理得到了水平槽道内的耗散率的分布。对采用不同 SGS 模型的结果以及量纲分析的结果进行了比较。

关键词: 湍能耗散率; PIV; 大涡模拟; 亚网格模型; 矩形槽道

中图分类号: V211.71 文献标识码: A

0 引言

湍流流动广泛存在于化工、燃烧、管内流动等各种工程实际中。湍能耗散率对这些过程均有着重要的影响, 以往的研究多基于单点测量的结果进行处理, 以得到单点上的耗散率或一有限体积内的平均值, 这样单点方法不能满足对实际工程分析的需要^[1,2]。同样, 在湍流的理论模型研究中, 耗散率方程, 或者雷诺应力等其它量的输运方程中耗散的相关项大多采用量纲分析的方法进行封闭, 是湍流模型中最不精确的部分^[3], 准确的测量流场范围内的湍能耗散率可以为评价及改进湍流模型提供重要的依据。因此, 测量一定流场范围内耗散率的分布情况就显得十分重要^[1]。

已有文献给出的耗散率的单点测量方法通常都包括对流动的简化假设而且其精度也不能令人满意。根据湍能耗散率定义直接进行测量虽然能提高测量精度, 但是却需要复杂的多热线探针^[4], 使得该方法很难应用于实际测量中。PIV 方法相对单点测量的优势在于, 它能够同时测量一个平面上的速度分布, 这就使以 PIV 测量为基础, 得到一定流场范围内的湍能耗散率等空间关联量成为可能。值得注意的是 PIV 测量得到的每一个速度矢量都是“过滤”以后的值, 即一个有限范围(查问区间)内的平均值。小于该

范围尺度的涡团运动都被过滤掉了, 这些都十分类似于大涡模拟(LES)中的大涡团尺度和亚网格尺度及滤波等概念。PIV 的查问区间尺度通常都会超过湍流流场中的最小涡团尺度, 处理 PIV 的测量数据, 必须借用大涡模拟中的“大涡尺度”和“亚网格尺度”的概念。由于 PIV 测量的上述特点, 必须采用一种基于整个速度场测量的新的耗散率测定方法。

在湍流中大尺度涡团主要从宏观平均流动中吸收能量, 向较小尺度涡团传递, 并且其各向异性的结构强烈地依赖于宏观流动; 另一方面, 小尺度涡团主要对大涡团传递的能量起耗散作用, 并且呈现出不依赖于宏观流动的各向同性的特点。大涡模拟正是利用湍流的这一特性, 利用一个特定的尺度对湍流涡团进行过滤, 对于较大涡团直接求解其 Navier - Stokes 方程, 由于过滤带来的亚网格应力, 则必须用亚网格模型进行封闭。由于 PIV 测量的空间过滤特性与 LES 十分类似, 我们将利用大涡模拟及亚网格模型的方法来处理 PIV 测量得到的速度场, 并运用该方法测定水平槽道内壁面附近湍能耗散率的分布情况。

1 大涡 PIV 方法

PIV 系统能够同时测量一个平面上的速度分布, 因此速度场的空间导数和其它空间相关等量从理论上说可以直接从 PIV 测量的速度场中得到。然而

* 收稿日期: 2003-01-16; 修订日期: 2003-04-01.

基金项目: 国家自然科学基金(编号 52076021), 国家重大基础研究规划(G1999022207).

作者简介: 王汉封(1976-), 男, 博士生, 主要研究领域: 热能动力工程.

PIV 的空间分辨率是有限的, 可以用(1)式表示:

$$L_r = \frac{L_{IC}}{L_{CCD}} \cdot L_v \quad (1)$$

其中 L_r 是 PIV 系统可分辨的最小长度尺度, L_{IC} 和 L_{CCD} 分别为查问区间和 CCD 的分辨率(通常用像素数表示), L_v 表示 CCD 所实际拍摄范围的尺寸。很显然, 对一个特定的 PIV 系统, 要求系统分辨提高则必须减小 CCD 拍摄的范围。例如在本实验中, $L_{IC} = 64$ 像素, $L_{CCD} = 1280$ 像素, 流动的雷诺数约为 9000, 估算的 Kolmogorov 尺度约 $80\mu\text{m}$, 为了能够使 PIV 的分辨率达到这样的要求, PIV 实际拍摄范围只能小于 1.6mm , 这样的范围对于实际应用来说显然太小。为了发挥 PIV 测量特点又避免上述情况发生, 必须采用一种新的基于整个流场测量的耗散率处理方法。

PIV 测量得到的速度与以往单点测量方法所得的速度在物理意义上是不同的, 作为互相关算法的结果, 每一个空间速度矢量都是查问区间范围内速度的空间平均值, 也就是说它是一个空间过滤后的结果, 即小于一个空间尺度的量都被平均化了。因此应用 PIV 测量的速度场来求其他的一些统计量如: 湍能、雷诺应力等的时候, 就必须考虑 PIV 测量的速度与真实点速度间的差别。将一个查问区间内的速度对中心点处速度 u_i 作二元泰勒展开可以得到式(2), 其中代表查问区间中心点的速度。

$$\begin{aligned} u(x+h, y+k) &= u(x, y) \\ &+ \frac{1}{1!} \left(h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot u(x, y) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 \cdot u(x, y) \\ &+ \frac{1}{3!} \left(h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right)^3 \cdot u(x, y) + \dots \quad (2) \end{aligned}$$

在查问区间上对 h 和 k 积分, 然后再取平均, 可以得到空间平均的速度值, 即 PIV 测量得到的结果, 其中 Δ 表示查问区间的尺寸。

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u \frac{\Delta^2}{24} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ &+ \frac{\Delta^4}{192} \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial^2 x \partial^2 y} + \frac{1}{10} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \right) + \dots \quad (3) \end{aligned}$$

(3) 式右边第二项在数量级上与 $(\Delta^2 u) / (24l^2)$ 相当, l 是积分长度尺度。由此可见, 当满足 $\Delta \ll l$ 时, 真实速度 u 可以用 PIV 测量得到的速度 \bar{u} 来近似。同样下面的关系式也都会得到满足, 括号表示系综平均:

$$\text{万方数据} \quad u_i \approx \bar{u}_i ;$$

$$u'_i \approx \bar{u}_i - \bar{u}_i ;$$

$$u'_i u'_j \approx \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

即当查问区间长度远小于当地积分长度尺度时, 雷诺统计平均量可以由 PIV 的测量近似。在本文所述的实验中 $\Delta = 0.358\text{mm}$, $l = 1.5\text{mm}$, 故(3)式中右端第二项约为 $0.0024u$, 显然在本实验中忽略(3)式中第二项及其以后的高阶项在精度上是允许的。

在大雷诺数的流动中, 可以认为湍能是由与流动有关的大尺度涡团产生, 并随大尺度涡团不断破碎向较小的涡团传递, 最终在粘性尺度范围内被耗散掉。在这两种尺度之间有很大的范围(大涡模拟中所谓的过滤尺度对应的波数就在该范围内, 即截断波数)湍能既不产生也不耗散, 在这个范围内的涡团仅仅是将由较大涡团传递的湍动能继续传递给更小尺度的涡团, 所传递的能量与耗散掉的能量在数量上是相等的。

基于上面讨论, 我们可以通过计算从大尺度涡团到小尺度涡团的湍能传递量来测定湍能的耗散率。下面将给出大涡模拟的基本思路及计算耗散率的具体方法。瞬时速度和压力可以表示为:

$$u_i = \bar{u}_i + \tilde{u}_i, \quad p_i = \bar{p}_i + \tilde{p}_i \quad (5)$$

(5) 式中 \bar{u}_i, \bar{p}_i 是滤波后可分辨的速度及压力, 即 PIV 可以测量的尺度范围内的量, \tilde{u}_i, \tilde{p}_i 是速度和压力被滤除掉的部分。对瞬时不可压流体的 N-S 方程进行滤波可以得到 LES 方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0 ; \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\alpha \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} &= - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (6) \end{aligned}$$

其中 $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ 是亚网格应力张量, 必须用亚网格模型进行模拟。将(6)式乘 \bar{u}_i , 可以整理得到湍能输运方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(- \bar{p} \bar{u}_j + \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \tau_{ij} \bar{u}_i \right) \\ &- \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + 2 \tau_{ij} \bar{S}_{ij} \quad (7) \end{aligned}$$

其中 $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ 是应变率张量。方程(7)

中的最后一项是表示从大涡模拟可解析的尺度传递到小尺度的湍能, 从前面的讨论可以知道, 这一项就等于 Kolmogorov 尺度上的湍能耗散率。因此湍能耗散率能够通过下式计算得到。即:

$$\epsilon \approx \epsilon_{SGS} = -2 \tau_{ij} \bar{S}_{ij} \quad (8)$$

在本文的实验中,式(8)中所表示的系综平均用一系列 PIV 测量结果的时间平均代替。

式(8)中的亚网格应力 τ_{ij} 文献中已给出了多种封闭模型^[5],由于 PIV 测量数据的特点,动态模型等不适合处理 PIV 测量数据。本文将采用 Smagorinsky 模型和梯度模型以及量纲分析的方法,下面分别对这三种方法进行简要介绍:

(1) Smagorinsky 模型

由 Smagorinsky 等在 1963 年提出,应用最为广泛。在该模型中引进了涡粘性的概念,并假设涡粘性正比于亚网格特征长度尺度和湍流速度场的应变率张量。

$$\tau_{ij} = \nu_t \bar{S}_{ij} = -C_s^2 \Delta^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (9)$$

其中 $|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$, C_s 是 Smagorinsky 常数取 0.17 Δ 是亚网格特征尺度,本文中取 PIV 查问区间的尺度。

(2) 梯度模型

由 Clark 等人于 1979 年提出,该模型给出了亚网格应力与特征尺度和速度场梯度的关系:

$$\tau_{ij} = \frac{1}{12} \Delta^2 \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} \right) \quad (10)$$

由于其中所有的量都是过滤后的值,该模型适合于处理 PIV 测量得到的数据。

(3) 量纲分析

$$\epsilon \approx A \frac{u'^3}{l} \quad (11)$$

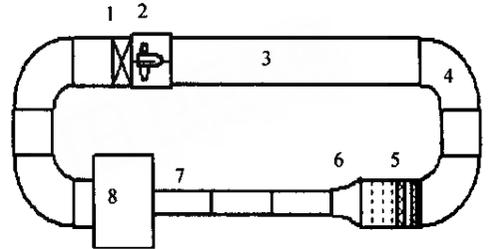
其中 l 是积分长度尺度, A 是量级为 1 的比例常数。 u' 是湍流脉动速度。

2 实验介绍

本文中的实验是在一截面为 $30\text{mm} \times 190\text{mm}$, 长度为 2.5m 的水平矩形槽道内进行的,实验系统布置 PIV 系统分别如图 1、图 2 所示。

本文实验中测试段内中心流速为 4.3m/s , $Re = 9000$ 。PIV 系统是美国 TSI 公司的产品,其激光器系统是由两台 Nd:YAG 激光器及光路调整系统封装成一体,输出激光波长为 532nm 的绿光。最大输出功率 120mJ/pulse , 激光功率以及两脉冲时间间隔均可以连续地调节,本实验中采用的两脉冲间隔是 $\Delta T = 10\mu\text{s}$, 测量区域内片光厚度为 1mm 。CCD 相机的分辨率是 16 位灰度, 1280×1024 像素,本实验中所拍摄图像分辨率为 $5.6\mu\text{m/pixel}$, 查问区间为 64×64 像素,即 $0.36\text{mm} \times 0.36\text{mm}$ 。运用跨帧的互相关算法处理所拍摄的粒子图像。示踪粒子采用燃烧生成的烟雾,从扩

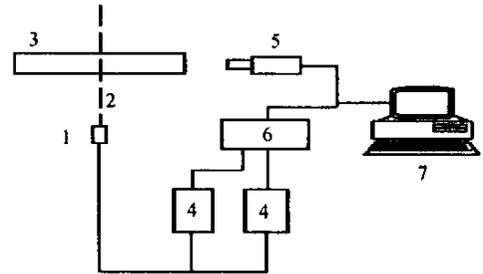
容室引入风道内,经过轴流风机及风道弯管部分的作用,已与空气十分均匀的混合。示踪粒子平均粒径约为 $5\mu\text{m}$, 这种粒径的粒子有较好的流动跟随性和光学散射性,对流场的跟随性在 95% 以上。CCD 系统采用频率为 3.75Hz , 连续拍摄 1000 帧瞬时二维速度场。



1 调节风门 2 轴流风机 3 风道 4 带导流叶片的弯头
5 稳定段(蜂窝器、滤网) 6 收缩段 7 测试段 8 扩容室

图 1 实验风洞布置示意图

Fig. 1 Experimental wind-tunnel set-up



1 激光器 2 片光源 3 测试段截面
4 激光电源 5 CCD 6 同步器 7 计算机

图 2 PIV 系统布置示意图

Fig. 2 PIV system

3 数据处理

图 3 中给出了分辨率为 $31.7\mu\text{m/pixel}$ 时,PIV 系统测量得到的整个流场的平均速度及脉动速度的分布情况, u 沿轴线方向的速度分量, v 是竖直方向的速度分量,槽道宽度方向的速度分量记为 w 。图中可以看出主流方向 u 的速度及脉动都大于 v 方向的值, v 方向的脉动速度大于其自身的平均速度。由于 PIV 测量的是一个平面上的速度分布,而在使用量纲分析方法中方程(11)时,其中的湍流脉动速度 u' 必须通过湍能来计算,我们假设两个非主流方向的脉动特性是相同的,即有 $w' = v'$ 故:

$$k = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \approx \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + v'^2) \quad (12)$$

同样在 Smagorinsky 模型和梯度模型中出现的与所有与 w 方向有关的梯度量,即 $\frac{\partial \bar{W}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{W}}{\partial y}, \frac{\partial \bar{W}}{\partial z}, \frac{\partial \bar{U}}{\partial z}, \frac{\partial \bar{V}}{\partial z}$ 等都必须用 PIV 测得的 u, v 两方向信息作相应近似。

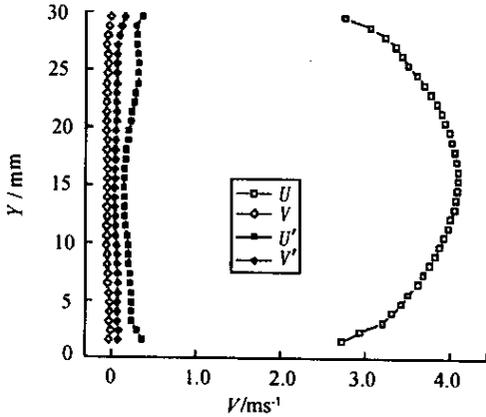


图 3 PIV 测量的平均及脉动速度分布

Fig.3 Velocity and fluctuation velocity captured by PIV

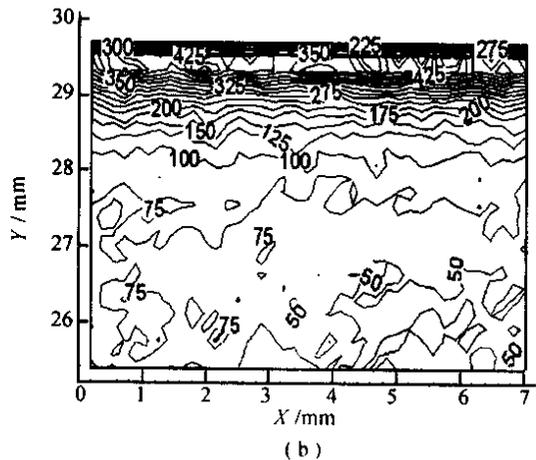
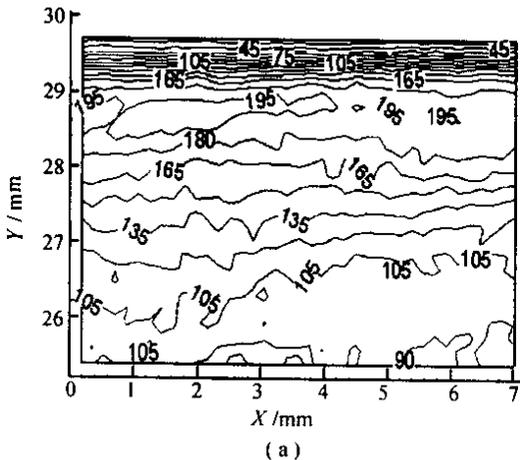
对于本文中所述的水平槽道的实验,其流动雷诺数较高,主流方向的速度及脉动都明显大于其它两个方向的分量,流动非常类似于一种二维流动状态。因此,在 PIV 测量数据的处理中,可以假设流动是二维的,这样就可以用已知的测量去表示两种亚网格模型中出现的与 w 方向相关的未知量。

为保证实验中分辨率满足使用大涡 PIV 方法的条件,本实验中使用放大率 1:1,焦距为 105mm 的微距镜头,在分辨率为 $5.6\mu\text{m}/\text{pixel}$ 的状态下对水平槽道上壁面以下 6mm 的范围测量。并采用上述大涡 PIV 方法及近似处理的假设,对 PIV 系统得到的数据进行处理,得到平均的耗散率分布情况如图 4 所示。

从图 4(a)(b)(c)瞬态分布情况可以看出,量纲分析方法得到的结果与采用 Smagorinsky 亚网格模

型和梯度亚网格模型的大涡 PIV 方法所得到的耗散率具有相似分布规律,即靠近上壁面附近耗散率具有最大值,而在紧贴上壁面的位置上,耗散率又呈减小的趋势。三种方法所得到的结果中都可以看出耗散率的等值线在上壁面附近分布最密集,说明在壁面附近耗散率的变化最为剧烈。图 4(d)中给出 1000 帧的平均后耗散率沿槽道高度方向上的变化情况。从图 4(d)中可以看出,相对于大涡 PIV 方法,量纲分析法得到的耗散率的分布变化较缓慢,其得到的上边界附近的耗散率的最大值比大涡方法小,而靠近中心部分所得到的耗散率比大涡方法的结果要大,其耗散率峰值出现的位置也比大涡方法中相应的位置距上壁面更远。出现这一现象的原因是量纲分析的方法中所用到的湍流积分长度尺度 l 被假设为一个固定值,这样的假设对于槽道流动中大部分区域都是合理的,但在壁面附近,因为壁面的作用,使得壁面附近与中心处流动的特性有很大的不同,积分时间尺度也会有很大的不同。量纲分析的方法对于积分长度尺度变化较大的流动会有一些的误差。

比较大涡 PIV 方法的两种不同的模型,从图 4(d)中可以看出,Smagorinsky 模型与梯度模型所得到的结果在形状和数值上都很接近。两者的峰值都出现在距上壁面约 1mm 的位置上,只是 Smagorinsky 模型所得到的峰值比梯度模型要大。在距离上壁面 2mm 以外的范围内,大涡 PIV 方法的两种亚网格模型所得到的结果是十分接近的。这是因为在上壁面附近,由于壁面的存在流动变的更复杂,呈现出更强的三维特性,而我们在大涡 PIV 方法的两种模型中都是假设了流动是二维的,这样的假设在距离上壁面较远的主流区域内是可以接受的,然而在壁面附近仍然适



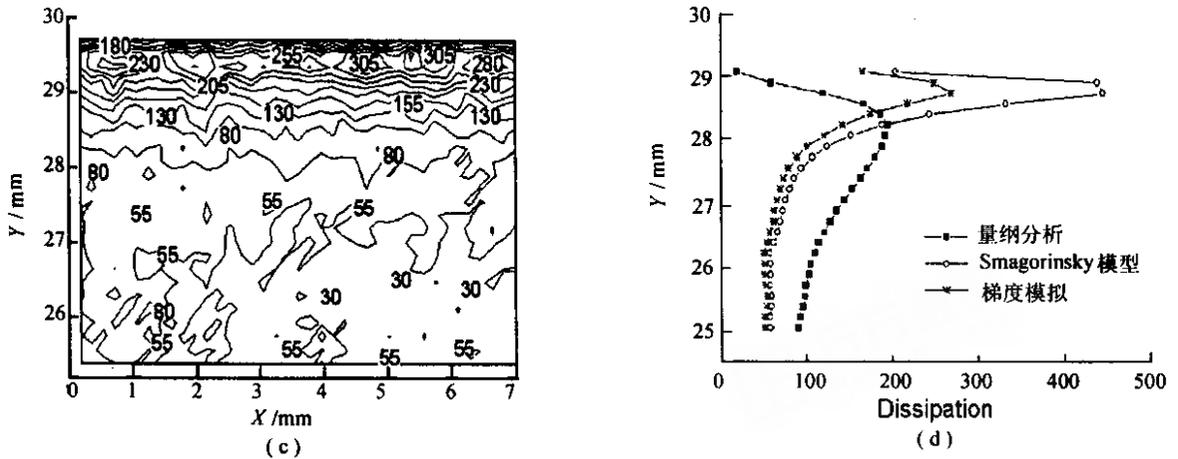


图4 不同方法得到的耗散率分布

Fig.4 Turbulent dissipation rate distribution estimated by different methods

用二维流动的假设,即 v 方向与 w 方向的流动特性完全相同,就必然会给结果带来误差。

4 总结与讨论

PIV 技术能够测量一个平面上瞬态速度场,本文讨论了 PIV 测量得到的速度与单点瞬时速度之间的关系,并分析了用 PIV 测量速度代替单点速度的误差。在 PIV 测量特点的基础上,结合大涡模拟中的基本概念,提出了测量湍流耗散率的大涡 PIV 方法。将 Smagorinsky 模型和梯度模型分别用于大涡 PIV 方法,对水平槽道内的 PIV 测量数据进行了处理,得到了耗散率的分布。

对大涡 PIV 方法的处理结果和量纲分析的结果进行比较可以发现,运用不同亚网格模型的大涡 PIV 方法所得到的结果在分布规律及靠近中心部分的耗散率的数值都非常接近,仅在耗散率最大值的数值上有一定的差别,这是因为在壁面附近亚网格量对耗散率的估算影响较大,不同的亚网格模型间有较大差异,而且本文中大涡 PIV 方法都采用了二维流动的假设,而这一假设在壁面附近有一定的误差。量纲分析方法的结果与大涡 PIV 方法的两种结果在分布规律与数值上都有比较大的差别,主要原因是该方法中假设湍流积分长度尺度为常数,而在本实验的水平槽道流动中,由于壁面的作用,这一尺度并不是一常数。

从以上分析可知,大涡 PIV 方法直接测量湍流耗

散率是可行的。由于现在的 PIV 测量得到的是一个平面上的速度分布,而不能得到空间的三维速度场,大涡 PIV 方法中的 Smagorinsky 模型或梯度模型都需要速度场的三维的空间信息,在现有的测试手段下只能用二维的测量结果去近似处理必须的三维速度场,这是该方法造成误差的主要原因。对于近似二维的或各向同性的流动,大涡 PIV 方法将是十分适用的。

参 考 文 献:

- [1] SHENG J, MENG H, FOX R O. A large eddy PIV method for turbulence dissipation rate estimation [J]. *Chemical Engineering Science* 2000 55: 4423-4434.
- [2] HUSSEIN H J & MARTINUZZI R J. Energy balance for turbulence flow around a surface mounted cube placed in a channel [J]. *Physics of Fluid* 1992 8: 764-780.
- [3] 陈义良等. 湍流计算模型 [M]. 安徽:中国科技大学出版社, 1991: 5.
- [4] ANDREOPOULOS Y & HONKAN A. Experimental techniques for highly resolved measurements of rotation, strain, and dissipation rate tensors in turbulent flow [J]. *Measurement in Science and Technology*, 1996 7: 1462-1476.
- [5] MARCEL L & OLIVIER M. New trends in large-eddy simulations of turbulence [J]. *Annu. Rev. of Fluid Mech.* 1996, 45-82.

Estimation the turbulent dissipation rate in a horizontal rectangular duct by large eddy PIV method

WANG Han-feng , GUO Fu-shui , LIU Zhao-hui , ZHENG Chu-guang

(*National Laboratory of Coal Combustion , Huazhong Univ. of Sci. & Tech. , Wuhan Hubei 430074 , China*)

Abstract : Accurate estimation of turbulent dissipation rate is very important to the engineering and turbulent theory. Previous studies , which are limited to single-point velocity measurement techniques , mainly focus on measuring the single-point local dissipation rate or average rate over a finite volume , cannot provide the distribution of the dissipation rate for the whole field. Since the particle image velocimetry(PIV) is capable of providing multi-point instantaneous measurements of a velocity field , it is more suitable for estimating the dissipation rate. In this paper , the relationship between the velocities captured by PIV and single-point measurement method is analysed , and a large eddy PIV method is proposed. Based on this method , the measurement results of horizontal duct flow by PIV are applied for estimating the turbulent dissipation rate by using different sub-grid scales(SGS) stress models. The results obtained by large-eddy PIV method and dimensional analysis are compared and analysed as well.

Key words : turbulence dissipation rate ; PIV ; LES ; sub-grid scale model(SGS) ; rectangular duct