

文章编号: 0258-1825(2007)03-0294-06

时间模式下二维可压缩气固两相混合层流动研究

万国新, 刘伟

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要:采用 Euler-Lagrange 颗粒-轨道双向耦合模型对时间模式下含有固粒的二维可压缩混合层流场进行了研究。气相流场采用具有空间三阶精度的 WNN D 格式进行直接数值模拟, 固相方程采用单边三点差分离散。在考虑流场对固粒作用的同时, 也计及固粒对流场的反作用。在对流马赫数为 0.5 时, 研究了颗粒相对密度、颗粒尺寸以及 Stokes 数等对粒子运动和流场结构的影响。

关键词:可压缩流动; 气固两相流; 混合层流动; 数值模拟
中图分类号: V211.3 **文献标识码:** A

0 引言

随着新型吸气式超燃发动机的研制, 急需解决超声速下空气与燃料的混合效率问题, 因此研究两相混合层流场具有广阔的工程应用背景。此外, 由于固体火箭发动机大多采用含铝复合推进剂, 燃烧产物中存在大量三氧化二铝颗粒, 为了研究含有颗粒的发动机内流场, 模拟中必须考虑气相-颗粒间的相互作用^[1]。人们对两相混合层的研究起步相对较晚, 目前尚处于研究发展中。国外为了预测湍流的拟序结构对颗粒扩散过程的影响, Crowe^[2]等应用了时间尺度率, 即 Stokes 数, 来研究颗粒/湍流扩散率与 Stokes 数的关系。Gore^[3]研究了随时间发展混合层中拟序结构对固粒运动的影响, 说明 Stokes 数是影响固粒扩散的重要参数。在国内, 林建忠等^[4,5]和樊建人等^[6,7]在这方面做的工作比较多, 得到了许多有意义的结果。

但以上的研究绝大多数都是针对不可压缩混合层进行的, 而对可压缩混合层流动研究的公开文献则很少。本文对二维平面可压缩混合层中固粒与流场的相互作用特性进行了研究, 分析讨论了颗粒相对密度、颗粒尺寸以及 Stokes 数等对粒子运动和流场发展的影响。

1 气相处理方法

1.1 气相控制方程

采用守恒形式的 N-S 方程作为计算的控制方程, 一般坐标系下的二维非定常可压缩 N-S 方程为:

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}_v}{\partial \zeta} + \hat{S} \quad (1)$$

式中, \hat{S} 为考虑颗粒对流场影响的源项, $\hat{S} = J^{-1} S$, $S = (0, -F_{px}, -F_{px}, -Q_p)^T$ 。 $-F_p$, $-Q_p$ 为微元体 V_{ik} 内颗粒对流体的作用力和传热。

$$F_p = \frac{\pi}{6V_{ik}} \sum \left[-d_p^3 \nabla p + d_p^3 \rho_p \frac{df}{S_t} (V_f - V_p) - \frac{1}{2} d_p^3 \rho_f \left(\frac{dV_p}{dt} - \frac{dV_f}{dt} \right) + d_p^3 \rho_p \frac{1}{Fr^2} (-k) \right] \quad (2a)$$

$$Q_p = \frac{\pi}{V_{ik}} \frac{k'}{Re_{fso}} \sum [Nu_p d_p (T_f - T_p)] \quad (2b)$$

$(k' = \mu / (\gamma - 1) M_\infty^2 Pr)$

F_p 中各项分别为: 压差力、Stokes 阻力、附加质量力和重力。计算中还考虑了颗粒体积效应^[8]对粘性系数的影响。

1.2 定解条件

计算域取 2 个扰动波长(扰动波数为 0.4446), 计算雷诺数为 5000, 左右边界为周期性边界条件, 上下为开放边界, 采用无反射边界条件。

来流条件: $Mc = 0.5$, $p = 1/\gamma M_\infty^2 = 1/\gamma Mc^2$, $T = 1 + (\gamma - 1) Mc^2 (1 - u^2)/2$

$$u = \tanh(z) + \epsilon \partial \varphi_1(\alpha, x, z, t) / \partial z |_{z=0}$$

• 收稿日期: 2006-01-10; 修订日期: 2006-03-15。
基金项目: 973 国家重大基础研究资助项目(5132403010103)。
作者简介: 万国新(1980-), 硕士生, 计算流体力学专业。

$$w = -\epsilon \partial \varphi_1(\alpha, x, z, t) / \partial x |_{t=0}$$

其中, φ_1 为扰动流函数, 采用 Rayleigh 方程最不稳定解, 扰动量级 ϵ 取为 0.1。

2 固相处理方法

2.1 固粒运动方程

无量纲形式的固粒运动方程如下(带“~”的为无量纲量):

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \pi \tilde{d}_p^3 \tilde{\rho}_p \cdot \frac{d\tilde{V}_p}{d\tilde{t}} = & -\frac{1}{6} \pi \tilde{d}_p^3 \nabla \tilde{p} + \frac{1}{6} \pi \tilde{d}_p^3 \tilde{\rho}_p \tilde{g} + \\ 3\pi \tilde{\mu} \tilde{d}_p f(\tilde{V}_f - \tilde{V}_p) - & \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \pi \tilde{d}_p^3 \tilde{\rho}_p \left(\frac{d\tilde{V}_p}{d\tilde{t}} - \frac{d\tilde{V}_f}{d\tilde{t}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

上式右边第一项是压差力项, 第二项是重力项, 第三项是 Stokes 力项, 第四项是附加质量力项。采用 \tilde{V}_∞ 、 $\tilde{\rho}_{f\infty}$ 、 \tilde{L} 及 $\tilde{\mu}_\infty$ 对上式无量纲化, 无量纲化后的方程如下:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \frac{dV_p}{dt} = & \frac{\rho_f}{2\rho_p} \frac{dV_f}{dt} - \\ \frac{1}{\rho_p} \nabla p + \frac{1}{Fr^2} (-k) + & \frac{\mu_f}{St} (V_f - V_p) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, Stokes 数 $St = \tilde{\rho}_p \tilde{d}_p^2 \tilde{V}_\infty / 18 \tilde{\mu}_\infty \tilde{L}$, $Fr = \tilde{V}_\infty / \sqrt{g \tilde{L}}$ 。

f 是 Stokes 阻力修正函数。 $f = f_s \cdot \Psi / G$, f_s 为 Stokes 标准阻力系数, Ψ 为 Tam^[9] 考虑颗粒群效应后的修正系数。 G 为颗粒尺寸很小(稀薄气体效应)以及气流速度较大(气体压缩性效应)时的康宁亨木(Cunningham)修正, 采用卡尔森(Carlson)和霍格兰德(Hoglund)^[10] 发展的修正系数(G 的分子是对稀薄气体效应的修正, 分母是对气体压缩性的修正)。

2.2 固粒热力学方程

无量纲的固粒热力学方程如下:

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{1}{Re_{f\infty}} 6\mu\delta_e \frac{1}{\rho_p d_p^2} \frac{Nu_p}{Pr} (T_f - T_p) \quad (5)$$

式中, 相对比热 $\delta_e = c_{pf} / c_{pp}$, 固粒 Nusselt 数 Nu_p 为: $Nu_p = 2.0 + 0.6 Re_p^{1/2} Pr^{1/3}$ 。

2.3 时间步长选取

由于计算中是将颗粒的运动与气体的相互作用

解耦处理, 因此时间步长取为: $\Delta t = \min(\Delta t_f, \Delta t_p)$, 其中 Δt_f 为气相推进最大允许时间步长; $\Delta t_p = \alpha \cdot \min(|\Delta x| / |u_p|)$, $0 < \alpha < 1$, 小于颗粒运动一个网格距离所需的最短时间。

2.4 定解条件

粒子初始展向速度为 0, 流向速度为来流速度的 c ($0 < c < 1$) 倍; 考虑到涡卷起的范围主要在展向 $[-10, 10]$ 的区域内, 初始时刻将粒子均匀分布在此区域内; 流向应用周期性边界条件, 展向(计算域 $[-35, 35]$)判断粒子是否越界, 如果运动出边界, 则不再跟踪此粒子的参数计算。

3 数值离散方法

对气相方程(1): 空间离散采用空间三阶精度的 WNN D 格式^[11], 时间离散采用二阶精度的 TVD 型 R-K 方法; 对固相方程(4)、(5), 采用空间二阶精度的单边三点插值方法离散。

采用松耦合方法交替迭代求解气、固相方程。由于固粒位置并不一定与气相空间离散点重合, 故在气相和固相之间采用双线性插值法交换数据。

4 计算结果及分析

固粒 Stokes 数与固粒直径、固粒与气体密度比、来流雷诺数成正比 ($St = (\tilde{d}_p / \tilde{L})^2 \cdot (\tilde{\rho}_p / \tilde{\rho}_{f\infty}) \cdot Re_{f\infty} / 18$), $Re_{f\infty}$ 为气相雷诺数。本文计算中气相雷诺数固定, 对流马赫数为 0.5, 分别考虑固粒直径、固粒密度对流场及粒子跟随性的影响。计算中颗粒初始体积浓度相同, 粒子直径 $3\mu\text{m}$ 时, 粒子个数为 9000; 直径 $1\mu\text{m}$ 时, 粒子个数为 81000; 直径 $0.3333\mu\text{m}$ 时, 粒子个数为 729000。

4.1 固粒相对密度为 900 时 St 数对固粒和流场的影响

图 1 和图 2 分别是在固粒相对密度 ($\tilde{\rho}_p / \tilde{\rho}_{f\infty}$) 为 900 的重固粒情况下, 不同 St 数亦即不同颗粒直径对粒子运动和流场的影响。通过比较可以发现, 直径为 $0.3333\mu\text{m}$ 的小颗粒能够很好地跟随流动, 在整个涡合并期间始终有很大一部分粒子分布在涡核区, 并且由图 2 可以看出其对流场的影响也较小; 中等大小的粒子(直径为 $1\mu\text{m}$) 跟随性明显变差, 只在涡形成初期在涡核区有少量粒子, 在涡对并过程中, 由于离心

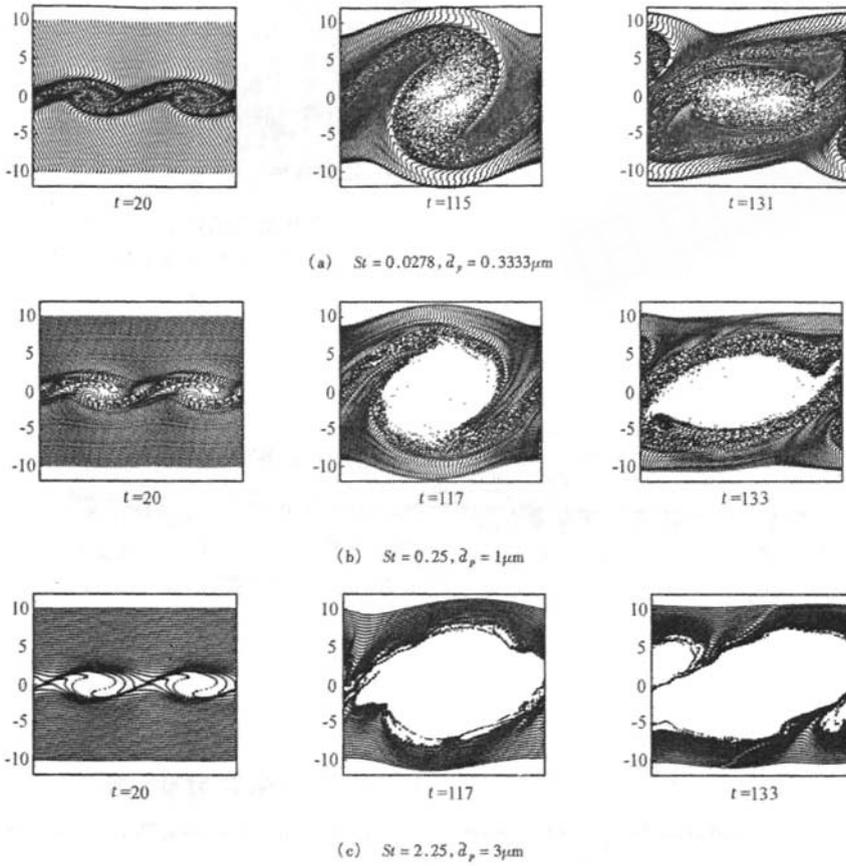
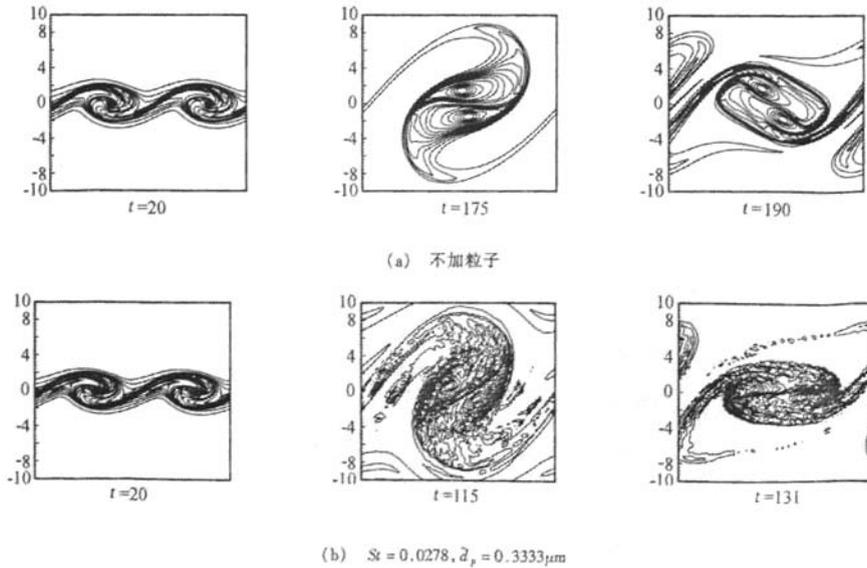


图 1 不同 St 数下的粒子分布图 ($\tilde{\rho}_p/\tilde{\rho}_{f\infty} = 900$)

Fig. 1 Distribution of particles with different St ($\tilde{\rho}_p/\tilde{\rho}_{f\infty} = 900$)



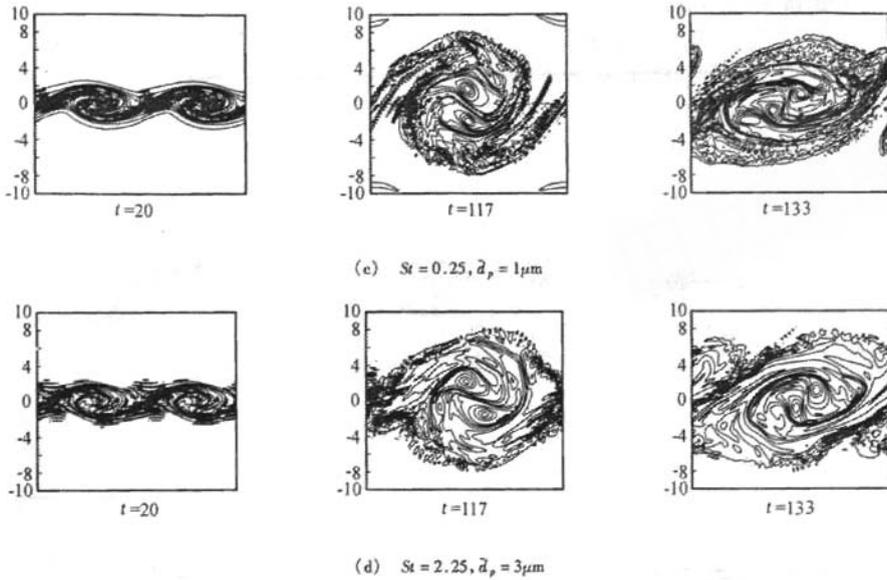


图 2 不同 St 数下流场涡量图 ($\tilde{\rho}_p/\tilde{\rho}_{fm} = 900$)

Fig.2 Contours of vorticity at different St ($\tilde{\rho}_p/\tilde{\rho}_{fm} = 900$)

力作用,粒子大部分被甩到涡的边缘;而大颗粒(直径为 $3\mu\text{m}$)由于颗粒较重,其对流场的跟随性变得更差,并且对流场的影响也最大。通过图 2 还可以发现,粒子的加入大大提前了涡的合并,这可能是由于粒子的加入相当于对流场施加了附加扰动,使流场更不稳定,加快了大涡的卷起、对并过程。

4.2 相对密度为 100 时 St 数对固粒和流场的影响

图 3 和图 4 分别是在固粒相对密度为 100 的轻固粒情况下,不同 St 数亦即不同颗粒直径对粒子运动和流场的影响。比较图 1(a)、(b)和图 3(a)、(b)可以发现,尽管固粒尺寸不同,但相同 St 数下的固粒分

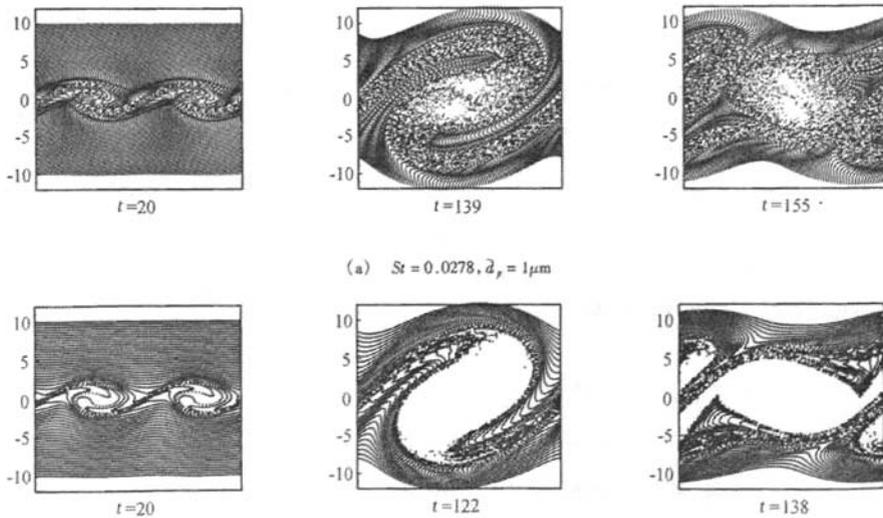


图 3 不同 St 数下的粒子分布图 ($\tilde{\rho}_p/\tilde{\rho}_{fm} = 100$)

Fig.3 Distribution of particles with different St ($\tilde{\rho}_p/\tilde{\rho}_{fm} = 100$)

布相差不大,这说明 St 数的影响仍然是主要的。另外,相同 St 数下的不同固粒密度对流场的影响存在明显的差别,如图 4 和图 2 所示,相同 St 数下,相对密度为 100 的轻固粒气相涡量场(图 4(a)、(b))比重固粒(图 2(b)、(c))更加接近于单气相涡量场(图 2

(a)),也就是说,轻固粒对流场的影响小于重固粒的影响,这一点从轻固粒大涡卷起、对并时间比重固粒更加接近于单气相流场也可以看到。事实上,由于固粒对气相场的反作用主要是 Stokes 阻力部分(式(2a)),因此固粒密度大小的影响就十分重要。

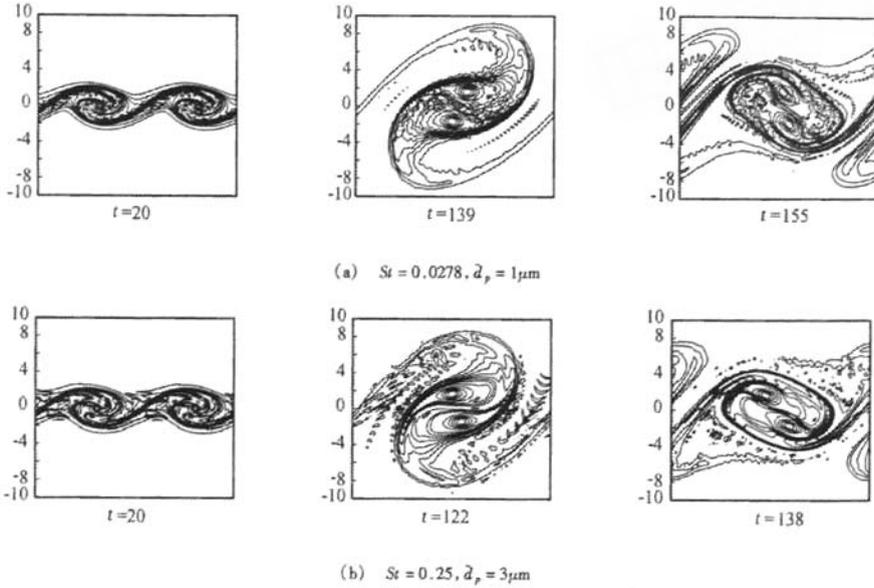


图 4 不同 St 数下的流场涡量图($\bar{\rho}_p/\bar{\rho}_{fm} = 100$)

Fig. 4 Contours of vorticity at different St ($\bar{\rho}_p/\bar{\rho}_{fm} = 100$)

5 结 论

(1) 可压缩混合层中,固粒的 St 数仍然是主要影响参数之一,小 St 数下的固粒跟随性明显强于大 St 数下的固粒,并且固粒的加入增强了对气相流场的扰动,使得涡的对并过程提前;

(2) 可压缩混合层中,相同 St 数下不同密度的固粒对流场的干扰不同,轻固粒对流场的干扰明显要小。相同 St 数下的轻颗粒较重颗粒使得涡的卷起、配对时间更加接近于单气相流场中涡的卷起、配对时间。

参 考 文 献:

- [1] 黄琳,刘君. 气-固两相自由射流的粒子仿真方法[J]. 国防科技大学学报,2002,24(3):9-12.
- [2] CROWE C T, GORE R A, TROUTT T R. Particle dispersion by coherent structures in free shear flows [J]. *Particle Science and Technology Journal*, 1985, 3: 149-158.
- [3] GORE R A. Particle dispersion by large scale vortex structures [J]. *Particle Science and Technology*, 1989, 7(3): 201-207.
- [4] 石兴,林建忠. 气固两相混合层二维涡配对的数值研究[J]. 应用力学学报, 2001, 18(1):27-33.
- [5] 林建忠,石兴,余钊圣. 二维气固两相混合层中固粒对流动影响的研究[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(8): 771-776.
- [6] 樊建人,郑友取,岑可法. 三维气固两相混合层湍流拟序结构的直接数值模拟[J]. 工程热物理学报, 2001, 23(4):241-244.
- [7] 樊建人,罗坤,金哈辉,岑可法. 直接数值模拟三维气固两相混合层中颗粒与流体的双向耦合[J]. 中国电机工程学报, 2001, 23(4): 153-157.
- [8] ZUBER N. On the dispersed two-phase flow in the laminar flow regime [J]. *Chem. Eng. Sci.*, 1964, 19:897-917.
- [9] TAM C K W. The drag on a cloud of spherical particles in low Reynolds number flow [J]. *J. Fluid Mech.*, 1969, 38:537-546.
- [10] CARLSON D J & HOGLUND R F. Particle drag and heat

transfer in rocket nozzles [J]. *AIAA J*, 1964, 2:1980-1984.

杂流动中的应用 [J]. *应用数学和力学*, 2005, 26(1):

[11] 刘伟, 赵海洋, 谢显飞. 三阶 WNND 格式的构造及在复

32-39.

Study on the flow of two-dimensional temporally developing compressible gas-solid mixing layer

WAN Guo-xin, LIU Wei

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A two-dimensional compressible temporally developing mixing layer flow field with particles is studied by using Euler-Lagrange two-way coupling model. The gas-field is solved by direct numerical simulation method with the WN-ND scheme which is three-order accuracy in space, and the equations of particles are discretized by biased three-point difference. Not only gas-field's influence on particles but also the reaction of particles to gas-field is considered. At the convective Mach number 0.5, the influence of different relative density of particles, size of particles and Stokes number on particle's dispersion and gas-field structure is investigated.

Key words: compressible flow; gas-solid two-phase flow; mixing layer flow; numerical simulation

(上接第 293 页)

Nonstandard element free Galerkin method for solving unsteady convection dominated problems

OUYANG Jie, ZHANG Lin, ZHANG Xiao-hua

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The main advantages of meshless methods compared with traditional mesh-based methods are that they can dispense with the modeling effort dedicated to mesh generation. The element free Galerkin (EFG) method is one of meshless methods. Although it has been widely used for solving several problems of materials mechanics and solid mechanics, it is few in aerodynamics and hydromechanics.

It is well known that numerical solutions of conventional methods may be corrupted by non-physical oscillations when the convection action dominates the diffusion action in the transport problems. The similar phenomena will happen if EFG method is directly applied to convection dominated problems. In order to eliminate spurious oscillations, time discretization is here carried by θ family of methods while spatial discretization is carried by EFG method combined with stabilization schemes such as streamline upwind Petrov-Galerkin method, Galerkin least squares method, sub-grid scale method and least squares method. In above constructed stabilization system based on moving least squares approximation, second-order derivatives of the interpolation are well defined in the whole domain even for linear interpolation. Thus, it avoids neglecting second-order derivatives of shape function needed in the stabilization term. The efficiency of these methods used for unsteady convection dominated problems are observed by several presented numerical examples. It can be seen that these methods have high accuracy and good stabilization since spurious oscillations can be largely restrained. At the same time, the precision of numerical solutions for discontinuity problems can be improved by the supplement of nodes. Specially, least squares method combined with EFG method is the best one among above mentioned method because it can make error and spurious oscillation least for solving linear or nonlinear unsteady convection dominated problems.

Key words: meshless method; convection dominated; stabilization