

ISSN 0258-1825

CN 51-1192/TK

空气动力学学报

ACTA AERODYNAMICA SINICA

第38卷 第2期 Vol.38 No.2

2020.2

中国空气动力学会

目 次

综 述

离散时空直接建模思想及其在模拟多尺度输运中的应用 刘 畅, 徐 昆 (197)
关于约束大涡模拟方法的一些思考 夏振华, 史一蓬 (217)

研究论文

基于能量等效原理的颤振机理及颤振导数识别 刘 磊, 管青海, 李加武, 刘健新 (224)
尺度自适应的离散统一气体动力学格式及在可压缩流动中的应用 许 丁, 孙 祥, 刘 欣 (232)
有关有限差分高精度格式两个应用问题的讨论 刘 君, 韩 芳 (244)
合成双射流控制水下圆柱绕流流动分离数值模拟研究 ... 李潮隆, 夏智勋, 罗振兵, 邓 雄, 杨升科, 王 林 (254)
 $\Phi 1\text{ m}$ 高超声速风洞小滚转力矩测量技术 赵俊波, 梁 彬, 付增良, 张 旭, 张石玉 (260)
激波加热超声速燃烧室直连式试验台喷管中的化学非平衡流动 翟小飞, 张扣立, 白菌尘, 李国志 (268)
双山情况下水平风的加速效应 沈国辉, 姚剑锋, 王 昌, 金仁云, 楼文娟 (274)

专栏——中国流动稳定性和转捩研究 40 年

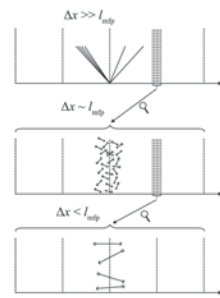
我的科研经历 周 恒 (282)
边界层转捩预测中的局部散射理论 董 明 (286)
高超声速 6° 迎角圆锥边界层背风流向涡稳定性分析(英文) 陈 曦, 陈坚强, 董思卫, 徐国亮, 袁先旭 (299)
温度对高速平板边界层转捩雷诺数的影响 刘智勇, 禹 旻, 杨武兵 (308)
热化学非平衡高超声速平板边界层线性稳定性分析 陈贤亮, 符 松 (316)
亚声速同轴射流波包敏感性研究(英文) 张星辰, 徐光春, 万振华, 孙德军 (326)
激波冲击锯齿形界面的气泡竞争实验研究 翟志刚, 郭 旭, 司 廷 (339)
NPLS 技术在高超声速边界层转捩研究中的应用 易仕和, 刘小林, 陆小革, 牛海波, 徐席旺 (348)
高超声速边界层转捩预测中的关键科学问题——感受性、扰动演化及转捩判据研究进展 苏彩虹 (355)
高超声速流动稳定性及转捩工程应用若干研究进展 黄章峰, 万兵兵, 段茂昌 (368)
流向弯曲壁超声速湍流边界层研究进展 孙明波, 王前程, 王 旭, 刘 源 (379)
高超声速边界层转捩的若干问题及工程应用研究进展综述 段 毅, 姚世勇, 李思怡, 余 平 (391)

英文编审: 姜 屹
责任编辑: 徐 燕

离散时空直接建模思想及其在模拟多尺度运输中的应用(197-216, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0018)

刘畅, 徐昆

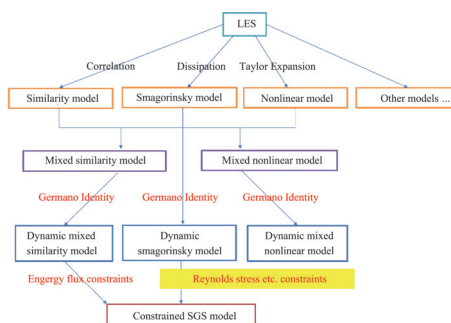
本文对统一气体动理学格式近十年的发展,从建模思想、数值性质以及格式在不同领域的应用进行了总结,并对未来的发展方向进行了展望。统一气体动理学格式的建模思路突破了传统偏微分方程数值离散求解的制约,回归物理建模的出发点,基于守恒定律在离散时空有限尺度的控制体上进行建模,利用网格界面处的动理学方程时间演化解构建数值通量,从而构造出有限控制体上取决于网格尺度和时间步长的气体动力学控制方程。



关于约束大涡模拟方法的一些思考(217-223, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0003)

夏振华, 史一蓬

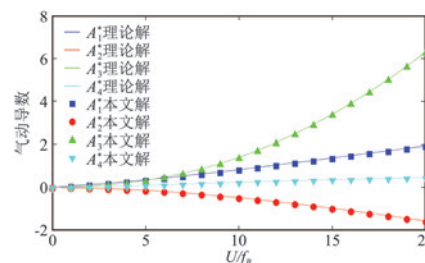
在 SGS 模型的发展过程中,物理/数学的考量越多,模型就越好。CSGS 模型将雷诺应力约束条件加入到模型中,从而使得 CLES 方法在模拟壁湍流时隐含在内区做了一个 RANS 计算。



基于能量等效原理的颤振机理及颤振导数识别(224-231, doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0118)

刘磊, 管青海, 李加武, 刘健新

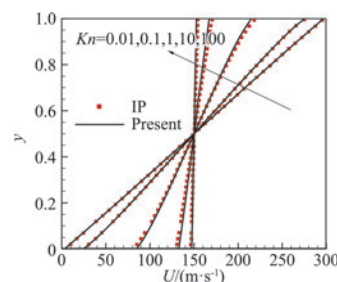
本文首先基于能量等效原理将 Scanlan 线性颤振自激力分为纯阻尼效应项、纯刚度效应项和既有刚度效应又有阻尼效应的双重效应项。将颤振自激力进行积分运算,分别求出其阻尼效应项的做功时程和刚度效应项的无功时程,并从功能角度对经典耦合颤振驱动机理进行了研究,最后通过将耦合颤振微分方程转化为功能方程形式,提出了一种基于自激力瞬时做功的颤振导数识别方法。



尺度自适应的离散统一气体动理学格式及在可压缩流动中的应用(232-243, doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0158)

许丁, 孙祥, 刘欣

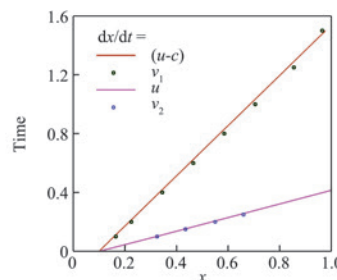
本文基于 Boltzmann-Shakhov 模型方程,建立其沿特征线离散的一般形式,离散过程中对于碰撞项的处理采用显式和隐式加权平均的方法,其中权重系数依赖于当地努森数,可根据当地流动尺度不同进行自适应调节。通过权重系数的引入,对文献现有离散统一气体动理学格式进行改进,发展出具有尺度自适应特性的离散统一气体动理学格式(SADUGKS)。



有关有限差分高精度格式两个应用问题的讨论(244-253, doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0073)

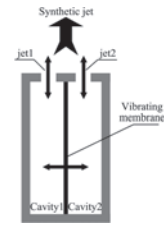
刘君, 韩芳

有限差分的高精度格式应用于贴体坐标系时,对均匀流场,高精度格式因不满足几何守恒律而产生的数值误差比一阶迎风格式大,作者提出基于离散等价方程的相容性算法可消除这一误差。此外,在利用激波捕捉法求解正方形均匀网格上的正激波运动问题时发现,因通量分裂格式的使用,在激波处会产生随着特征线传播的非物理波动,这一波动在激波与网格不完全匹配时表现为多维波动相互干扰的虚假“数值湍流”现象,使用激波装配法可以避免这一问题。



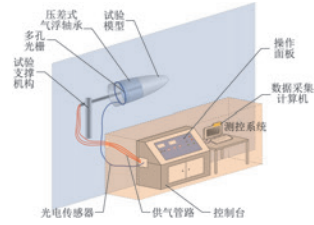
合成双射流控制水下圆柱绕流流动分离数值模拟研究(254-259,267, doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0224)
李潮隆,夏智勋,罗振兵,邓雄,杨升科,王林

本文首次对合成双射流控制水下圆柱绕流流动分离进行了数值模拟,研究表明:合成射流位于前驻点时,主要是通过圆柱前缘形成虚拟气动外型来达到减阻控制的效果;而合成射流位于后驻点时,主要是通过增强回流区的动量掺混,提高回流区抑制分离的能力来达到减阻控制的效果。



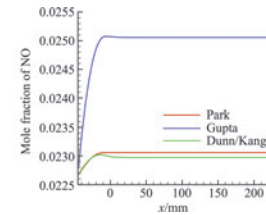
Φ1m 高超声速风洞小滚转力矩测量技术(260-267, doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0089)
赵俊波,梁彬,付增良,张旭,张石玉

本文在近年来小口径高超声速风洞中再入飞行器小滚转力矩测量技术研究工作上,创新改进以气浮轴承为核心建立的低阻尼自由滚转测量试验技术,利用传统试验数据处理方法结合飞行动力学仿真等多种设计和数据分析手段,最终实现大口径高超声速风洞高马赫数、大迎角条件下多个状态点的再入飞行器试验模型滚转气动力矩精细化测量。



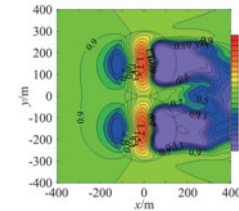
激波加热超声速燃烧室直连式试验台喷管中的化学非平衡流动(268-273, doi: 10.7638/kqdlxxb-2017.0066)
翟小飞,张扣立,白菡尘,李国志

本文将中国空气动力研究与发展中心的 FD-14 激波风洞改造成了激波加热超声速燃烧室直连式试验台。设计了两组喷管,喷管出口马赫数为 3.5 和 4.5,分别用于模拟飞行马赫数 8 和 9 的超燃冲压发动机燃烧室入口气流条件。采用 Park、Gupta、Dunn/Kang 三种纯空气化学反应动力学模型,对 $Ma_{3.5}$ 及 $Ma_{4.5}$ 喷管中的化学非平衡流动进行了数值模拟研究。



双山情况下水平风的加速效应(274-280, doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0109)
沈国辉,姚剑锋,王昌,金仁云,楼文娟

双山情况下水平风的加速效应本文采用 CFD 方法研究双山情况水平风的加速效应,研究发现左右排列双山的加速比随着山体间距的减少而增加,单山情况相当于双山距离无穷远;前后紧密排列双山的加速比呈现单山>前山>后山的规律;CFD 结果与澳大利亚规范接近,中国规范偏保守。



我的科研经历(282-285, doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0149)
周恒

2019 年 10 月,力学界的 140 余位同仁齐聚北京,围绕“中国流动稳定性与转捩研究 40 年:成就、机遇与挑战”开展学术研讨,并以此祝贺天津大学周恒院士 90 华诞。会上,周恒院士回顾了一生五个阶段的科研经历,以自己的科研之路来说明力学科技工作者如何才能做出有创新性的工作。



边界层转捩预测中的局部散射理论(286-298, doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0140)
董明

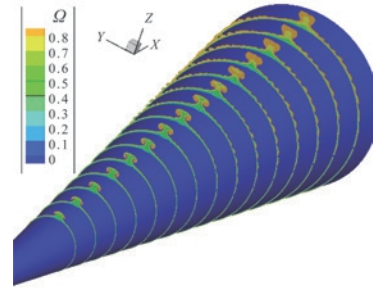
局部散射理论框架采用大雷诺数渐近理论与有限雷诺数理论相结合的分析与计算方法,定量刻画局部散射系统的两个特征参数——局部感受性系数与透射系数,以预测在局部突变影响下转捩位置的改变量。文章综述了近年来局部散射理论的研究进展,重点展示了该理论在二维层流边界层中黏性与无黏两种失稳机制下的应用。



高超声速 6°迎角圆锥边界层背风流向涡稳定性分析 (299-307, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0038)

陈曦, 陈坚强, 董思卫, 徐国亮, 袁先旭

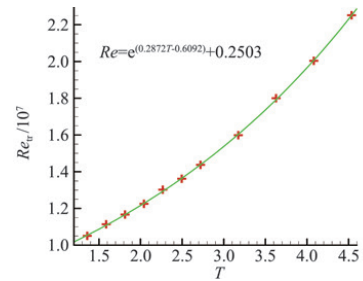
本文针对马赫数 6、迎角 6°圆锥边界层背风面流向涡开展了直接数值模拟和稳定性分析, 其中, 稳定性分析工具包括空间 BiGlobal 方法和面推进的 PSE3D 方法。研究发现, 有迎角圆锥边界层背风中心线附近会自发形成一对对转的强流向涡, 这对流向涡或因低频反对称模态和高频对称模态的共同作用而在下游破碎。



温度对高速平板边界层转捩雷诺数的影响 (308-315, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0026)

刘智勇, 禹旻, 杨武兵

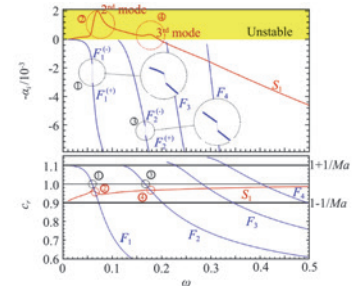
本文采用线性稳定性理论和 e^N 方法, 对不同壁温、总温条件下的低速平板边界层进行了稳定性分析和转捩预测。结果表明, 壁温或总温的变化, 会产生不同的模态分枝类型, 且总温的增加对边界层起稳定作用。另外, 发现对于相同马赫数, 在不高于 1000 K 的壁温条件下, 扰动的增长与壁温存在一致性的变化规律。



热化学非平衡高超声速平板边界层线性稳定性分析 (316-325, doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0156)

陈贤亮, 符松

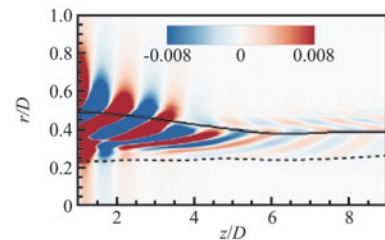
本文针对高温热化学非平衡气体, 利用空气 5 组分模型开展了平板边界层的线性稳定性分析, 重点研究了热化学过程对模态稳定性的影响, 并探究了边界层离散谱模态的演化和同步过程。



亚声速同轴射流波包敏感性研究 (326-338, doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0143)

张星辰, 徐光春, 万振华, 孙德军

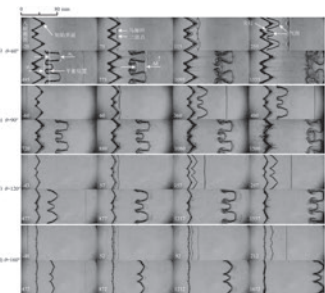
本文通过在线性抛物化稳定性方程 (PSE) 右端项中加入外部激励项, 研究了亚声速同轴射流中非线性对波包演化的作用。当前工作主要聚焦于考察同轴射流中的波包特性, 因为其存在两个剪切不稳定模态。基于同轴射流的基本流, 采用求解线性 PSE 构建了线性波包, 进一步通过求解伴随 PSE 方程得到了总体扰动能量对外部激励的敏感性。



激波冲击锯齿形界面的气泡竞争实验研究 (339-347, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0020)

翟志刚, 郭旭, 司廷

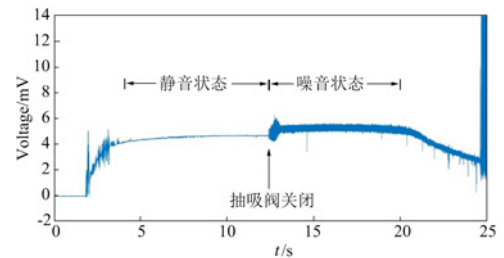
本文通过实验在激波管中研究了平面激波冲击锯齿形界面的流动不稳定性演化过程, 重点关注锯齿形界面初始顶角角度对气泡竞争的影响, 利用肥皂膜技术生成初始气体界面, 并采用高速摄影结合纹影方法对波后流场进行观测。



NPLS 技术在高超声速边界层转捩研究中的应用 (348-354, 378, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0044)

易仕和, 刘小林, 陆小革, 牛海波, 徐席旺

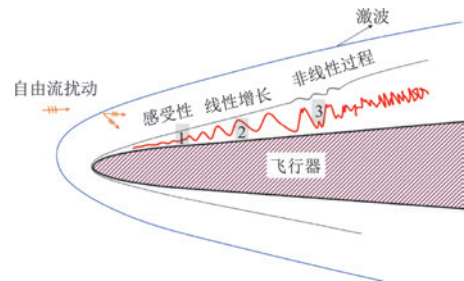
基于纳米粒子示踪平面激光散射技术(NPLS)是作者自主研发的一种流动显示与精细测量技术。在超声速条件下,NPLS 技术具有较高的时空分辨率和高信噪比,已经成功应用于超声速复杂流动现象的精细测量。本文主要介绍了 NPLS 技术在高超声速静音风洞喷管边界层流态测量、高超声速圆锥边界层转捩以及三角翼边界层转捩等研究中的应用。



高超声速边界层转捩预测中的关键科学问题——感受性、扰动演化及转捩判据研究进展 (355-367, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0056)

苏彩虹

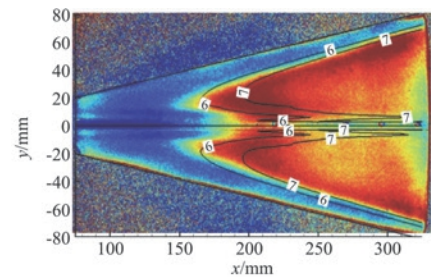
目前,对于高超声速边界层,转捩预测的不确定性主要来自于转捩过程的一“头”一“尾”,即感受性和转捩判据。本文分别介绍这两方面的最新研究进展和尚存在的问题,特别是有关圆锥边界层具体的感受路径和横流转捩的机理。讨论了在边界层扰动演化方面的问题,总结了在完善转捩预测方法上面临的问题和挑战。



高超声速流动稳定性及转捩工程应用若干研究进展 (368-378, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0047)

黄章峰, 万兵兵 段茂昌

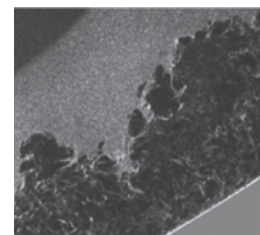
本文回顾了近年来高超声速流动稳定性及转捩在工程应用研究的若干进展,介绍了流动稳定性在复杂外形流、非平行流、局部突变流、强三维流方面的工程化拓展研究,总结了转捩预测 e^N 方法在感受性、积分方法、转捩判据、软件开发方面的工程化研究进展;结合风洞试验、弹道靶试验、飞行试验,对零迎角锥、椭圆锥、小迎角锥和大迎角锥的典型案例进行了应用;展望了高超声速流动稳定性和转捩在工程应用的未来。



流向弯曲壁超声速湍流边界层研究进展 (379-390, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0059)

孙明波, 王前程, 王旭, 刘源

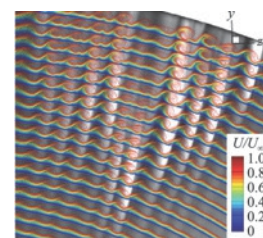
本文系统梳理了流向凸曲壁及凹曲壁的超声速湍流边界层的演化机制,介绍了流向曲率、压力梯度和体积膨胀/压缩等关键因素的影响规律,总结了流向凸曲壁边界层湍流衰减的特性与成因,以及凹曲壁边界层中 Görtler 不稳定和逆压梯度增强湍流的特性与成因,最后归纳了发展趋势并为下一步开展弯曲壁超声速湍流边界层研究提出了建议。



高超声速边界层转捩的若干问题及工程应用研究进展综述 (391-403, doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0041)

段毅, 姚世勇, 李思怡, 余平

本文针对工程中具有复杂外形飞行器存在的典型失稳特征进行了研究进展回顾,提出了工程实际中亟需解决的复杂边界层转捩问题,明确了高超声速边界层转捩研究的工程应用方向,最后还对高超声速边界层的流动控制进行了回顾,以期在今后高超声速飞行器设计中实现对边界层的流动控制,提高飞行器的飞行效率。



文章编号: 0258-1825(2020)02-0197-20

离散时空直接建模思想及其在模拟多尺度输运中的应用

刘畅^{1,2}, 徐昆^{1,2,*}

(1. 香港科技大学 数学系, 香港; 2. 香港科技大学 深圳研究院, 深圳 518057)

摘要: 统一气体动理学格式是基于离散空间直接建模的思想构建的多尺度数值格式。本文对统一气体动理学格式近十年的发展进行总结, 并对未来的发展方向进行展望。统一气体动理学格式的建模思路突破了传统偏微分方程数值离散求解的制约, 回归物理建模的出发点, 基于守恒定律在离散时空有限尺度的控制体上进行建模, 利用网格界面处的动理学方程时间演化解构数值通量, 从而构造出有限控制体上取决于网格尺度和时间步长的气体动力学控制方程。统一气体动理学格式建模有两个关键点: 一是宏观守恒量与微观分布函数耦合演化, 二是通过界面处的多尺度时间演化解构数值通量。统一气体动理学格式是一种多尺度数值格式, 根据网格努森数能够准确捕捉从稀薄到连续不同流域的流体物理。从某种意义上说气体动理学格式提供了有效的随不同网格努森数变化的连续性方程, 即连续流的纳维-斯托克斯(N-S)方程和稀薄流的波尔兹曼(Boltzmann)是统一气体动理学格式在网格努森数很小和很大情况小逼近的两个极限方程。对于连续流的黏性边界层问题的捕捉, 统一动理学格式不要求网格尺度小于粒子平均自由程。统一气体动理学格式成功应用于多尺度气体输运, 等离子体输运, 中子、光子输运, 以及气固离散两相流等领域的数值模拟, 在计算精度和计算效率上都体现出明显优势。尤其对于等离子体的输运计算, 统一气体动理学格式提供了一个在连续变化尺度上的模拟方法, 包括从求解电子、离子的自由输运的 Vlasov 动理学方程到连续流域内的双流体系方程以及磁流体方程。本文总结了统一气体动理学格式的建模思想, 数值性质, 以及格式在不同领域的应用。

关键词: 直接建模方法; 统一气体动理学格式; 等离子体; 离散两相流; 辐射输运

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0018

Direct modeling methodology and its applications in multiscale transport process

LIU Chang^{1,2}, XU Kun^{1,2,*}

(1. Department of Mathematics, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong, China;
2. Shenzhen Research Institute, The Hong Kong University of Science and Technology, Shenzhen 518057, China)

Abstract: The direct modeling methodology provides a framework for multiscale modeling of transport processes, based on which the unified gas kinetic scheme (UGKS), the discrete unified kinetic scheme (DUGKS), and unified gas kinetic wave-particle (UGKWP) method have been developed over the last decade. The methodology of direct modeling is to construct the numerical governing equations on a discrete control volume by taking into account the contribution of both particle transport and collision process. The two important ingredients of the direct modeling methodology are the coupling evolution of the macroscopic quantities and microscopic distribution function, and the utilization of the local evolution solution in the construction of numerical flux. Based on the direct modeling methodology, we construct a continuous spectrum of governing

收稿日期: 2020-02-12; 修订日期: 2020-03-17

作者简介: 刘畅(1990-), 男, 河南濮阳人, 博士, 主要研究方向: 稀薄气体动理学, 气体动力学, 等离子体输运、光子输运等的多尺度输运过程。
E-mail: cliuaa@connect.ust.hk

通信作者: 徐昆*(1966-), 男, 博士, 讲座教授, 主要研究方向: 计算流体力学高精度格式, 稀薄气体动理学, 输运问题的多尺度建模等。
E-mail: makxu@ust.hk

引用格式: 刘畅, 徐昆. 离散时空直接建模思想及其在模拟多尺度输运中的应用[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 197-216.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0018 LIU C, XU K. Direct modeling methodology and its applications in multiscale transport process [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 197-216.

equations in the whole flow regimes, which automatically recovers the collision-less Boltzmann and Navier-Stokes equations in their corresponding limiting regimes. In this paper, we are going to review the direct modeling methodology, the construction of schemes, and the multiscale and unified preserving properties. We will also review the applications of the schemes in the transport process of gas, plasma, photon, and disperse multiphase flow, and give an outlook of the future developments.

Keywords: direct modeling method; unified gas kinetic scheme; plasma; disperse multi-phase flow; photon transport

0 气体动理学理论模型和数值方法的发展简介

历史上人们对于空气动力学的研究是从宏观、近平衡态规律开始,逐步认识到微观、介观及非平衡的气体动理论,进而建立起从微观动理学到宏观动力学的联系。对于宏观连续流域的气体,通常被认为是满足连续介质假设并满足质量、动量和能量守恒定律,在此基础上 Bernoulli 和 Euler 在 18 世纪中叶提出了描述无黏流体的欧拉方程。19 世纪中叶,斯托克斯将黏性应力项加入动量方程中,发展了纳维-斯托克斯(N-S)方程,其中应力与应变率的本构关系采用了牛顿的线性本构假设。N-S 方程是流体力学中最普遍使用的控制方程,但对于高超声速、非平衡气体流动描述不够准确。在其后两百年的研究中,人们不断尝试将宏观方程的应用范围推广,进而发展出一系列拓展的宏观方程。三大守恒定律方程仍是流体宏观方程中最为可靠的方程,统一气体动理学格式的宏观演化方程也是基于宏观守恒定律而建立起来的,而且这组方程适用于从自由分子流到连续流的整个流域。

微观、介观层面气体动理论的研究可以追溯到 1738 年, Bernoulli 从分子迁移和碰撞的角度解释了恒温气体的压力与密度成正比, 19 世纪 50 年代到 80 年代, Clausius、Maxwell 和 Boltzmann 的工作完成了分子动理论的奠基和全面发展。其中, Clausius 提出了分子自由程这一重要概念,即连续两次分子碰撞间分子自由迁移的距离。Maxwell 引入了气体分子速度分布函数的概念,并且得到了平衡态速度分布函数,求得了包含黏性系数、导热系数在内的气体输运系数的表达式, Boltzmann 于 1879 年提出并证明了 H 定理,并给出了速度分布函数的积分微分方程,即气体动理学理论中奠基性的 Boltzmann 方程。由于 Boltzmann 方程碰撞项较为复杂,研究者们进一步提出了线性化 Boltzmann 方程^[2],以及一系列的简化动理学模型方程,包括 Bhatnagar、Gross 和 Krook 三人提出的 BGK 模型^[3],以及 ES-BGK、Shakhov 和 Fokker-Planck 等模型^[4-6]。在动理学中,努森数是衡量气体稀薄程度的参数,也是联系宏观和微观的重要

参数,通常努森数 Kn 定义为气体分子的平均自由程 ℓ 和流场特征长度 L 的比值

$$Kn = \frac{\ell}{L} \quad (1)$$

在 20 世纪初, Chapman 和 Enskog 研究了 Boltzmann 方程在小努森数下的渐进性质,从介观层面恢复了欧拉和 N-S 方程,并得出了宏观输运系数与微观分子碰撞参数之间的关系,建立了宏观和微观间的联系^[7]。Chapman 和 Enskog 的理论是研究动理学方程在近连续流域性质的重要方法,也是从 Boltzmann 方程建立以来最为成功的动理学理论。

钱学森根据努森数将气体的流域分为连续流域、滑移流域、过渡流域和自由分子流域^[8]。气体在不同的流域内的流动特性有显著区别,因而通常采用不同的控制方程和计算方法,而基于离散时空直接建模思想的 UGKS、DUGKS、UGKWP 等多尺度格式能够适用于从无碰撞流域到连续流域的流场流动物理的直接模拟,见图 1。在 $Kn \leq 10^{-3}$ 的连续流域内, N-S 方程能够很好地描述流场的流动特性,连续流域内的计算流体力学的研究主要集中在发展高精度流体数值模拟方法和发展湍流模型两个方向。流体数值模拟方法包括基于数值求解流动控制方程的高阶计算流体力学方法和对流动物理过程进行直接模拟的基于格子气自动机的格子 Boltzmann (LB) 方法^[9-10]。高阶计算流体力学方法的研究包括空间高阶重构和时间高阶演化两个方面,目前较为流行的空间高阶重构方法有加权基本无震荡 (WENO) 方法^[11], 间断伽辽金 (DG) 方法^[12], spectral volume (SV)^[13], spectral difference (SD)^[14], 修正重构 (CPR)^[15], 通量重构 (FR)^[16] 方法等; 在时间精度的研究方面,数值常微分方程时间高精度格式的发展源于 20 世纪 40 年代,包括单步的 Taylor 型方法,和以龙格库塔方法为代表的多步法。而对于数值偏微分方程时间高精度格式的研究,李杰权等首先提出了基于多步多导数的两步四阶格式 (two-stage fourth order scheme)^[17-19],综合了单步 Taylor 型方法和多步法的优点,并强调了在高阶格式构造中时空耦合的重要性^[20]。在近期发展中,基于气体动理学格式和两步四阶格式发展的高精度格

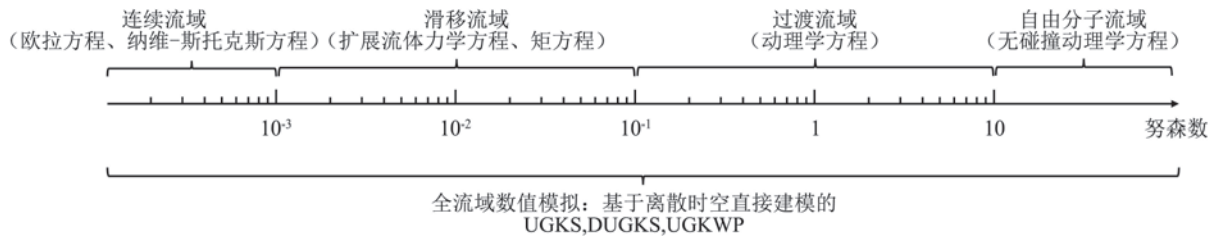


图 1 根据努森数对气体流场的划分, 以及对应流域内的模型方程和数值方法

Fig.1 Classification of flow regime based on the Knudsen number, and the corresponding governing equations

式在精度和稳定性上都体现出了显著的优势^[21-28], 尤其是空间八阶紧致格式能够在捕捉间断的同时, 解析声学量级扰动^[10, 29-30], 也说明了未来高阶格式的发展要将时间高精度演化和空间高阶重构相结合^[20]。在 $10^{-3} < Kn \leq 10^{-2}$ 的滑移流域内, 非平衡效应在边界处体现, 出现速度滑移和温度跳跃现象, 其表达式可以通过气体动理论推导。在滑移流域内, 可以采用 N-S 方程加滑移边条件进行近似处理, 或者更进一步推导高阶矩方程, 例如 Burnett 根据 Chapman-Enskog 理论发展的 Burnett 方程^[31-32], Grad 基于 Hermite 展开发展的 Grad-13 矩方程^[33], 以及 Struchtrup 结合 Chapman-Enskog 理论和 Hermite 展开发展的 R13 方法等^[34]。

在 $10^{-2} < Kn \leq 10$ 的过渡流域和 $Kn > 10$ 的自由分子流域, 非平衡效应显著出现, 基于宏观方程的数值方法如 N-S 方程、矩方法难以准确描述该流域内的非平衡物理, 因而在过渡和稀薄流域, 通常要求解动理学方程。对稀薄气体动力学数值模拟主要有两类建模方法, 其一为对流动物理过程进行直接模拟的方法, 其二为数值离散求解动理学方程的方法。直接模拟的方法中最为流行的是 Bird 发展的直接数值模拟蒙特卡洛 (Direct Simulation Monte Carlo, DSMC) 方法^[35]。DSMC 方法通过模拟粒子来代替真实气体粒子, 采用算子分裂方法解耦粒子的自由迁移和碰撞。其中粒子迁移过程可以准确跟踪, 粒子的碰撞过程采用蒙特卡洛方法计算。DSMC 方法对应的物理过程简单, 因而容易应用到复杂外形、化学反应和辐射输运等领域^[36]。DSMC 对于高超声速问题的模拟具有很高的效率, 但由于其解耦了迁移和碰撞, 因而时间步长和网格尺寸都需要小于碰撞时间和平均自由程, 这大大降低了 DSMC 方法对于近平衡流动的模拟效率。同时, 粒子方法所带来的统计噪音也限制了 DSMC 方法对于微流动的模拟精度。为了提高 DSMC 方法在连续流域的计算效率, 发展了渐进保持的 DSMC 方法 (AP-DSMC)^[37, 38] 和矩方程引导 DSMC 方法^[39] 等。为了降低 DSMC 方法的噪音, 发展了低噪音 DSMC (LVDSMC) 方法^[40, 41] 等。在

众多统计学粒子方法中, Jenny 发展的粒子 Fokker-Planck 方法^[42] 和费飞等人发展的多尺度粒子 BGK 方法^[43] 不仅适用于稀薄流域, 在连续流域内也有较好的数值表现。

包括离散速度法、谱方法等在内的数值离散求解动理学方程的方法在近几十年也有长足的发展^[44-55]。谱方法通过将 Boltzmann 碰撞项投影到谱空间, 将卷积形碰撞项解耦从而提高计算效率, 谱方法的计算精度很高, 但由于 Boltzmann 碰撞项积分维度过高, 受内存和计算量限制仍需要进一步发展加速算法才能适用于三维工程计算^[51-53, 56]。为了降低碰撞项计算量, 通常采用离散速度方法求解动理学模型方程, 离散速度方法不受统计噪音影响, 计算精度高, 同时能够通过隐式迭代方法进行加速求解, 对于微流动问题的计算有较大优势。近年来, 基于离散速度的渐进保持 (AP) 格式^[57-59]、高阶-低阶 (High Order-Low Order, HO-LO) 格式的发展拓展了传统离散速度格式的适用流域^[60], 并应用到多组分气体、辐射输运等领域。其包括 AP 格式在内的离散速度方法, 其出发点都是从微分动理学方程出发, 通过一定的离散方法得到数值格式, 而微分动理学方程在粒子迁移和碰撞解耦的建模基础上得到的, 其对应于建模尺度小于粒子碰撞时间和平均自由程。完全以离散动理学方程建立起来的数值格式通常求通量时只考虑粒子的自由输运。但对于这类数值格式, 解耦了迁移和碰撞过程, 为得到精确的物理解, 格式需要网格尺度和时间步长小于粒子平均自由程和碰撞时间, 对于连续流域的模拟效率和精度都较低^[61]。

传统数值求解流动控制方程的方法通常是从微分方程出发, 通过离散方法得到对应的数值格式。考虑到偏微分方程是在固定物理尺度上建模得到的, 像 Boltzmann 方程的平均自由程和 N-S 方程的宏观流体力学尺度。用这种偏微分方程数值解的计算思想只能得到单尺度的计算格式, 没有考虑到物理尺度变化对流动物理和方程本身描述的影响。对于复杂工程问题, 如高超声速飞行的临近空间飞行器, 其周围流场的局部努森数变化可以达到五个数量级 (见图 2), 传统

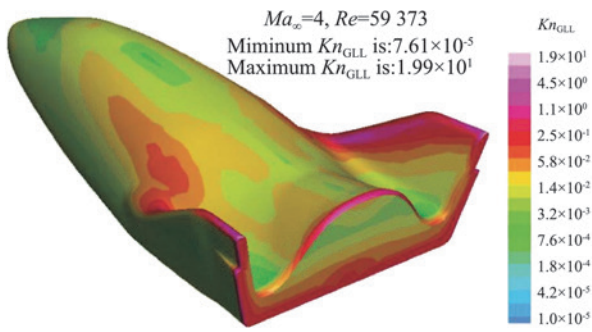


图 2 江定武应用统一气体动力学格式对临近空间飞行器周围流场地模拟得到的流场局部努森数分布^[74]

($Ma_\infty = 4, Re = 59373$)

Fig.2 Local Knudsen number of flow around a near space aircraft simulated by Jang^[74], with Mach number 4 and Reynolds number 59373

的计算流体力学方法难以高效准确模拟。同样对于直接模拟方法,如 DSMC 方法,由于其在建模过程中解耦了迁移和碰撞,因而其适用的时空尺度被限制在平均自由程和碰撞时间量级,对于跨尺度和连续流域的模拟计算效率较低,比如 DSMC 方法很难适用于在 80 km 以下对飞行器的流场计算。徐昆提出的离散时空直接数值模拟的建模思想回归建模的出发点,在数值离散控制体上建立数值控制方程,从数值控制体上的守恒律出发,通过微分动力学方程的演化解得到网格界面局部的数值通量^[62]。离散时空直接数值模拟的建模思想的核心在于将网格尺度加入建模过程中,耦合粒子迁移、碰撞、加速等过程,以及它们在一个时间步长内的累积效应,实现从稀薄到连续全流域内对流场的流物理的准确求解。离散时空直接数值模拟的建模思想的关键在于采用了动力学方程的演化解构建数值通量,演化过程在形式上包含了粒子迁移和碰撞效应,在不同尺度上能够准确反映粒子的运动特性,例如在稀薄流域内的自由输运特性和在连续流域内由于碰撞而产生的流体力学波传播的物理特性。离散时空直接数值模拟的建模不仅能够在极限流域给出相应的流动控制方程的解,例如在稀薄流域内的动力学方程解和在连续流域内的 N-S/Euler 方程的解,更重要的是能够在过渡流域内能够准确地描述流动物理,填补了过渡流域内缺乏合理流动控制方程的空白。由于在网格尺度上直接建模,网格大小变成了影响气体运动模式的动力学量,决定了在不同流域上的气体演化过程。基于直接建模的思想,徐昆与他的合作者提出和发展了统一气体动力学格式(unified gas-kinetic scheme, UGKS)^[24, 63-70]。统一气体动力学格式一方面耦合宏观守恒量和微观分布函数的更新,另一方面由网格界面处的演化解构建数值

通量,实现了从动力学方程向流体力学方程的自然过渡,能够准确捕捉多尺度复杂流场的流物理。通过采用隐式加速和多重网格技术^[71-73],统一气体动力学格式能够高效准确应用于三维工程问题的模拟。如图 2、图 3 所示,统一气体动力学格式能够准确模拟临近空间飞行器周围的多尺度流场^[74]。统一气体动力学格式在构造数值格式的过程中,不仅考虑了流场的局部努森数,同时考虑了网格尺度上的流物理,即网格努森数 Kn_c ^[75-76]

$$Kn_c = \frac{\tau}{\Delta t} \quad (2)$$

其中: τ 为局部的碰撞时间, Δt 为局部时间步长。统一气体动力学数值通量中的流体力学部分和自由输运部分的所占比例由网格努森数决定,实现了数值格式对网格尺度上的流物理的自适应(见图 3)。基于直接建模思想,研究者们发展了一些统一气体动力学格式的变形格式,包括郭照立等人发展了离散统一气体动力学格式(DUGKS)^[77-87],刘畅和朱亚军等发展了统一气体波粒方法(UGKWP)^[88-90]等。在过去十年的研究中,统一气体动力学格式被应用到气体输运、等离子体输运^[91]、离散两相流^[92]、光子输运^[93-96]、中子输运^[97]等领域。统一气体动力学格式准确地连接了不同流域的物理过程,比如在光子输运中给出了从光学薄的光子自由传输到光学厚的光扩散过程的连续过渡,在计算精度和计算效率都体现出显著优势。

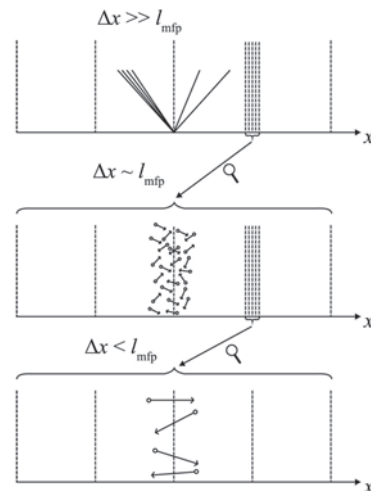


图 3 多尺度格式对于不同网格努森数的自适应
Fig.3 Adaptation of the multiscale scheme to local cell Knudsen number

接下来,我们将在第 1 节中介绍离散时空直接建模的思想,并总结基于离散时空建模构建的多尺度数值格式:统一气体动力学格式、离散统一气体动力学格式、统一气体动力学波粒格式。在第 2 节中,我们将总

结统一气体动理学格式在多尺度气体、等离子体、气固离散两相流、光子输运等领域的应用, 以及其隐式加速机制。在第3节中, 我们将给出总结和展望。

1 离散时空直接建模方法

离散时空直接建模方法是在数值离散控制体上基于守恒律构建数值控制方程, 构建数值控制方程的过程中需要考虑流域变化对控制体界面数值通量的影响。数值通量的构造依据在网格尺度上的演化过程, 最为直接的是利用动理学微分方程在网格界面局部的积分解, 即考虑了气体演化过程的时间累积效应, 这是一种基于偏微分方程演化解的建模方法, 而不是传统意义上对偏微分方程的直接离散。在某种意义上说, 这种构造数值格式的思想很接近于Gounov方法, 即把在网格界面上的演化解直接用于格式构造。而超出Godunov格式的地方包括演化解有时间精度和它的多尺度性质。我们将相空间划分为离散的物理空间 $\sum_i \Omega_{x_i} \subset R^3$, 离散的速度空间 $\sum_j \Omega_{v_j} \subset R^{d_v}$ 和离散的时间 $t^n \in R^+$ 。对于由物理空间控制体 Ω_{x_i} 和速度空间内控制体 Ω_{v_j} 张成的相空间内的有限控制体 $\Omega_{ij} = \Omega_{x_i} \otimes \Omega_{v_j}$, 在时间区间 $[t^n, t^{n+1}]$ 内的微观控制方程为

$$f_{ij}^{n+1} = f_{ij}^n - \frac{1}{|\Omega_{ij}|} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \oint_{\partial\Omega_{x_i}} \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{n} f_{\partial\Omega_{x_i}}(t, \mathbf{v}_j) ds dt + \frac{\Delta t}{2} (Q_{ij}^n + Q_{ij}^{n+1}) \quad (3)$$

其中

$$f_{ij}^n = \frac{1}{|\Omega_{ij}|} \int_{\Omega_{ij}} f(x, t^n, \mathbf{v}) dx$$

$$Q_{ij}^n = \frac{1}{|\Omega_{ij}|} \int_{\Omega_{ij}} Q(x, t^n, \mathbf{v}) dx$$

为速度分布函数 $f(x, t, \mathbf{v})$ 和碰撞项 $Q(x, t, \mathbf{v})$ 的控制体平均值。 $f_{\partial\Omega_{x_i}}(t, \mathbf{v}_j)$ 是控制体界面 $\partial\Omega_{x_i}$ 上随时间演化的分布函数。对微观控制方程速度空间求矩, 可以得到宏观守恒量控制方程

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^n - \frac{1}{|\Omega_{x_i}|} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \oint_{\partial\Omega_{x_i}} \Psi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} f_{\partial\Omega_{x_i}}(t, \mathbf{v}) ds d\Xi dt \quad (4)$$

其中 $d\Xi = d\mathbf{v} = dv_1 dv_2 dv_3$, $d\mathbf{x} = dx_1 dx_2 dx_3$, $\mathbf{W}_i =$

$\frac{1}{|\Omega_{x_i}|} \int_{\Omega_{x_i}} \Psi f(x, t^n, \mathbf{v}) d\Xi dx$, 是网格平均守恒量,

$\Psi = \left(1, \mathbf{v}, \frac{1}{2}(\mathbf{v}^2 + \xi^2)\right)^T$ 为守恒矩。微观控制方程

(3)和宏观守恒方程(4)搭建了离散时空直接建模的框架, 即一个是分布函数或粒子的演化, 另一个是守

恒量的演化。为了封闭上面的数值控制方程, 以及在网格尺度上能够识别的物理解, 我们需要根据动理学方程的积分解给出网格界面上随时间演化的分布函数, 从而求得数值通量。对网格界面分布函数的不同求法可以得到不同的数值格式, 例如在统一气体动理学格式中, 网格界面分布函数由动理学方程积分解以离散坐标形式给出^[50]; 在离散统一气体动理学格式中, 网格界面分布函数由动理学方程积分解的梯形近似给出^[77]; 在统一气体动理学波粒格式中, 网格界面分布函数由动理学方程积分解以统计学的粒子给出^[90]。

对应于网格尺度和时间步长, Kn_c 决定了气体通过界面的物理过程。当 $\Delta t \leq \tau$ 时, 气体分子以自由输运的方式通过界面, 而在 $\Delta t \gg \tau$ 时, 每个粒子在一个时间步长内经历了多次碰撞, 使其以集体波的形式通过界面。而在中间区域, τ 与 Δt 的比值决定了气体动力学演化。虽然方程(4)演化宏观量, 但通过边界的流量是由时间演化的分布函数的积分得到, 它的演化从自由分子流到连续流都是精确的, 完全超出了直接定义的宏观演化方程, 比如Burnett、Grad等矩方程。理论上方程(3)和(4)是两个完全独立的方程, 在动力学上又耦合在一起, 如何封闭方程(3)和(4)取决于在网格边界上气体演化过程和网格内部在一个时间步长里粒子碰撞的直接建模。

1.1 统一气体动理学格式 (UGKS)

在离散空间直接建模给出的控制方程(3)和方程(4)框架下, 基于构建网格界面处的演化解来求得数值通量, 从而得到统一气体动理学格式。统一气体动理学格式的有限体积更新框架为

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^n - \sum_s \frac{\Delta t}{|\Omega_{x_i}|} |l_s| F_s \quad (5)$$

$$f_{ij}^{n+1} = f_{ij}^n - \sum_s \frac{\Delta t}{|\Omega_{ij}|} |l_s| \mathcal{F}_{sj} + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{g^n - f^n}{\tau^n} - \frac{g^{n+1} - f^{n+1}}{\tau^{n+1}} \right) \quad (6)$$

其中, $l_s \in \partial\Omega_{x_i}$ 为控制体界面, 界面重心 \mathbf{x}_s 处外法向为 \mathbf{n}_s , 分布函数的数值通量为

$$\mathcal{F}_{sj} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s f(\mathbf{x}_s, t, \mathbf{v}) dt \quad (7)$$

宏观守恒量的界面通量 F_s 为

$$F_s = \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s f(\mathbf{x}_s, t, \mathbf{v}) \Psi d\Xi dt \quad (8)$$

令 $t^n = 0$, 气体在界面 \mathbf{x}_0 处的演化是根据动理学方程的积分解给出

$$f(\mathbf{x}_0, t, \mathbf{v}) = \frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-\frac{t-t'}{\tau}} g(\mathbf{x}', t', \mathbf{v}) dt' - e^{-\frac{t}{\tau}} f_0(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}) \quad (9)$$

这个演化解直接连接了自由分子流 f_0 到平衡态 g 的演化过程, 其权重 $e^{-t'/\tau}$ 对从动理学尺度到流体力学尺度的建模起了重要的作用。如果想得到在 τ 时间尺度上更精确的物理过程, 两体碰撞的 Boltzmann 碰撞过程也可以融合在上面的演化解里面^[64]。为了得到二阶时间精度的数值通量表达式, 我们将初始 $t=0$ 时刻的速度分布函数 $f_0(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ 和平衡态分布函数 $g(\mathbf{x}, t, \mathbf{v})$ 在时空展开为

$$f_0(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = f_0 + \nabla_x f_0 \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \\ g(\mathbf{x}, t, \mathbf{v}) = g_0 + \nabla_x g_0 \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \partial_t g_0 t \quad (10)$$

其中 $f_0 = f_0(\mathbf{x}_0, \mathbf{v})$, $g_0 = g(0, \mathbf{x}_0, \mathbf{v})$ 为初始时刻界面处的初始分布和平衡态分布。平衡态分布以及其空间导数由数值重构的宏观量及宏观量导数求得

$$\int \nabla_x g \Psi d\mathcal{E} = \nabla_x W, \\ \int g \Psi d\mathcal{E} = \int_{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0} g^l \Psi d\mathcal{E} + \int_{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < 0} g^r \Psi d\mathcal{E} \quad (11)$$

而平衡态分布函数的时间导数由相容性条件得到

$$\int \partial_t g \Psi d\mathcal{E} = - \int \mathbf{v} \cdot \nabla_x g \Psi d\mathcal{E} \quad (12)$$

其中 $\Psi = \left(1, \mathbf{v}, \frac{1}{2}(\mathbf{v}^2 + \xi^2)\right)^T$ 为守恒矩, $\int \partial_t g \Psi d\mathcal{E}$ 表示宏观量的时间导数。将分布函数的展开式(10)代入通量表达式(7)以及(8), 我们得到 UGKS 微观分布函数数值通量的表达式

$$\mathcal{F}_s = \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{n}_s \left(\underbrace{C_1 g_{0,j} + C_2 \mathbf{v}_j \cdot \nabla_x g_{0,j} + C_3 \partial_t g_{0,j}}_{\text{平衡态通量}} + \underbrace{C_4 f_{0,j} + C_5 \mathbf{v}_j \cdot \nabla_x f_{0,j}}_{\text{自由输运通量}} \right) \quad (13)$$

可以看到, 通量包含由平衡态分布贡献的平衡态通量和初始分布函数贡献的自由输运通量两部分构成。对微观分布函数求矩, 我们得到宏观守恒量的数值通量表达式

$$F_s = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s (C_1 g_0 + C_2 \mathbf{v} \cdot \nabla_x g_0 + C_3 \partial_t g_0) \Psi d\mathcal{E} + \sum_j \Omega_{v_j} (C_4 f_{0,j} + C_5 \mathbf{v}_j \cdot \nabla_x f_{0,j}) \quad (14)$$

其中, 时间积分系数 C_{1-5} 为网格努森数 Kn_c 的函数

$$C_1 = 1 - C_4 \\ C_2 = -\tau C_1 - C_5 \\ C_3 = \Delta t / 2 - \tau C_1 \\ C_4 = Kn_c [1 - \exp(-Kn_c^{-1})] \\ C_5 = \tau \exp(-Kn_c^{-1}) - \tau C_4 \quad (15)$$

值得注意的是上述流量通过 Kn_c 直接取决于网格大小, 即网格大小影响到气体通过界面的演化过程。在连续流域 $Kn_c \rightarrow 0$, 若分布函数初值满足 N-S 分布

$$f_0(\mathbf{v}, \mathbf{x}) = [g - \tau(\partial_t g + \mathbf{v} \cdot \nabla_x g)]|_{t=0} \quad (16)$$

数值通量将给出与 N-S 方程一致的通量, 例如分布函数通量收敛到

$$\mathcal{F}_s = \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{n}_s \left[g_{0,j} - \tau(\partial_t g_{0,j} + \mathbf{v}_j \cdot \nabla_x g_{0,j}) + \frac{\Delta t}{2} \partial_t g_{0,j} \right] \quad (17)$$

对于统一气体动理学格式(UGKS), 即使 f_0 不是 N-S 分布, 在连续流当 $Kn_c \ll 1$ 时, UGKS 在网格界面上的分布函数也会回到式(17)所给出的分布, 即 f_0 的贡献随时间迅速衰减。在自由分子流域 $Kn_c \rightarrow \infty$, 数值通量(13)将给出与无碰撞动理学方程一致的通量

$$\mathcal{F}_s = \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{n}_s \left(f_{0,j} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}_j \cdot \nabla_x f_{0,j} \right) \quad (18)$$

在上面两个极限的中间流域, f_0 和 g 共同起作用, 它们的贡献由网格努森数决定。

1.2 离散统一气体动理学格式(DUGKS)

与 UGKS 的框架一致, 离散统一气体动理学格式(DUGKS)采用基于有限体积的分布函数演化方程(6), 并通过求矩完成对宏观守恒量的更新。DUGKS 与 UGKS 的主要区别在于数值通量的求解。DUGKS 采用梯形积分公式对碰撞项的时间积分进行近似, 在时间区间 $[t^n, t^{n+1/2}]$ 内

$$f(\mathbf{x}_s, \mathbf{v}, t^{n+1/2}) - f(\mathbf{x}_s - \mathbf{v}\Delta t/2, \mathbf{v}, t^n) = \frac{\Delta t}{4} \left[Q(\mathbf{x}_s, \mathbf{v}, t^{n+1/2}) + Q(\mathbf{x}_s - \mathbf{v}\Delta t/2, \mathbf{v}, t^n) \right] \quad (19)$$

引入新变量 $\bar{f} = f + \frac{\Delta t}{4} Q$, 由离散方程(19)可得 DUGKS 的分布函数数值通量为

$$\mathcal{F}_s = \left(1 - \frac{\Delta t}{4\tau + \Delta t}\right) \bar{f}_0(\mathbf{x}_s - \mathbf{v}\Delta t/2, \mathbf{v}) + \frac{\Delta t}{4\tau + \Delta t} g(\mathbf{x}_s, \mathbf{v}, t^{n+1/2}) \\ = \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{n}_s \left(\underbrace{\tilde{C}_1 g_{0,j} + \tilde{C}_2 \mathbf{v}_j \cdot \nabla_x g_{0,j} + \tilde{C}_3 \partial_t g_{0,j}}_{\text{平衡态通量}} + \underbrace{\tilde{C}_4 f_{0,j} + \tilde{C}_5 \mathbf{v}_j \cdot \nabla_x f_{0,j}}_{\text{自由输运通量}} \right) \quad (20)$$

其中, 时间积分系数 \tilde{C}_{1-5} 为网格努森数 Kn_c 的函数

$$\tilde{C}_1 = 1 - C_4, \quad \tilde{C}_2 = \frac{-\Delta t}{8Kn_c + 2}, \\ \tilde{C}_3 = \frac{\Delta t}{8Kn_c + 2}, \quad \tilde{C}_4 = \frac{4Kn_c - 1}{4Kn_c + 1}, \\ \tilde{C}_5 = -\Delta t \frac{(4Kn_c - 1)}{8Kn_c + 2} \quad (21)$$

与 UGKS 相同, 在连续流域 $Kn_c \rightarrow 0$, 若分布函数初值满足 N-S 分布, DUGKS 的数值通量将给出与 N-S 方程一致的通量(17), 而在自由分子流域 $Kn_c \rightarrow \infty$, 数值通量(20)将给出与无碰撞动理学方程一致的通量(18)。

1.3 统一气体动理学波粒格式(UGKWP)

UGKS 和 DUGKS 都是基于离散坐标方法发展的确定性数值方法, 在离散空间直接建模的框架下, 我们采用统计学方法, 用模拟粒子离散速度空间, 发展了统一气体动理学波粒方法^[88-90]。UGKWP 方法的关键想法在于, 将在流场演化过程中, 所有粒子可分为自由输运粒子和碰撞粒子, 对于发生碰撞的粒子不需要严格解析其碰撞过程, 而可以直接由动理学方程的积分解给出其最终满足的速度分布, 从而实现粗粒化多尺度建模。UGKWP 的粒子演化方程为动理学方程积分解, 宏观量演化是与 UGKS 相同的有限体积更新方程。演化过程可以由循环图 4 表示。

UGKWP 的粒子演化方程为

$$f(\mathbf{x}, t, \mathbf{v}) = \frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-(t-t')/\tau} g(\mathbf{x}', t', \mathbf{v}) dt' + e^{-t/\tau} f_0(\mathbf{x}_0, \mathbf{v})$$

$$= \underbrace{(1 - e^{-t/\tau}) g^+(\mathbf{x}, t, \mathbf{v})}_{\text{碰撞粒子分布}} + \underbrace{e^{-t/\tau} f_0(\mathbf{x}_0, \mathbf{v})}_{\text{自由输运粒子分布}} \quad (22)$$

其中碰撞粒子分布为

$$g^+(\mathbf{x}, t, \mathbf{v}) = g(\mathbf{x}, t, \mathbf{v}) + \left(\frac{t e^{-t/\tau}}{1 - e^{-t/\tau}} - \tau \right) \cdot [\partial_t g(\mathbf{x}, t, \mathbf{v}) + \mathbf{v} \cdot \nabla_x g(\mathbf{x}, t, \mathbf{v})] \quad (23)$$

在 UGKWP 的粒子更新过程中, 我们只追踪粒子的自由输运过程, 并从更新的宏观量中依据碰撞粒子分布 g^+ 采样出下一时间步内自由输运的粒子。需要指出的是在 UGKWP 重采样过程中, 我们只需要采样下一时间步自由输运的粒子, 其余部分速度分布由解析的速度分布函数表示, 因而 UGKWP 的速度分布由解析部分和粒子部分组成, 见图 4(c)。UGKWP 的宏观量演化是与 UGKS 相同的有限体积更新方程

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \underbrace{\sum_s \frac{\Delta t}{|\Omega_{x_i}|} |l_s| F_s^{\text{eq}}}_{\text{平衡态通量}} - \underbrace{\sum_s \frac{\Delta t}{|\Omega_{x_i}|} |l_s| F_s^{\text{fr},w} + \frac{\Delta t}{|\Omega_{x_i}|} W_i^{\text{fr}}}_{\text{自由输运通量}} \quad (24)$$

其中, 平衡态通量求解与 UGKS 平衡态通量求解过程相同, 即

$$F_s^{\text{eq}} = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s (C_1 g_0 + C_2 \mathbf{v} \cdot \nabla_x g_0 + C_3 \partial_t g_0) \Psi d\mathbf{E} \quad (25)$$

而 UGKWP 的自由输运通量由解析自由输运通量

$$F_j^{\text{fr},w} = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} (C_4 g_j^+ + C_5 \mathbf{v} \cdot \nabla_x g_j^+) \Psi d\mathbf{E} - \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} (C_6 g_j^h - C_7 \nabla_x g_j^h) \Psi d\mathbf{E} \quad (26)$$

和粒子自由输运通量

$$W_i^{\text{fr}} = \frac{1}{\Delta t} \left(\sum_{k \in P_{\partial\Omega_x^+}} W_{P_k} - \sum_{k \in P_{\partial\Omega_x^-}} W_{P_k} \right) \quad (27)$$

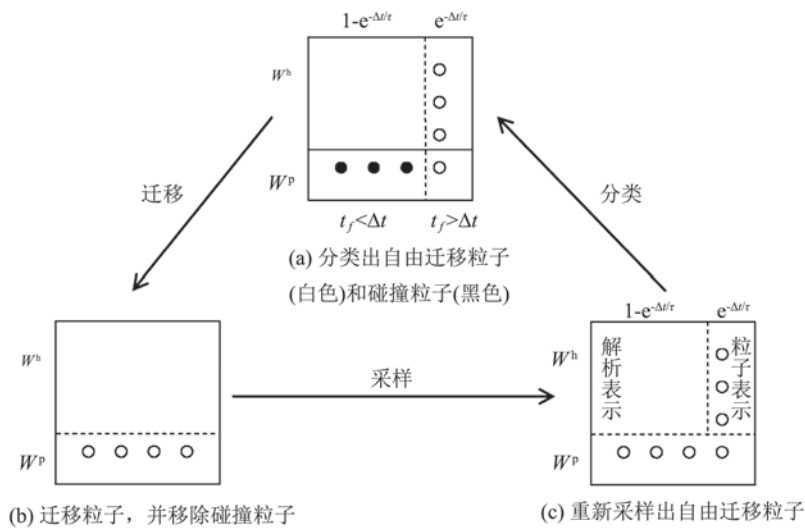


图 4 统一气体波粒格式一个控制体内守恒量和粒子一个时间步内的演化循环示意图: (a) 演化起始时刻, 根据粒子的自由输运时间和时间步长的关系, 将粒子分为碰撞粒子 ($\Delta t > t_f$), 和自由输运粒子 ($\Delta t \leq t_f$); (b) 将所有粒子自由迁移其对应的自由输运时间, 并保留自由输运粒子; (c) 将下一时间步内自由迁移粒子从宏观量中依据分布 g^+ 采样出来

Fig.4 Sampling process of UGKWP in a numerical control volume: (a) Initially, the particles are categorized into collision-less (white) and collisional (black) particles according to their free stream time t_f , (b) Stream all particles by t_f and keep collision-less particles, (c) Re-sample collisional particles from g^+ .

两部分组成,其中 $\mathbf{W}_{P_k} = \left(m_k, m_k \mathbf{v}_k, \frac{1}{2} m_k v_k^2 \right)$, 符号 $P_{\partial\Omega_{x_i}^-}$ 表示在一个时间步长内流出网格 Ω_{x_i} 的粒子, $P_{\partial\Omega_{x_i}^+}$ 表示在一个时间步长内流入网格 Ω_{x_i} 的粒子。与 UGKS 相同,在连续流域 $Kn_c \rightarrow 0$, UGKWP 的速度分布收敛到 N-S 分布,同时数值通量将给出与 N-S 方程一致的通量(17),即这时自由粒子自动消失,格式回到计算连续流的气体动力学格式(Gas-kinetic Scheme)^[24],其效率远大于保持离散速度空间的 UGKS 方法;当然 UGKWP 的短处是模拟低速稀薄微流动,降低粒子的噪音使得计算异常昂贵。而在自由分子流域 $Kn_c \rightarrow \infty$, UGKWP 给出与无碰撞动理学方程一致的统计学粒子格式。对稀薄高超声速流,利用粒子的 UGKWP 要比保持速度离散空间的 UGKS 在效率和内存上有绝对优势。

1.4 三种直接建模方法的性质和比较

基于直接建模方法发展的三种数值方法,即 UGKS、DUGKS 和 UGKWP 都具有二阶一致渐进保持(unified preserving, UP)的性质,即格式不仅能够连续和无碰撞的极限流域收敛到欧拉和无碰撞动理学方程的数值格式,同时在连续流域内,格式能够准确捕捉 N-S 方程的数值解^[64, 98]。特别的,郭照立在最近的文章中给出了 UP 的数学定义,即在一定条件下,数值格式对应的修正方程能够保持动理学方程的二阶渐进展开。以一维为例,我们给出 UGKS 在 $\Delta t/\tau \gg 1$ 条件下,采用空间中心,差分重构的修正方程

$$\begin{aligned} & \partial_t f + v \partial_x [g - \tau(g_t + v g_x)] \\ & + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \partial_t^2 f + v \partial_t \partial_x [g - \tau(g_t + v g_x)] + \frac{1}{\tau} (\partial_t g - \partial_t f) \right\} \\ & + \frac{\tau^2}{\Delta t} (2u^2 \partial_x^2 g + u \partial_t \partial_x g - u^2 \partial_x^2 f) \\ & - \frac{\tau}{\Delta t} (u \partial_x g - u \partial_x f) + \frac{\Delta x^3}{6} u \partial_x^3 g \\ & = \frac{1}{\tau} (g - f) + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (28)$$

对修正方程进行渐进分析,我们将分布函数 f 展开为

$$f = f^{(0)} + \epsilon f^{(1)} + \epsilon^2 f^{(2)} + O(\epsilon^3)$$

将时间导数展开为

$$\partial_t = \partial_{t_0} + \epsilon \partial_{t_1} + \epsilon^2 \partial_{t_2} + O(\epsilon^3)$$

其中, ∂_{t_k} 表示 $\epsilon^k f^{(k)}$ 的空间梯度对时间导数 ∂_t 的贡献^[98]。将展开式代入方程(28),我们可以得到 UGKS 在连续流域的前两阶渐进展开为

$$\begin{aligned} O(\epsilon^0 + \epsilon^1) : & \sum_{k=0}^1 \partial_{t_k} g + D_0 [g - \tau(g_t + v g_x)] \\ & = -\tau f^{(2)} + O(\Delta t^2, \Delta x^3) \end{aligned} \quad (29)$$

即 UGKS 在连续流域给出时间二阶精度的 N-S 方程

数值格式。需要特别指出的是,从 UGKS 的修正方程(28)可以看出,在小网格努森数(Kn_c)流域 UGKS 的误差主要来源于平衡态通量,这是由于在小网格努森数流域 UGKS 的平衡态通量占主导。关于 DUGKS 和 UGKWP 格式 UP 性质的论证,参见文献[90, 98]。

UGKS 和 DUGKS 的主要区别在于数值通量系数的不同,尤其是在小网格努森数时差别较大。图 5 为 UGKS 和 DUGKS 通量系数的差别

$$D_{1,5} = C_{1,5} - \tilde{C}_{1,5}, D_{2,3,4} = (C_{2,3,4} - \tilde{C}_{2,3,4})/\Delta t \quad (30)$$

可以看到,在小网格努森数流域 UGKS 的平衡态通量占主导,而 DUGKS 的连续通量和自由输运通量之比为 $C_1/C_4 = -2$ 。因而要提高 UGKS 在小网格努森数流域的精度,即在连续流的精度,只需要提高平衡态对应的重构精度和时间演化精度,即格式完全有宏观量决定,这个性质使其回到连续流的 GKS,虽然这时 UGKS 还保持着不必要的速度空间网格点。不同的是,要提高 DUGKS 在连续流域的精度,需要同时提高平衡态和分布函数的重构精度和时间精度,即它们的结合给出 DUGKS 在连续流时的数值通量。另一方面由于 DUGKS 的通量计算相对简洁,因此 DUGKS 相对于 UGKS 计算量有一定程度的降低。

基于离散速度的确定性格式 UGKS 和 DUGKS,由于不受统计噪音的影响,因而对于微流动问题的模拟有很高的精度和计算效率。而基于统计学的 UGKWP,采用模拟粒子能够高效地实现速度空间的自适应,因而对于高超声速和三维工程问题的计算由较高的计算效率。同时 UGKWP 只需要采样自由输运粒子,因而 UGKWP 计算所需粒子数随着网格努森数的降低而以指数减小,计算控制体 Ω_{x_i} 内所需采样的粒子数为

$$N_{p,i} = \exp(-Kn_c^{-1}) \rho_i | \Omega_{x_i} | / m_p \quad (31)$$

其中, m_p 为模拟粒子的参考质量。另一方面,随着网格努森数的降低,UGKWP 自由输运通量在总通量中所占比例以指数降低,因此统计噪音也以指数降低。在参考文献[90]中我们证明了 UGKWP 不仅是多尺度格式同时也是计算复杂度渐进降低和统计噪音渐进降低的格式。在连续流,由于自由粒子的消失,UGKWP 完全回到以前计算 N-S 方程的气体动理学方法(GKS)^[24]。和 UGKS 比较,UGKWP 没有了速度空间,在连续流区内存也大大降低。

总体来讲,基于离散时空直接建模而发展起来的三种格式都具有多尺度性质,不仅对于气体输运,还能够很好地模拟等离子体输运、气固离散两相流、辐射输运、中子输运等等尺度输运问题。

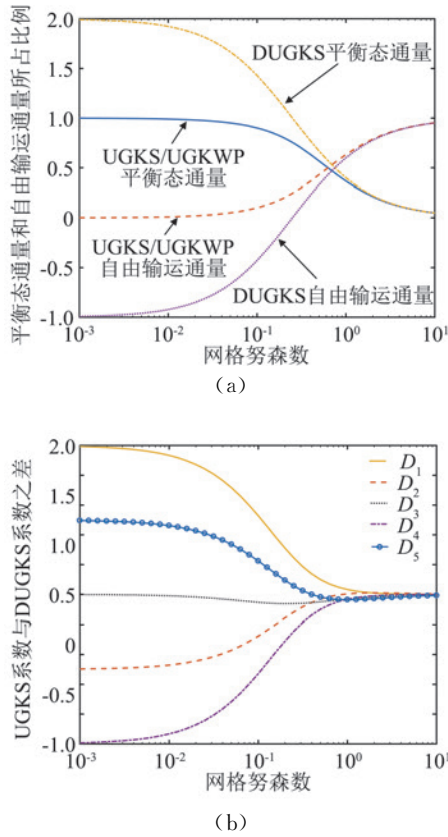


图 5 统一气体动力学格式和离散统一气体动力学格式平衡态通量和自由输运通量占比 (a)、统一气体动力学格式和离散统一气体动力学格式通量系数差别 (b) 随网格努森数的变化

Fig.5 Proportion of equilibrium flux and free stream flux of UGKS and DUGKS (a)、Flux coefficients of UGKS and DUGKS (b) according to cell Knudsen number

2 统一气体动力学格式的应用

2.1 连续层流及高超声速问题

统一气体动力学格式的首次提出是用于多尺度气体输运问题的计算^[50]。在之后的十年中不断发展,在多尺度气体流动、微流动、高超声速气体输运问题的模拟以及三维工程问题的计算中,体现出精度、稳定性以及计算效率等方面的优势^[50, 63-64, 71-74, 88-90]。在这一章节中,我们一方面将通过 UGKS 在连续层流问题的算例说明 UGKS 的准确性,另一方面通过 UGKWP 在高超声速问题的算例说明格式的计算效率。

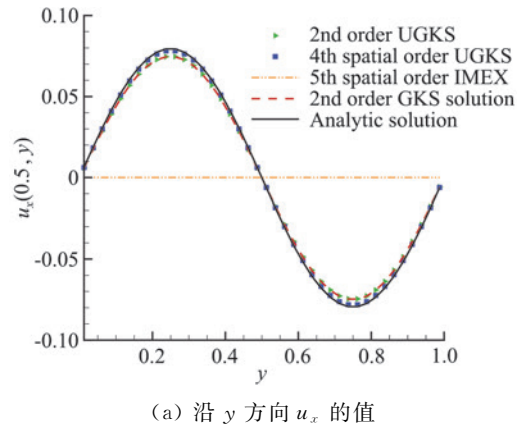
首先,我们考察二维的 Taylor 涡,计算域为 $0 < x, y < 1$,在连续流域 $Kn \ll 1$,流场满足 N-S 方程所给出的解析解

$$u_x = -\frac{u_0}{A} \cos(Ax) \sin(By) e^{-vat}$$

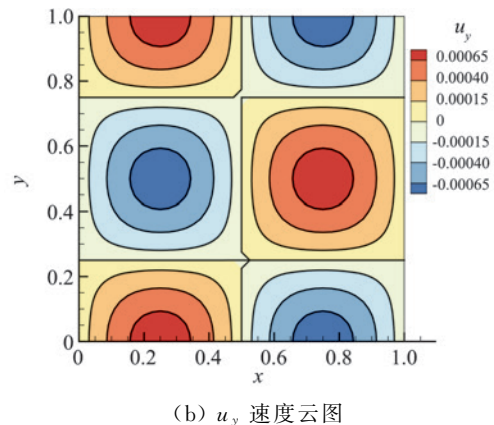
$$u_y = \frac{u_0}{B} \sin(Ax) \cos(By) e^{-vat}$$

$$p(x, y, t) = p_0 - \frac{\rho_0 u_0^2}{4} \left[\frac{\cos(2Ax)}{A^2} + \frac{\cos(2Bx)}{B^2} \right] e^{-vat} \quad (32)$$

其中 $A=B=2\pi, \alpha=A^2+B^2, u_0=0.01, Kn \ll 10^{-4}, RT_0=0.5$ 网格尺度 $\Delta x=2.5 \times 10^{-2} > Kn^{0.5}$, CFL 数为 0.5。由第 1 节的讨论,UGKS 能够在该流域收敛到 N-S 方程数值格式。图 6(a) 给出不同格式在时间 $t=\ln 2/(\mu\alpha)$ 的解,我们可以看出二阶 UGKS 在该流域能够收敛到对 N-S 求解的二阶 GKS 格式的数值解。同时,我们只需要将 UGKS 平衡态通量对应的空间重构提高,就可以提高 UGKS 在连续流域的计算精度。另一方面,我们看到由于 AP-IMEX 格式^[58]的单尺度迎风通量引入过大的数值耗散,因而即使对分布函数采用空间高阶重构,依然无法提高其在 N-S 流域的精度。



(a) 沿 y 方向 u_x 的值



(b) u_y 速度云图

图 6 (a) 不同格式对 Taylor 涡的模拟结果, $t=\ln 2/(\mu\alpha), x=0.5$; (b) UGKS(实线)和精确解(云图)的 u_y 速度云图, $t=\ln 2/(\mu\alpha)$
Fig.6 (a) Velocity profile of the Taylor vortex at $t=\ln 2/(\mu\alpha), x=0.5$; (b) Velocity contour of the Taylor vortex at $t=\ln 2/(\mu\alpha)$, The solid line is UGKS solution and flood is the analytic solution.

对于高超声速问题,我们给出 UGKWP 对经典的二维圆柱扰流问题的计算界结果^[90]。分子模型采用氩气的 VHS 模型,来流马赫数为 $Ma=20, 30$,以圆柱半径为参考长度的来流努森数为 $Kn=1.0, 1.0 \times 10^{-4}$ 。

图 7 和图 8 分别给出 $Ma=20$ 不同努森数下流场温度云图和中轴线上的云图分布,可以看出 UGKWP 在不同流域都能与参考解吻合。图 9 给出 $Ma=30$ 不同努森数下流场温度云图。对于 $Ma=20, Kn=1.0$ 的算例,UGKWP 物理空间网格为径向 110 网格,周向 64 网格,粒子参考质量为 $m_p=1.0\times 10^{-3}$,计算时间消耗为 36 min,内存消耗为 100 MB(i7-8700K CPU)比传统 DSMC 方法的计算量更低。而对于 $Ma=20, Kn=10^{-4}$ 的算例,UGKWP 物理空间网格为径向 150 网格,周向 100 网格,粒子参考质量为 $m_p=4.7\times 10^{-3}$,计算时间消耗为 17.2 min,基本与连续流域 N-S 求解器的计算效率相当。

2.2 多尺度等离子体模拟

统一气体动理学格式还可以应用于多组分气体^[99],以及在外力场作用下的流体^[100]。这里我们以等离子体为例来介绍 UGKS 在多尺度等离子体输运中的应用^[91]。等离子体的流域可以根据等离子体和电磁场的耦合强度参数,即归一化回旋半径 r_L ,划分为双流体流域和磁流体流域,同时可以根据等离子体组分间的耦合强度参数,即努森数,划分为无碰撞等离子体流域和连续流域。我们提出了包含等离子体和电磁

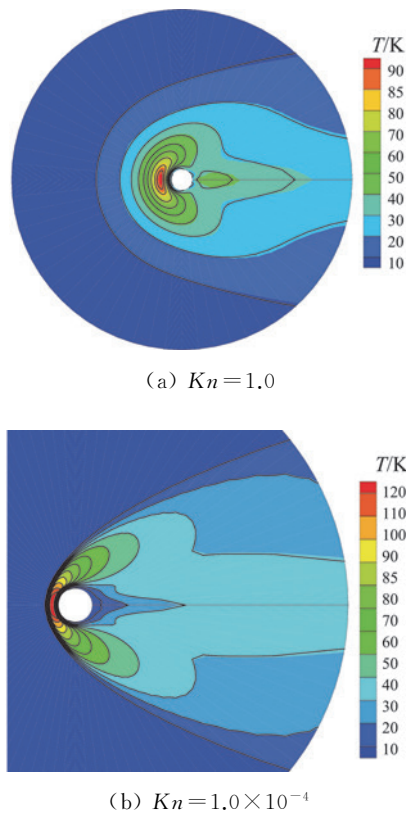


图 7 马赫数 20 的圆柱绕流问题的温度分布云图 (UGKWP 解为黑线,参考解为云图)

Fig.7 Temperature contour of the cylinder flow with Mach 20 (solid line is UGKWP solution and flood is the reference solution)

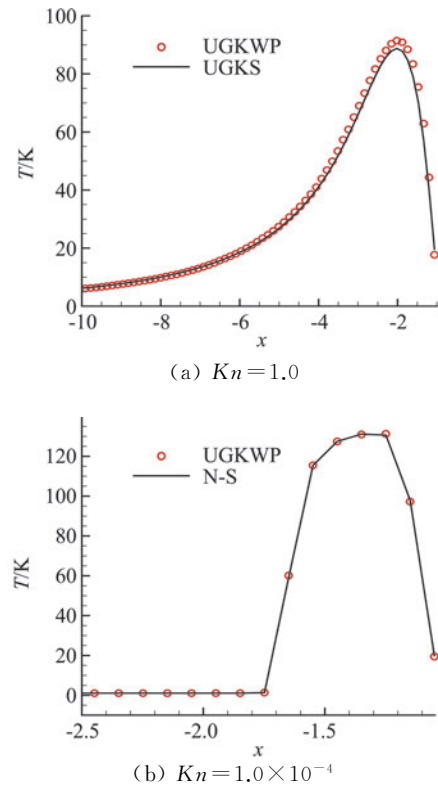


图 8 马赫数 20 的圆柱绕流问题的中轴线温度分布 (符号为 UGKWP 解,实线为参考解)

Fig.8 Temperature profile along the stagnation line with Mach 20 (symbols are UGKWP solution and solid line is the reference solution)

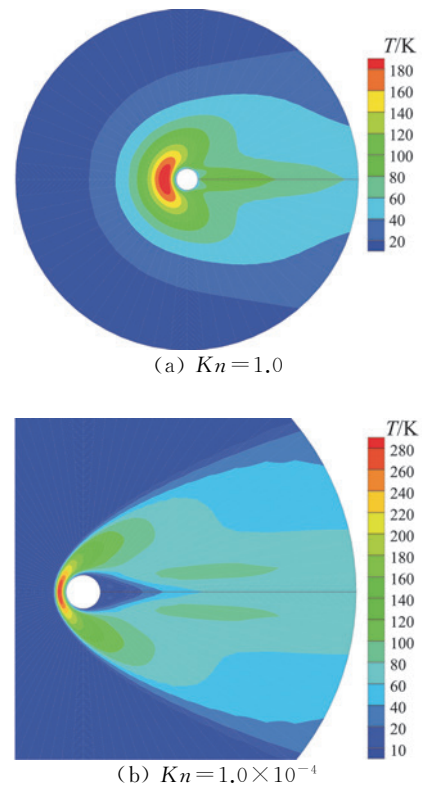


图 9 UGKWP 马赫数 30 的圆柱绕流问题的温度分布云图 (UGKWP 解为黑线,参考解为云图)

Fig.9 Temperature contour of cylinder flow with Mach 30 (solid line is UGKWP solution and flood is the reference solution)

场以及等离子体间碰撞的动理学耦合电磁学方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_x f_\alpha + \frac{\mathbf{F}_\alpha}{m_\alpha} \cdot \nabla_v f_\alpha &= \frac{f_\alpha^+ - f_\alpha}{\tau_\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\nabla_x \times \mathbf{E} \\ \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= c^2 \nabla_x \times \mathbf{B} - \frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{J} \end{aligned} \quad (33)$$

其中 f_α 为组分 α 的分布函数, τ_α 为松弛系数, \mathbf{F}_α 为洛伦兹力, \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 为电磁场, \mathbf{J} 为电流。在数值离散时空控制体上, 根据直接建模方法, 我们建立等离子体流场微观分布函数的有限体格式

$$\begin{aligned} (f_\alpha)_{ij}^{n+1} &= (f_\alpha)_{ij}^n - \frac{1}{|\Omega_x|} \sum_{s_i \in \partial\Omega_x} |s_i| \mathbf{F}_{f_\alpha s_i}^x - \\ &\frac{1}{|\Omega_v|} \sum_{s_j \in \partial\Omega_v} |s_j| \mathbf{F}_{f_\alpha s_j}^v + \int_{t^n}^{t^{n+1}} \frac{f_{\alpha ij}^+ - f_{\alpha ij}}{\tau_\alpha} dt \end{aligned} \quad (34)$$

和流场宏观量的有限体格式

$$\begin{aligned} (\mathbf{W}_\alpha)_i^{n+1} &= (\mathbf{W}_\alpha)_i^n - \frac{1}{|\Omega_x|} \sum_{s_i \in \partial\Omega_x} |s_i| \mathbf{F}_{\mathbf{W}_\alpha s_i} + \\ &\frac{\Delta t}{\tau_\alpha} \left((\bar{\mathbf{W}})_i^n - (\mathbf{W}_\alpha)_i^n \right) + \Delta t \mathbf{S}_{\mathbf{W}_\alpha i}^{n+1} \end{aligned} \quad (35)$$

以及电磁场的有限体格式

$$\mathbf{Q}_i^{n+1} = \mathbf{Q}_i^n + \frac{\Delta t}{|\Omega_x|} \sum_{s_i \in \partial\Omega_x} |s_i| \mathbf{F}_{\mathbf{Q}_i s_i} + \Delta t \mathbf{S}_{\mathbf{Q}_i i}^{n+1} \quad (36)$$

格式的核心在于采用网格界面动理学方程的积分解构建数值通量

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}, t, \mathbf{v}) &= \frac{1}{\tau} \int_{t^n}^t f^+(\mathbf{x}', t', \mathbf{v}') e^{-\frac{t-t'}{\tau}} dt' + \\ &e^{-\frac{t-t^n}{\tau}} f_0 \left(\mathbf{x} - \mathbf{v}(t-t^n) + \frac{\mathbf{F}_l}{2}(t-t^n)^2, \mathbf{v} - \mathbf{F}_l(t-t^n) \right) \end{aligned} \quad (37)$$

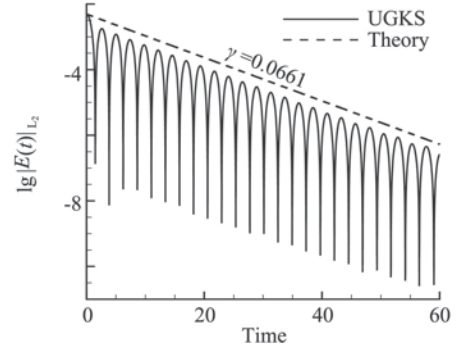
需要指出的是, 粒子的特征线 $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{v}(t-t^n-t')$ 及 $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{F}_l(t-t^n-t')$, 会由于电磁加速度而产生弯曲。

统一气体动理学格式能够捕捉从无碰撞等离子体到磁流体在不同流域的等离子体流动物理, 这里我们给出 UGKS 对朗道阻尼, Orszag-Tang 涡问题, 和磁重联问题的模拟。朗道阻尼是一种由电磁场作用引发的无碰撞阻尼现象, 由于流场扰动较小, 需要格式具有较高的计算精度。电子的初始扰动为

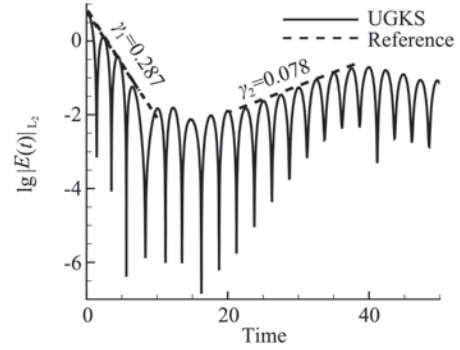
$$f_0(x, u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(1 + \alpha \cos(kx) \right) e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (38)$$

其中 $k=0.5$, 扰动 $\alpha=0.01$ 对应线性朗道阻尼, 较大

扰动 $\alpha=0.5$ 则会产生非线性效应。我们采用 UGKS 模拟计算域 $L=2\pi/k$ 内的线性和非线性朗道阻尼现象, 采用速度空间 128 个离散点, 物理空间 128 个离散点。如图 10 所示, UGKS 能够准确捕捉无碰撞等离子的精细结构。



(a) 对线性朗道阻尼问题的模拟



(b) 对非线性朗道阻尼问题的模拟

图 10 UGKS 对线性和非线性朗道阻尼问题的模拟结果

Fig.10 The UGKS simulation of linear and nonlinear Landau damping comparing to the theoretical solution

为了验证 UGKS 在磁流体流域的数值表现, 我们计算了 $Kn=10^{-4}$, $r_{Li}=10^{-4}$ 的 Orszag-Tang 问题, 计算的初始条件为

$$n_i = n_e = \gamma^2, P_i = P_e = \gamma, B_y = \sin(2x)$$

$$u_{i,x} = u_{e,x} = -\sin y, u_{i,y} = u_{e,y} = \sin x$$

其中 $\gamma=5/3$, 物理空间离散为 200×200 个网格, 速度空间采用 28×28 的 Gauss 积分。图 11 给出 $t=3$ 时刻的压力云图以及沿 $y=0.625\pi$ 的 x 方向的压力分布。可以看出 UGKS 在连续流域能够准确捕捉磁流体方程的解。UGKS 不仅能够捕捉极限流域的物理解, 同时能够为过渡流域内较为复杂的物理问题提供有效的研究方法, 例如对于磁场重联问题, UGKS 能够在连续流域恢复双流体模型的结果, 在无碰撞流域恢复 Vlasov 方程的结果, 同时能够给出在适中努森数和无量纲回旋半径流域的重联结果, 见图 12, UGKS 为多尺度等离子的物理问题的研究提供有力的数值工具。

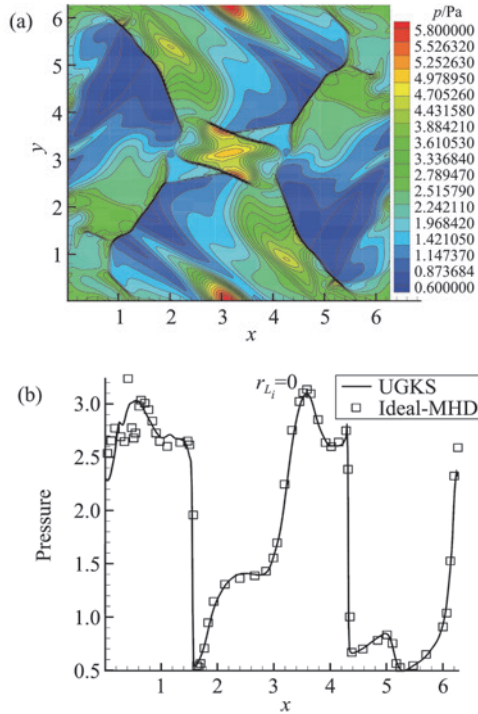


图 11 (a) Orszag-Tang 问题在 $t=3$ 时刻的压力云图; (b) Orszag-Tan 问题在 $t=3$ 时刻沿 $y=0.625\pi$ 的 x 方向的压力分布(实线)与磁流体方程结果(符号)的比较

Fig.11 (a) Pressure contour of Orszag-Tang vortex problem at $t=3$; (b) Pressure profile along $y=0.625\pi$ at $t=3$, solid line is UGKS solution and symbol is reference solution

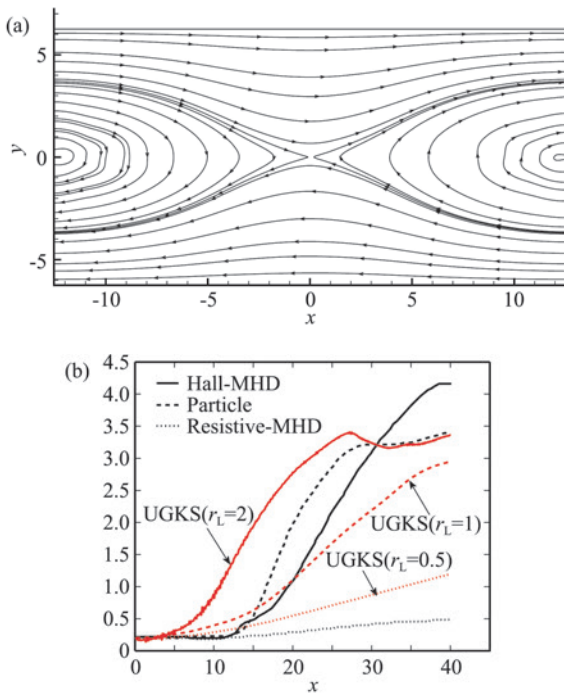


图 12 (a) $Kn=10^{-4}$, $r_{Li}=1$ 的磁重联问题在 $t=40$ 的磁力线分布; (b) UGKS 给出的不同无量纲回旋半径的磁场重连率以及参考解

Fig.12 (a) Magnetic lines of magnetic reconnection problem at $t=40$ with $Kn=10^{-4}$, $r_{Li}=1$; (b) Reconnection rate of UGKS with different Larmor radius comparing to reference results

2.3 多尺度气固离散两相流模拟

多尺度气固两相流也是一种典型的多尺度运输系统,可以由固体颗粒相的动理学方程和气相的流体力学 N-S 方程组成的方程组来描述,流域可以由颗粒碰撞频率的强弱划分为无碰撞气固两相流和双流体流域;根据颗粒跟随系数可以划分为颗粒流 (granular flow) 流域和尘埃流域 (dusty flow)。气固离散两相流的控制方程为颗粒相的动理学方程

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \nabla_x \cdot (\mathbf{v} f_s) + \nabla_v \cdot \left[\left(\mathbf{g} - \frac{1}{\rho_s} \nabla_x p_g \right) f_s \right] + \nabla_v \cdot \left(\frac{\mathbf{D}}{m_s} f \right) = Q \quad (39)$$

$$\frac{\partial C_s \rho_s \epsilon_s T_s^M}{\partial t} + \nabla_x \cdot (C_s \rho_s \epsilon_s T_s^M \mathbf{U}_s) = r_{T_m} (1 - r^2) \frac{3\epsilon_s \rho_s k_B T_s}{4\tau_s m_s} + C_s \epsilon_s \rho_s \frac{T_g - T_s^M}{\tau_T} \quad (40)$$

和气相的 N-S 方程组成

$$\frac{\partial \epsilon_g \rho_g}{\partial t} + \nabla_x \cdot (\rho_g \mathbf{U}_g) = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \epsilon_g \rho_g \mathbf{U}_g}{\partial t} + \nabla_x \cdot (\rho_g \mathbf{U}_g \mathbf{U}_g + p_g \mathbb{I} - \mu_g \sigma(\mathbf{U}_g)) = \\ & - \frac{\epsilon_s \rho_s (\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_s)}{\tau_{st}} + \epsilon_g \rho_g \mathbf{g} + \epsilon_s \nabla_x p_g \\ & \frac{\partial \epsilon_g \rho_g E_g}{\partial t} + \nabla_x \cdot [\mathbf{U}_g (\rho_g E_g + p_g) - \mu_g \sigma(\mathbf{U}_g) \mathbf{U} + \kappa_g \nabla_x T_g] = \\ & - \frac{\epsilon_s \rho_s \mathbf{U}_s (\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_s)}{\tau_{st}} + \epsilon_s \nabla_x p_g \cdot \mathbf{U}_s + \\ & \frac{3p_s}{\tau_{st}} + \epsilon_g \rho_g \mathbf{U}_g \cdot \mathbf{g} - C_s \epsilon_s \rho_s \frac{T_g - T_s^M}{\tau_T} \end{aligned} \quad (41)$$

在方程(39)中, \mathbf{g} 为重力加速度, ρ_s 为颗粒相的物质密度; p_g 为气相压力; m_s 为颗粒相单个颗粒的质量; 下标 s 表示颗粒相相关参数; 下标 g 表示气相相关参数。气相和颗粒相的相互作用通过组分间作用力实现

$$\mathbf{F}_{\text{hydro}} = - \frac{m_s}{\rho_s} \nabla_x p_g + \mathbf{D} \quad (42)$$

其中 $-\frac{m_s}{\rho_s} \nabla_x p_g$ 为浮力, \mathbf{D} 为气体的拖曳力; Q 为颗粒相碰撞项。方程(40)描述了颗粒相温度运输过程,包括非弹性碰撞放热和热传导过程。在方程(40)中, C_s 为颗粒相比热容, ϵ_s 为颗粒相体积分, \mathbf{U}_s 为颗粒相宏观速度, T_g 是气相温度, r 为非弹性碰撞的恢复系数。我们采用 BGK 型的松弛模型来模拟颗粒相

的碰撞过程

$$Q = \frac{g_s - f_s}{\tau_s} \quad (43)$$

其中平衡态满足

$$\int \boldsymbol{\psi} g_s d\boldsymbol{\Xi} = \int \boldsymbol{\psi}' f_s d\boldsymbol{\Xi} \quad (44)$$

$$\text{其中: } \boldsymbol{\psi} = \left(1, \mathbf{v}, \frac{1}{2} \mathbf{v}^2\right)^T,$$

$$\boldsymbol{\psi}' = \left(1, \mathbf{v}, \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \frac{r^2 - 1}{2} (\mathbf{v} - \mathbf{U}_s)^2\right)^T,$$

参数 r 描述非弹性碰撞的能量损失率。

基于离散空间直接建模方法, 我们构建由微观和宏观演化方程耦合的颗粒相的 UGKS 格式^[92]。其中微观分布函数的数值演化方程为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sf1}: \quad & f_{s,ij}^{*n+1} = f_{s,ij}^{*n} + \\ & \frac{1}{|\Omega_{x_i}|} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \oint_{\partial\Omega_{x_i}} f_{s,\partial\Omega_{x_i}}(t, \mathbf{v}_j) \mathbf{v}_j \cdot d\mathbf{s} dt + \\ & \frac{1}{|\Omega_{v_j}|} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \oint_{\partial\Omega_{v_j}} f_{s,\partial\Omega_{v_j}}(\mathbf{x}_i, t) \boldsymbol{\omega}_1 \cdot d\mathbf{s} dt \quad (45) \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{sf2}: \quad f_{s,ij}^{**} = \frac{1}{|\Omega_{v_j}|} \int_{P_{\omega 2}(\Omega_{v_j})} f_{s,i}^*(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (46)$$

$$\mathcal{L}_{sf3}: \quad f_{s,ij}^{n+1} = \left(f_{s,ij}^{**} + \frac{\Delta t}{\tau_{s,ij}} g_{s,ij}^{n+1} \right) \left/ \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{s,ij}} \right) \right. \quad (47)$$

对应的, 颗粒相宏观量的演化方程为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sw1}: \quad & \mathbf{W}_{s,i}^* = \mathbf{W}_{s,i}^n + \frac{1}{|\Omega_{x_i}|} \cdot \\ & \oint_{\partial\Omega_{x_i}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \boldsymbol{\psi} f_{s,\partial\Omega_{x_i}}(\mathbf{v}, t) \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_1 d\boldsymbol{\Xi} ds + \Delta t \mathbf{S}_{s,i}^n, \quad (48) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_s \rho_s \epsilon_{s,i}^{n+1} T_{s,i}^* &= C_s \rho_s \epsilon_{s,i}^{n+1} T_{s,i}^n + \frac{1}{|\Omega_{x_i}|} \cdot \\ & \oint_{\partial\Omega_{x_i}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} f_{sT,\partial\Omega_{x_i}}(\mathbf{v}, t) \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_1 d\boldsymbol{\Xi} ds \quad (49) \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{sw2}: \quad \mathbf{U}_{s,i}^{n+1} = \gamma_{Us1} \mathbf{U}_{s,i}^* + \gamma_{Us2} \mathbf{U}_{g,i}^* \quad (50)$$

$$\mathcal{L}_{sw3}: \quad \mathbf{W}_{s,i}^{**} = \int \boldsymbol{\psi} f_{s,ij}^{**} d\boldsymbol{\Xi} \quad (51)$$

$$\mathcal{L}_{sw4}: \quad e_{s,i}^{n+1} = e_{s,i}^{**} \left/ \left[1 + \frac{\Delta t}{2\tau_{s,i}} (1 - r^2) \right] \right. \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sw5}: \quad & T_{s,i}^{M,n+1} = \\ & \gamma_{T1} \left[T_{s,i}^{M,*} + \frac{\Delta t (1 - r^2) e_{s,i}^{**}}{[2\tau_{s,i} + \Delta t (1 - r^2)] C_{s,i}} \right] - \\ & \gamma_{T2} \left[T_{g,i}^* + \frac{\epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s (E_{s,i}^{**} - E_{s,i}^*)}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_{v,i}} \right] \quad (53) \end{aligned}$$

其中源项为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i^n &= (0, \theta_i \rho_s \mathbf{g} - \theta_i \nabla_x p_{g,i}^n, \theta_i \rho_s \mathbf{U}_{s,i} \cdot \mathbf{g} - \theta_i \mathbf{U}_{s,i} \cdot \nabla_x p_{g,i}^n), \\ & \text{速度和能量方程中的参数为} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{Us1} &= \frac{\epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s + \epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} \exp\left[-\left(1 + \frac{\epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1}}\right) \frac{\Delta t}{\tau_{st,i}}\right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} + \epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s} \\ \gamma_{Us2} &= \frac{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} - \epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} \exp\left[-\left(1 + \frac{\epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1}}\right) \frac{\Delta t}{\tau_{st,i}}\right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} + \epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s} \\ \gamma_{Ts1} &= \frac{\epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s C_s + \epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v \exp\left[-\left(1 + \frac{\epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s C_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v}\right) \frac{\Delta t}{\tau_{T,i}}\right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v + \epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s C_s} \\ \gamma_{Ts2} &= \frac{-\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v + \epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v \exp\left[-\left(1 + \frac{\epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s C_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v}\right) \frac{\Delta t}{\tau_{T,i}}\right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v + \epsilon_{s,i}^{n+1} \rho_s} \end{aligned}$$

颗粒相 UGKS 格式多尺度性质的核心在于其在微观分布函数演化方程(45)和宏观量的演化方程(48)中的数值通量由动理学方程(39)界面处积分解构建

$$\begin{aligned} f_s(\mathbf{x}_0, t, \mathbf{v}_j) &= \frac{1}{\tau_s} \int_0^t g_s(\mathbf{x}', t', \mathbf{v}') e^{-(t-t')/\tau} dt' + \\ & e^{-t/\tau_s} f_{s,0}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{u}t, \mathbf{v}_j - \boldsymbol{\omega}_1 t) \quad (54) \end{aligned}$$

因而可以在稀薄颗粒流和连续流域分别给出颗粒自由输运和双流方程对应的通量。气相的演化方程为基于 GKS 的有限体积格式^[24]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gw1}: \quad & \mathbf{W}_{g,i}^{n+1} = \mathbf{W}_{g,i}^n + \frac{1}{|\Omega_{x_i}|} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \oint_{\partial\Omega_{x_i}} \boldsymbol{\psi} f_{g,\partial\Omega_{x_i}}(\mathbf{v}, t) \mathbf{u} \cdot d\boldsymbol{\Xi} dt \\ & + \Delta t \mathbf{S}_{g,i}^n - \Delta t \mathbf{S}_{s,i}^n \quad (55) \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{gw2}: \quad \mathbf{U}_{g,i}^{n+1} = \gamma_{Ug1} \mathbf{U}_{s,i}^n + \gamma_{Ug2} \mathbf{U}_{g,i}^n \quad (56)$$

$\mathcal{L}_{gw3}:$

$$\mathbf{T}_{g,i}^{n+1} = \gamma_{Tg3} \left[\mathbf{T}_{s,i}^{M,*} + \frac{\Delta t (1-r^2) e_{s,i}^{**}}{\tau_s + \Delta t (1-r^2)} \rho_s C_{s,i} \right] + \gamma_{Tg4} \left[\mathbf{T}_{g,i}^* + \frac{\epsilon_s^{n+1} \rho_s (E_{s,i}^{**} - E_{s,i}^*)}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v} \right] \quad (57)$$

其中源项为 $\mathbf{S}_{g,i}^n = (0, \epsilon_{g,i}^n \rho_{g,i}^n \mathbf{g}, \epsilon_{g,i}^n \rho_{g,i}^n \mathbf{U}_{g,i}^n \cdot \mathbf{g})$, 动量能量方程中的参数为

$$\gamma_{Ug1} = \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s - \theta_i^{n+1} \rho_s \exp \left[- \left(1 + \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1}} \right) \frac{\Delta t}{\tau_{st,i}} \right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} + \theta_i^{n+1} \rho_s}$$

$$\gamma_{Ug2} = \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s + \epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} \exp \left[- \left(1 + \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1}} \right) \frac{\Delta t}{\tau_{st,i}} \right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} + \theta_i^{n+1} \rho_s}$$

$$\gamma_{Tg3} = \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s C_{s,i} - \theta_i^{n+1} \rho_s C_s \exp \left[- \left(1 + \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s C_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v} \right) \frac{\Delta t}{\tau_{T,i}} \right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v + \theta_i^{n+1} \rho_s C_s}$$

$$\gamma_{Tg4} = \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s C_{s,i} + \epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v \exp \left[- \left(1 + \frac{\theta_i^{n+1} \rho_s C_s}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v} \right) \frac{\Delta t}{\tau_{T,i}} \right]}{\epsilon_{g,i}^{n+1} \rho_{g,i}^{n+1} C_v + \theta_i^{n+1} \rho_s C_s}$$

气相方程的数值通量由基于网格界面积分解的 GKS 通量给出, 其中网格界面积分解为

$$f_g(\mathbf{x}_0, t, \mathbf{v}) = \frac{1}{\tau} \int_0^t g_g(\mathbf{x}', t', \mathbf{v}') e^{-(t-t')/\tau} dt' + e^{-t/\tau} f_{0,NS}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{v}t, \mathbf{v} - \mathbf{g}t) \quad (58)$$

与颗粒相不同, 气相网格界面积分解的初值由 N-S 方程对应的一阶 CE 展开 $f_{0,NS}$ 给出^[24]。颗粒相和气相的演化相耦合, 构成描述气固离散两相流的多尺度数值格式 UGKS-Multiphase^[92]。

这里我们给出 UGKS-Multiphase 对激波驱动的颗粒层实验的数值模拟, 实验装置设置如图 13 所示, 颗粒层初始位置为 150 mm, 在颗粒层下方 110 mm, 颗粒层上方 43 mm 和 718 mm 处有三个压力感应器。初始激波强度为 $Ma = 1.3$, 气相密度 1.2 kg/m^3 , 颗粒相密度 2500 kg/m^3 。计算数值分辨率为 $\Delta x = 3.75 \times 10^{-3}$, $\Delta v = 4.4375$ 。我们分别计算了不同颗粒层流域的情形, 包括稀薄流域颗粒层厚度 2 mm 和连续流域颗粒层厚度 20 mm 的情况, 都能够和实验数据相吻合, 见图 14。

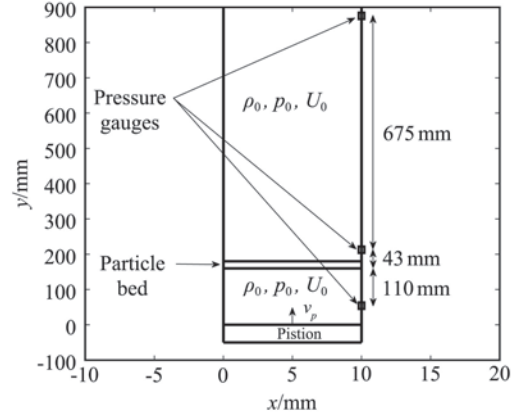
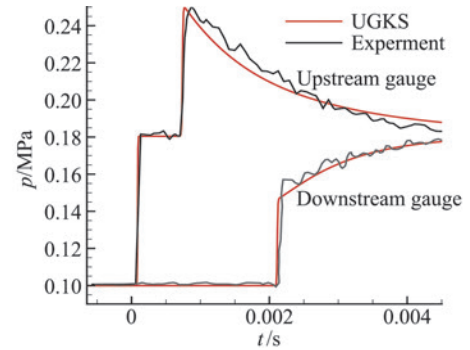
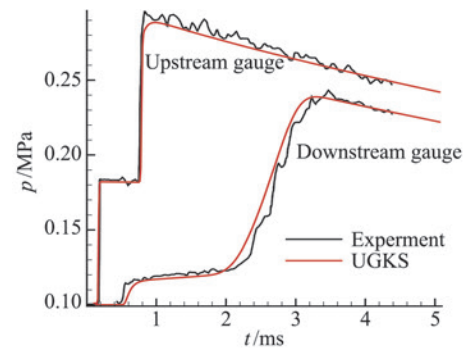


图 13 激波驱动的颗粒层实验装置设置

Fig.13 Set up of shock driven particle bed experiment



(a) 稀薄流域颗粒层厚度 2 mm



(b) 连续流域颗粒层厚度 20 mm

图 14 激波驱动的颗粒层实验 UGKS 的数值模拟结果和实验数据的对比

Fig.14 Comparison the pressure profile of pressure driven particle bed

2.4 多尺度光子输运模拟

根据介质的透光性, 光子输运可以分为在光性薄介质的稀薄流域、过渡流域和在光性厚介质的扩散流域。传统的隐式蒙卡方法、离散速度方法和扩散方程等方法, 都是单尺度数值方法, 不能够在全流域适用。根据离散时空直接建模方法, 我们发展了基于离散速度的 UGKS 格式^[93-94, 96]和基于统计学粒子的 UGKWP 格式^[89]。这里我们以纯散射介质内的 UGKWP 格式为例介绍多尺度光子输运数值方法的

建模思想。纯散射介质光子输运的动理学方程为

$$\frac{\varepsilon^2}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \varepsilon \Omega \cdot \nabla I = \sigma \left(\frac{1}{4\pi} E - I \right) \quad (59)$$

其中 $E = \int_{S^2} I(\Omega) d\Omega$ 为散射的平衡态分布, σ 为散射系数, ε 为努森数。UGKWP 的粒子演化方程为动理学方程的积分解

$$\begin{aligned} I(t, x, \Omega) &= \int_0^t e^{-\frac{c\sigma}{\varepsilon^2}(t-s)} \frac{c\sigma}{\varepsilon^2} \frac{1}{4\pi} E \left(s, x - \frac{c}{\varepsilon} \Omega(t-s), \Omega \right) ds \\ &\quad + e^{-\frac{c\sigma}{\varepsilon^2}t} I_0 \left(x - \frac{c}{\varepsilon} \Omega t \right) \\ &= (1 - e^{-\frac{c\sigma}{\varepsilon^2}t}) \frac{1}{4\pi} E^+ (t, x, \Omega) + e^{-\frac{c\sigma}{\varepsilon^2}t} I_0 \left(x - \frac{c}{\varepsilon} \Omega t \right) \end{aligned} \quad (60)$$

其中

$$\begin{aligned} E^+ (t, x, \Omega) &= E(\Omega) + \frac{e^{-\frac{c\sigma}{\varepsilon^2}t} \left(t + \frac{\varepsilon^2}{c\sigma} \right) - \frac{c\sigma}{\varepsilon^2}}{1 - e^{-\frac{c\sigma}{\varepsilon^2}t}} \cdot \\ &\quad \left[E_t(\Omega) + \frac{c}{\varepsilon} \Omega E_x(\Omega) \right] \end{aligned} \quad (61)$$

宏观守恒量的演化方程为

$$E_m^{n+1} = E_m^n + \sum_{\tau_j \in \partial D_m} \frac{\Delta t}{V_m} \frac{c}{\varepsilon \Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{\tau_j} (\Omega \cdot n_j) \cdot I(t, x, \Omega) dl dt \quad (62)$$

UGKWP 的核心在于采用网格界面处动理学方程积分构造数值通量, 即

$$\begin{aligned} I(t, x, \Omega) &= e^{-\frac{c\sigma(t-t^n)}{\varepsilon^2}} I \left(t^n, x - \frac{c}{\varepsilon} \Omega(t-t^n) \right) + \\ &\quad \int_{t^n}^t e^{-\frac{c\sigma(t-s)}{\varepsilon^2}} \times \frac{c\sigma}{\varepsilon^2} \frac{1}{4\pi} E \left(s, x - \frac{c}{\varepsilon} \Omega(t-s) \right) ds \end{aligned} \quad (63)$$

我们给出采用 UGKWP 计算的 Marshak 波和线光源传播问题。对于 Marshak 波问题, 吸收系数设为 $\sigma = 30/T^3$, 光速 $c = 29.98$, 物质比热容 $C_v = 0.3$ 。图 15 给出时间 $t = 0.33, 0.66, 1.0$ 时刻的光子和物质能量分布。由于 Marshak 问题的吸收系数与温度相关, 低温区为扩散流域, 高温区为稀薄流域, UGKWP 在不同流域都能够和参考解吻合, 同时计算效率高于隐式蒙卡。对于线光源问题, 计算参数为 $\sigma = 1$, $\varepsilon = 1$, $c = 1$ 。计算域为 $[-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5]$, 物理空间网格量为 201×201 。图 16 给出 UGKWP、 S_8 、隐式蒙卡的结果, 可以看到 UGKWP 与参考解吻合, 同时没有 S_n 方法的非物理射线效应。

基于离散空间直接建模方法的 UGKS 格式还被应用于中子输运^[97]、双原子气体^[101]、多组分气体^[102]等领域, DUGKS 格式被成功应用于微流动^[103-104]、两相流及固液相变^[105-107]、混合气体流动^[108]、颗粒流动^[107]、

电渗流动^[109]、热辐射^[110]等领域, 在计算精度和计算效率上相对于传统单尺度方法由体现出明显优势。DUGKS 还被应用于多尺度声子输运的模拟, 能够准确模拟从弹道输运流域(ballistic transport regime)到扩散流域(diffusive regime)的声子输运物理^[111-112]。在体元尺度渗流和气固颗粒两项流等领域, DUGKS 也具有具有较高的准确性和计算效率^[83, 86]。另一方面, GKS 和 DUGKS 格式也在湍流的直接模拟和湍流建模方面提供了新的思路 and 手段, 有望为湍流建模开辟一条更为有效的研究道路^[68, 113-115]。

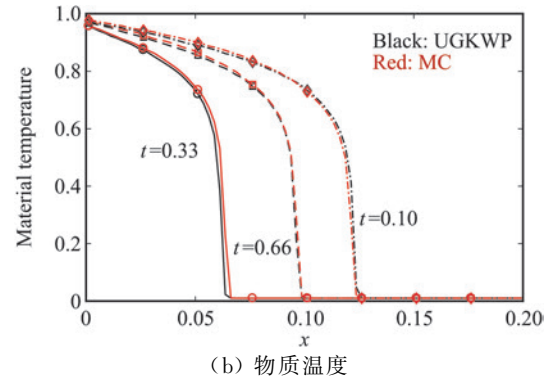
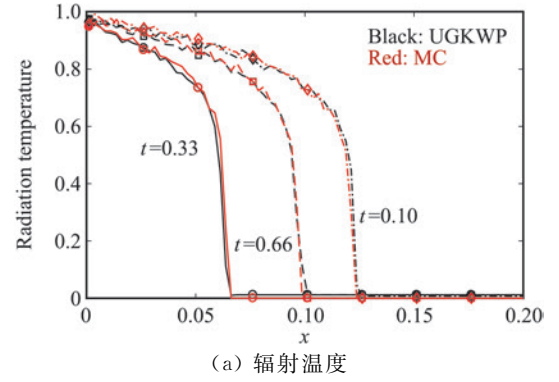


图 15 Marshak 问题 $t = 0.33, 0.66, 1.0$ 时刻 UGKWP 的计算结果与 IMC 方法的比较
Fig.15 UGKWP simulation of Marshak problem compared to IMC result at $t = 0.33, 0.66, 1.0$

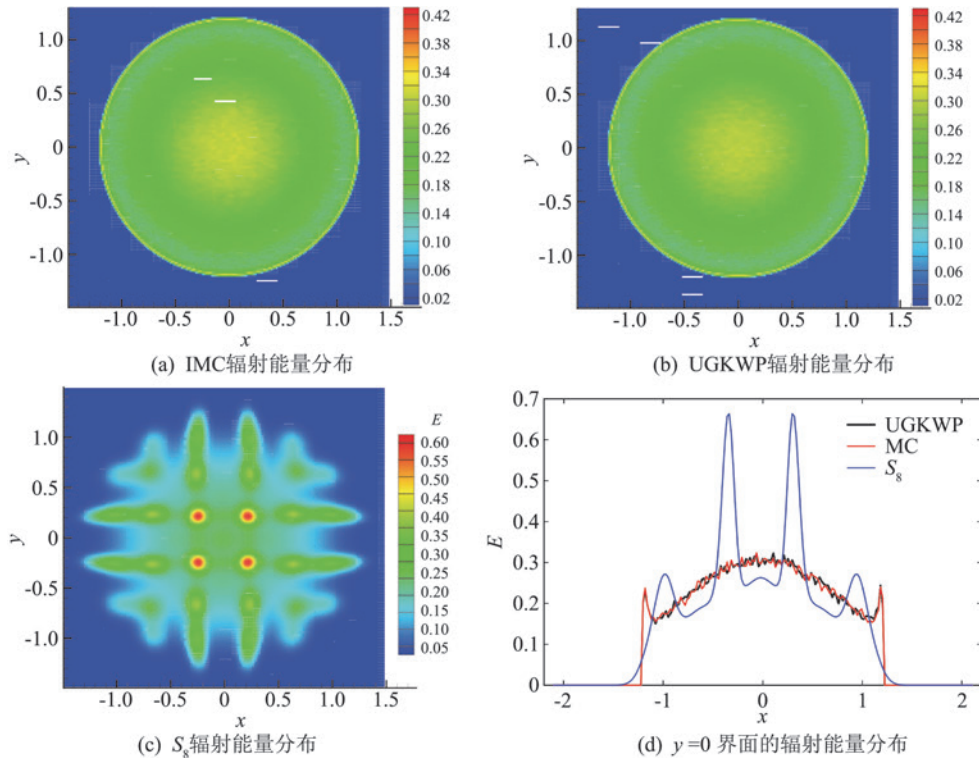
2.5 加速机制

在近年来的发展中, 我们提出了一系列针对 UGKS 的加速机制, 包括速度空间自适应^[116]和隐式多重网格加速方法^[71-73]。这里我们简要介绍 UGKS 的隐式加速方法。隐式 UGKS 的宏观迭代控制方程为

$$\frac{V_i}{\Delta t} \Delta W_i^{n+1} + \sum_{j \in N} S_{ij} \Delta F_{ij}^{n+1} = \sum_{j \in N} S_{ij} F_{ij}^n \quad (64)$$

微观迭代方程为

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_i}{\Delta t} + \frac{V_i}{\tau_i^{n+1}} \right) \Delta f_{i,k}^{n+1} + \sum_{j \in N} v_{k,n} S_{ij} \Delta f_{ij,k}^{n+1} = \\ - \sum_{j \in N} S_{ij} v_{k,n} f_{ij,k}^n + V_i \frac{g_{i,k}^{n+1} - f_{i,k}^n}{\tau_i^{n+1}} \end{aligned} \quad (65)$$

图 16 线光源问题 $t=1.2$ 的解Fig.16 Line source scattering problem at $t=1.2$

通过采用多重网格等迭代技术可以快速得到隐式控制方程的解,相对于显式推进的 UGKS,计算时间可以提高至少两个数量级。隐式 UGKS 在不同流域都快速收敛的关键在于宏观和微观耦合迭代,在连续流域通过宏观迭代驱动微观分布函数快速达到收敛,近年来基于这种想法发展了一些高效的多尺度隐式算法^[56, 117]。

3 多尺度建模方法的总结和展望

传统的偏微分方程数值解往往是从偏微分方程出发,通过一定的离散方法得到相应的数值格式,但偏微分方程都是对固定物理尺度建模得到的方程,因而对其直接的离散不能改变其物理本质,因而只能发展出单尺度的方法,比如针对 N-S 方程的各种算法和直接离散 Boltzmann 方程的 DVM 方法。离散时空直接建模思想是回到有限控制体上,把有限大小的控制体当成物理尺度,建立对应于此尺度上的离散演化方程,以及通过界面的数值通量。此格式的构建完全根据物理守恒率,以及在不同网格尺度上的传输过程。格式直接给出了在离散空间上物理量的演化方程和它的演化解。根据网格尺度和分子平均自由程的随地方变化的不同比值,实现了对不同流域的物理描述和直接的数值自适应,即在连续流域收敛到 N-S 方程数值解,在稀薄流域收敛到动理学方程的解。在

中间流域,由于多尺度建模中严格遵从物理守恒率和从非平衡态到平衡态满足熵增的演化规律,方法本身是可靠的。在所有算例中还没有发现过违背物理规律的数值解。基于这种思想,我们还发展了包含气体、等离子体、光子、中子、离散两相流在内的多种运输过程的数值多尺度控制方程,并且在计算精度和效率上相对于传统单尺度格式体现出明显优势。离散时空直接建模思想不仅为物理研究和工程应用提供了有力的数值方法,同时为包含湍流建模在内的建模难题提供了一个新的思路。直接建模思想有深刻的物理基础和独特的建模手段,跳出了传统数值计算的制约,把建立演化方程和得到数值解紧密地结合起来。直接建模为解决多尺度问题和刻画非平衡传输提供了一种重要的解决方案,在未来输运问题研究以及湍流建模的研究中必将发挥重要作用,成为多尺度建模的重要工具。

参 考 文 献:

- [1] BOLTZMANN L. Lectures on gas theory [M]. Cambridge University Press, 1964.
- [2] CERCIGNANI C. The Boltzmann equation and its applications [M]. New York, NY: Springer New York, 1988.
- [3] BHATNAGAR P L, GROSS E P, KROOK M. A model for collision processes in gases. I. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems [J]. Physical Review, 1954, 94(3): 511.

- [4] SHAKHOV E. Generalization of the Krook kinetic relaxation equation[J]. *Fluid Dynamics*, 1968, 3(5): 95-96.
- [5] HOLWAY L H. New statistical models for kinetic theory: methods of construction[J]. *Physics of Fluids*, 1966, 9(9): 1658-1673.
- [6] GORJI M H, TORRILHON M, JENNY P. Fokker - Planck model for computational studies of monatomic rarefied gas flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, 680: 574-601.
- [7] FERRARO V C A, CHAPMAN S, COWLING T G. The mathematical theory of non-uniform gases. An account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction, and diffusion in gases[J]. *The Mathematical Gazette*, 1954, 38(323): 63.
- [8] TSIEN H S. Superaerodynamics, mechanics of rarefied gases [J]. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1946, 13(12): 653-664.
- [9] CHEN S Y, DOOLEN G D. Lattice Boltzmann method for fluid flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, 30(1): 329-364.
- [10] GUO Z L, SHU C. Lattice Boltzmann method and its applications in engineering[M]//SHU C W, SHU C. *Advances in Computational Fluid Dynamics: Volume 3*. Singapore: World Scientific, 2013. doi.org/10.1142/8806
- [11] LIU X D, OSHER S, CHAN T. Weighted essentially non-oscillatory schemes [J]. *Journal of Computational Physics*, 1994, 115(1): 200-212.
- [12] COCKBURN B, LIN S Y, SHU C W. TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws III: One-dimensional systems[J]. *Journal of Computational Physics*, 1989, 84(1): 90-113.
- [13] WANG Z J. Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids. Basic formulation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 178(1): 210-251.
- [14] LIU Y, VINOKUR M, WANG Z J. Spectral difference method for unstructured grids I: basic formulation [J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 216(2): 780-801.
- [15] GAO H Y, WANG Z J. A high-order lifting collocation penalty formulation for the Navier-Stokes equations on 2-D mixed grids [C]//19th AIAA Computational Fluid Dynamics, San Antonio, Texas, Reston, Virginia: AIAA, 2009.
- [16] HUYNH H T. A flux reconstruction approach to high-order schemes including discontinuous Galerkin methods[C]//18th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference.
- [17] LI J Q, DU Z F. A two-stage fourth order time-accurate discretization for lax; wendroff type flow solvers I. hyperbolic conservation laws[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2016, 38(5): A3046-A3069.
- [18] DU Z F, LI J Q. A Hermite WENO reconstruction for fourth order temporal accurate schemes based on the GRP solver for hyperbolic conservation laws [J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 355: 385-396.
- [19] DU Z F, LI J Q. A two-stage fourth order time-accurate discretization for Lax-Wendroff type flow solvers II. High order numerical boundary conditions[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 369: 125-147.
- [20] LI J Q. Two-stage fourth order: temporal-spatial coupling in computational fluid dynamics (CFD) [J]. *Advances in Aerodynamics*, 2019, 1: 3.
- [21] PAN L, XU K, LI Q B, et al. An efficient and accurate two-stage fourth-order gas-kinetic scheme for the Euler and Navier-Stokes equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 326: 197-221.
- [22] PAN L, CHENG J X, WANG S H, et al. A two-stage fourth-order gas-kinetic scheme for compressible multicomponent flows[J]. *Communications in Computational Physics*, 2017, 22(4): 1123-1149.
- [23] PAN L, XU K. Two-stage fourth-order gas-kinetic scheme for three-dimensional Euler and Navier-Stokes solutions [J]. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2018, 32(10): 395-411.
- [24] XU K. A gas-kinetic BGK scheme for the Navier-Stokes equations and its connection with artificial dissipation and Godunov method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 171(1): 289-335.
- [25] JI X, ZHAO F X, SHYY W, et al. A family of high-order gas-kinetic schemes and its comparison with Riemann solver based high-order methods [J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 356: 150-173.
- [26] 毛枚良, 徐昆, 邓小刚. 动能 BGK 算法在近连续流模拟中的应用[J]. *空气动力学学报*, 2005, 23(3): 317-321. MAO M L, XU K, DENG X G. Application of kinetic BGK algorithm in simulating near continuum flow [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2005, 23(3): 317-321. (in Chinese)
- [27] 李启兵, 徐昆. 气体动理学格式研究进展[J]. *力学进展*, 2012, 42(5): 522-537. LI Q B, XU K. Progress in gas-kinetic scheme[J]. *Advances in Mechanics*, 2012, 42(5): 522-537.
- [28] 邹兴, 陈松泽, 郭照立. 精细平衡气体动理学格式[J/OL]. *计算物理*: 1-16 [2020-03-19]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2011.04.20200218.1711.006.html>.
- [29] ZHAO F X, JI X, SHYY W, et al. An acoustic and shock wave capturing compact high-order gas-kinetic scheme with spectral-like resolution[J/OL]. *Computational Physics*, arXiv: 2001.01570. [2019-12-27]. <https://arxiv.org/abs/2001.01570>.
- [30] ZHAO F X, JI X, SHYY W, et al. Compact higher-order gas-kinetic schemes with spectral-like resolution for compressible flow simulations[J]. *Advances in Aerodynamics*, 2019, 1: 13.
- [31] SHEN C. *Rarefied gas dynamics: fundamentals, simulations and micro flows*[M]. Springer Science & Business Media, 2006.
- [32] BURNETT D. The distribution of molecular velocities and the mean motion in a non-uniform gas [J]. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 1936 (1): 382-435.
- [33] GRAD H. On the kinetic theory of rarefied gases [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1949, 2(4): 331-407.
- [34] STRUCHTRUP H. *Macroscopic transport equations for rarefied gas flows*[M]//*Macroscopic Transport Equations for Rarefied Gas Flows*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005: 145-160.
- [35] BIRD G A. Approach to translational equilibrium in a rigid sphere gas[J]. *Physics of Fluids*, 1963, 6(10): 1518-1519.
- [36] BIRD G A. *Molecular gas dynamics and the direct simulation of Monte Carlo*[M]. Clarendon Press Oxford Science, 1994.
- [37] PARESCHI L, RUSSO G. Asymptotic preserving Monte Carlo methods for the Boltzmann equation[J]. *Transport Theory and Statistical Physics*, 2000, 29(3/4/5): 415-430.
- [38] REN W, LIU H, JIN S. An asymptotic-preserving Monte Carlo method for the Boltzmann equation [J]. *Journal of Computational Physics*, 2014, 276: 380-404.
- [39] DEGOND P, DIMARCO G, PARESCHI L. The moment-guided Monte Carlo method [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2011, 67(2): 189-213.

- [40] BAKER L L, HADJICONSTANTINOU N G. Variance reduction for Monte Carlo solutions of the Boltzmann equation [J]. *Physics of Fluids*, 2005, 17(5): 051703.
- [41] HOMOLLE T M M, HADJICONSTANTINOU N G. A low-variance deviational simulation Monte Carlo for the Boltzmann equation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2007, 226(2): 2341-2358.
- [42] JENNY P, TORRILHON M, HEINZ S. A solution algorithm for the fluid dynamic equations based on a stochastic model for molecular motion[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(4): 1077-1098.
- [43] FEI, ZHANG J, LI J, et al. A unified stochastic particle Bhatnagar-Gross-Krook method for multiscale gas flows [J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 400: 108972.
- [44] CHU C K. Kinetic-theoretic description of the formation of a shock wave[J]. *Physics of Fluids*, 1965, 8(1): 12-22.
- [45] YANG J Y, HUANG J C. Rarefied flow computations using nonlinear model Boltzmann equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 1995, 120(2): 323-339.
- [46] MIEUSSENS L. Discrete-velocity models and numerical schemes for the Boltzmann-BGK equation in plane and axisymmetric geometries[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 162(2): 429-466.
- [47] ARISTOV V V, CHEREMISSINE F G. Direct numerical solution of the kinetic Boltzmann equation [EB/OL]. 2005. https://www.researchgate.net/publication/265375118_Direct_numerical_solution_of_the_kinetic_Boltzmann_equation
- [48] KOLOBOV V I, ARSLANBEKOV R R, ARISTOV V V, et al. Unified solver for rarefied and continuum flows with adaptive mesh and algorithm refinement [J]. *Journal of Computational Physics*, 2007, 223(2): 589-608.
- [49] LI Z H, ZHANG H X. Gas-kinetic numerical studies of three-dimensional complex flows on spacecraft re-entry[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(4): 1116-1138.
- [50] XU K, HUANG J C. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(20): 7747-7764.
- [51] WU L, WHITE C, SCANLON T J, et al. Deterministic numerical solutions of the Boltzmann equation using the fast spectral method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 250: 27-52.
- [52] WU L, REESE J M, ZHANG Y H. Solving the Boltzmann equation deterministically by the fast spectral method: application to gas microflows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 746: 53-84.
- [53] WU L, ZHANG J, REESE J M, et al. A fast spectral method for the Boltzmann equation for monatomic gas mixtures[J]. *Journal of Computational Physics*, 2015, 298: 602-621.
- [54] ARISTOV V V. Direct methods for solving the Boltzmann equation and study of nonequilibrium flows [M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 2001.
- [55] 李志辉, 张涵信. 稀薄流到连续流的气体运动论统一数值算法初步研究[J]. *空气动力学学报*, 2000, 18(3): 255-263.
LI Z H, ZHANG H X. Study on gas kinetic algorithm for flows from rarefied transition to continuum [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2000, 18(3): 255-263. (in Chinese)
- [56] SU W, ZHU L H, WANG P, et al. Can we find steady-state solutions to multiscale rarefied gas flows within dozens of iterations? [J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 407: 109245.
- [57] JIN S. Efficient asymptotic-preserving (AP) schemes for some multiscale kinetic equations [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, 21(2): 441-454.
- [58] FILBET F, JIN S. A class of asymptotic-preserving schemes for kinetic equations and related problems with stiff sources[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(20): 7625-7648.
- [59] HU J W, JIN S. A stochastic Galerkin method for the Boltzmann equation with uncertainty [J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 315: 150-168.
- [60] WOLLABER A B, PARK H, LOWRIE R B, et al. Multigroup radiation hydrodynamics with a high-order - low-order method [J]. *Nuclear Science and Engineering*, 2017, 185(1): 117-129.
- [61] CHEN S Z, XU K. A comparative study of an asymptotic preserving scheme and unified gas-kinetic scheme in continuum flow limit[J]. *Journal of Computational Physics*, 2015, 288: 52-65.
- [62] XU K. Construction and application of unified gas-kinetic scheme [M]//SHU C W, SHU C. *Advances in Computational Fluid Dynamics: Volume 4*. Singapore: World Scientific, 2015.
- [63] HUANG J C, XU K, YU P B. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows II: multi-dimensional cases [J]. *Communications in Computational Physics*, 2012, 12(3): 662-690.
- [64] LIU C, XU K, SUN Q H, et al. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows IV: Full Boltzmann and model equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 314: 305-340.
- [65] 徐昆, 李启兵, 黎作武. 离散空间直接建模的计算流体力学方法[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2014, 44(5): 519-530.
XU K, LI Q B, LI Z W. Direct modeling-based computational fluid dynamics [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2014, 44(5): 519-530. (in Chinese)
- [66] 毛枚良, 江定武, 李锦, 等. 气体动理学统一算法的隐式方法研究[J]. *力学学报*, 2015, 47(5): 822-829.
MAO M L, JIANG D W, LI J, et al. Study on implicit implementation of the unified gas kinetic scheme [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(5): 822-829. (in Chinese)
- [67] 江定武. 基于模型方程解析解的气体动理学算法研究 [D]. 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2016.
JIANG D W. Study of the gas kinetic scheme based on the analytic solution of model equations [D]. Mianyang: China Aerodynamics Research and Development Center, 2016. (in Chinese)
- [68] 谭爽, 李诗一, 李启兵, 等. 气体动理学格式与多尺度流动模拟 [J]. *计算力学学报*, 2017, 34(1): 88-94.
TAN S, LI S Y, LI Q B, et al. Gas kinetic scheme and numerical simulation of multiscale flows [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2017, 34(1): 88-94. (in Chinese)
- [69] 刘沙. 统一气体动理学格式研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2015.
LIU S. Unified gas-kinetic scheme [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015. (in Chinese)
- [70] 刘沙, 王勇, 袁瑞峰, 等. 统一气体动理学方法研究进展 [J]. *气体物理*, 2019, 4(4): 1-13.
LIU S, WANG Y, YUAN R F, et al. Advance in unified methods based on gas-kinetic theory [J]. *Physics of Gases*, 2019, 4(4): 1-13. (in Chinese)
- [71] ZHU Y J, ZHONG C W, XU K. Implicit unified gas-kinetic scheme for steady state solutions in all flow regimes [J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 315: 16-38.

- [72] ZHU Y, ZHONG C, XU K. Unified gas-kinetic scheme with multigrid convergence for rarefied flow study[J]. *Physics of Fluids*, 2017, 29(9): 096102.
- [73] ZHU Y J, ZHONG C W, XU K. An implicit unified gas-kinetic scheme for unsteady flow in all Knudsen regimes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 386: 190-217.
- [74] JIANG D. Study of the gas-kinetic scheme based on the analytic solution of model equations [D]. Ph. D. Thesis, China Aerodynamics Research and Development Center, 2016.
- [75] XU K, LIU C. A paradigm for modeling and computation of gas dynamics[EB/OL]. 2016: arXiv: 1608. 00303 [physics. fluidyn]. <https://arxiv.org/abs/1608.00303>
- [76] LIU C, ZHOU G, SHYY W, et al. Limitation principle for computational fluid dynamics[J]. *Shock Waves*, 2019, 29(8): 1083-1102.
- [77] GUO Z, XU K, WANG R. Discrete unified gas kinetic scheme for all Knudsen number flows: Low-speed isothermal case[J]. *Physical Review E, Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, 2013, 88: 033305.
- [78] GUO Z L, WANG R J, XU K. Discrete unified gas kinetic scheme for all Knudsen number flows. II. Thermal compressible case[J]. *Physical Review E*, 2015, 91(3): 033313.
- [79] WANG P, TAO S, GUO Z L. A coupled discrete unified gas-kinetic scheme for Boussinesq flows[J]. *Computers & Fluids*, 2015, 120: 70-81.
- [80] GUO Z L, XU K. Discrete unified gas kinetic scheme for multiscale heat transfer based on the phonon Boltzmann transport equation[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, 102: 944-958.
- [81] ZHU L H, GUO Z L, XU K. Discrete unified gas kinetic scheme on unstructured meshes [J]. *Computers & Fluids*, 2016, 127: 211-225.
- [82] 王朋. 不可压流动的离散统一气体动力学方法及应用[D]. 武汉: 华中科技大学, 2016.
WANG P. Discrete unified gas-kinetic scheme for incompressible flows and its applications[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2016. (in Chinese)
- [83] 张浩龙, 陶实, 郭照立. 离散统一气体动力学格式的浸入边界方法[J]. *工程热物学报*, 2016, 37(3): 539-544.
ZHANG H L, TAO S, GUO Z L. An immersed boundary method based on the discrete unified gas kinetic scheme[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2016, 37(3): 539-544. (in Chinese)
- [84] 朱炼华. 基于非结构网格离散统一气体动力学格式的热驱动流动数值研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2018.
ZHU L H. Numerical study of thermally driven flows using unstructured mesh discrete unified gas kinetic scheme [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2018. (in Chinese)
- [85] 张月. 两组分气体多尺度流动的离散统一动力学方法研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2019.
- [86] 陈玺君, 郭照立. 表征体元尺度渗流的离散统一动力学格式[J]. *计算物理*, 2019, 36(4): 386-394.
CHEN X J, GUO Z L. Discrete unified gas kinetic scheme for porous media flow at representative elementary volume scale [J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2019, 36(4): 386-394. (in Chinese)
- [87] 姚博, 张创, 郭照立. 考虑分子转动自由度的离散统一气体动力学格式[J]. *航空学报*, 2019, 40(7): 63-75.
YAO B, ZHANG C, GUO Z L. Discrete unified gas kinetic scheme for diatomic gas with rotational degrees of freedom[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2019, 40(7): 63-75. (in Chinese)
- [88] ZHU Y J, LIU C, ZHONG C W, et al. Unified gas-kinetic wave-particle methods II: multiscale simulation on unstructured mesh[EB/OL]. *Computational Physics*, 2019: arXiv: 1903. 11861. <https://arxiv.org/abs/1903.11861>.
- [89] LI W M, LIU C, ZHU Y J, et al. Unified gas-kinetic wave-particle methods III: Multiscale photon transport[J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 408: 109280.
- [90] LIU C, ZHU Y J, XU K. Unified gas-kinetic wave-particle methods I: Continuum and rarefied gas flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 401: 108977.
- [91] LIU C, XU K. A unified gas kinetic scheme for continuum and rarefied flows V: multiscale and multi-component plasma transport [J]. *Communications in Computational Physics*, 2017, 22(5): 1175-1223.
- [92] LIU C, WANG Z, XU K. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows VI: Dilute disperse gas-particle multiphase system [J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 386: 264-295.
- [93] SUN W J, JIANG S, XU K. An asymptotic preserving unified gas kinetic scheme for gray radiative transfer equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2015, 285: 265-279.
- [94] SUN W J, JIANG S, XU K, et al. An asymptotic preserving unified gas kinetic scheme for frequency-dependent radiative transfer equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2015, 302: 222-238.
- [95] SUN W J, JIANG S, XU K. A multidimensional unified gas-kinetic scheme for radiative transfer equations on unstructured mesh[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 351: 455-472.
- [96] SUN W, JIANG S, XU K, et al. An Asymptotic preserving unified gas kinetic scheme for requencey-dependent radiative transfer equations[J]. *Journal of Coputational Physics*, 2015, 302: 222-238.
- [97] TAN S, SUN W J, WEI J X, et al. A parallel unified gas kinetic scheme for three-dimensional multi-group neutron transport[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 391: 37-58.
- [98] GUO Z L, LI J Q, XU K. On unified preserving properties of kinetic schemes[EB/OL]. 2019: arXiv: 1909. 04923 [math. NA]. <https://arxiv.org/abs/1909.04923>
- [99] WANG R J. Unified gas-kinetic scheme for the study of non-equilibrium flows[D]. The Hong Kong University of Science and Technology Library, Ph. D., 2015. DOI: 10.14711/thesis-b1514837
- [100] XIAO T B, CAI Q D, XU K. A well-balanced unified gas-kinetic scheme for multiscale flow transport under gravitational field[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 332: 475-491.
- [101] LIU S, YU P B, XU K, et al. Unified gas-kinetic scheme for diatomic molecular simulations in all flow regimes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2014, 259: 96-113.
- [102] WANG R, XU K. Unified gas-kinetic scheme for multi-species non-equilibrium flow[J]. *AIP Conference Proceedings*, 2014. .
- [103] ZHU L H, GUO Z L. Application of discrete unified gas kinetic scheme to thermally induced nonequilibrium flows [J]. *Computers & Fluids*, 2019, 193: 103613.
- [104] WANG P, SU W, ZHANG Y. Oscillatory rarefied gas flow inside a three dimensional rectangular cavity [J]. *Physics of Fluids*, 2018, 30(10): 102002.
- [105] ZHANG C H, YANG K, GUO Z L. A discrete unified gas-kinetic scheme for immiscible two-phase flows[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, 126: 1326-1336.

- [106] CHEN T, CHÉRON V, GUO Z, et al. Simulation of immiscible two-phase flows based on a kinetic diffuse interface approach[C]//ICMF 2019, Windsor Barra; 2019.
- [107] HUO Y T, RAO Z H. The discrete unified gas kinetic scheme for solid-liquid phase change problem[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2018, 91: 187-195.
- [108] TAO S, ZHANG H L, GUO Z L, et al. A combined immersed boundary and discrete unified gas kinetic scheme for particle-fluid flows[J]. Journal of Computational Physics, 2018, 375: 498-518.
- [109] SU Z G, LI T F, YI H L. Simulation of electroconvection in a dielectric liquid by DUGKS[J]. Computers & Fluids, 2019, 188: 31-43.
- [110] LUO X P, WANG C H, ZHANG Y, et al. Multiscale solutions of radiative heat transfer by the discrete unified gas kinetic scheme[J]. Physical Review E, 2018, 97(6): 063302.
- [111] ZHANG C, GUO Z L, CHEN S Z. Unified implicit kinetic scheme for steady multiscale heat transfer based on the phonon Boltzmann transport equation[J]. Physical Review E, 2017, 96(6): 063311.
- [112] ZHANG C, GUO Z L. Discrete unified gas kinetic scheme for multiscale heat transfer with arbitrary temperature difference [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019, 134: 1127-1136.
- [113] BO Y T, WANG P, GUO Z L, et al. DUGKS simulations of three-dimensional Taylor-Green vortex flow and turbulent channel flow[J]. Computers & Fluids, 2017, 155: 9-21.
- [114] CAO G Y, SU H M, XU J X, et al. Implicit high-order gas kinetic scheme for turbulence simulation[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 92: 958-971.
- [115] CAO G Y, PAN L, XU K. Three dimensional high-order gas-kinetic scheme for supersonic isotropic turbulence I: Criterion for direct numerical simulation[J]. Computers & Fluids, 2019, 192: 104273.
- [116] CHEN S Z, XU K, LEE C, et al. A unified gas kinetic scheme with moving mesh and velocity space adaptation[J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231(20): 6643-6664.
- [117] YUAN R F, ZHONG C W. A conservative implicit scheme for steady state solutions of diatomic gas flow in all flow regimes [J]. Computer Physics Communications, 2020, 247: 106972.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0217-07

关于约束大涡模拟方法的一些思考

夏振华^{1,*}, 史一蓬²

(1. 浙江大学 航空航天学院工程力学系, 杭州 310027;

2. 北京大学工学院 湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871)

摘要:高雷诺数壁湍流是工程设计和应用中非常重要的问题之一,其高效高精度的模拟方法一直是湍流研究的重要研究方向。约束大涡模拟方法(CLES)是近些年提出的新模拟方法之一,和传统的 RANS/LES 混合方法不同,CLES 在全场做 LES 计算;在靠近壁面的内区,它采用带约束的亚网格模型,而在外区,它使用传统的亚网格模型。经过近 10 年的努力,CLES 方法已经在不可压/可压缩附着流、不可压缩/可压缩分离流等经典算例中得到了验证,并成功应用于航空气动中复杂流动的模拟。本文在介绍 CLES 方法基本原理的基础上,对 CLES 方法应用中的一些问题进行了讨论,最后对 CLES 方法的未来研究方向也做了一些概括。

关键词:高雷诺数;壁湍流;约束大涡模拟方法;RANS-LES 混合方法;物理约束

中图分类号:V211.3

文献标识码:A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0003

Some thoughts on constrained large-eddy simulation method

XIA Zhenhua^{1,*}, SHI Yipeng²

(1. Department of Engineering Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems, College of Engineering,
Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: Wall-bounded turbulence at high Reynolds numbers is one of the most important problems in engineering design and applications, and its high efficiency and high precision simulation method has always been one of the most important research realms in turbulence research. Constrained large eddy simulation (CLES) is one of the new simulation methods proposed in recent years. Differently from the traditional hybrid RANS/LES method, the CLES method performs a LES calculation in the whole field. In the inner region near the wall, it uses the constrained subgrid-scale model, while in the outer region, it uses the traditional subgrid-scale model. With nearly 10 years' efforts, the CLES method has been verified in incompressible/compressible attached wall-bounded flows and incompressible/compressible separated flow. Further-more, it has also been successfully used to simulate the complex flows in the aviation field. In this paper, the basic principle of the CLES method will first be reviewed, followed by some discussions on the CLES implementations. Finally, some possible future research directions on the CLES method are summarized.

Keywords: high Reynolds number; wall-bounded turbulence; constrained large-eddy simulation; hybrid RANS-LES method; physical constraints

0 引言

高雷诺数壁湍流是国防和航空航天领域关键的

问题之一。对高雷诺数壁湍流的精确模拟和控制是指导飞行器航天器的设计和改进的基础,是国家安全、经济建设和科学技术中的重点研究对象之一,也

收稿日期:2020-01-09; 修订日期:2020-03-02

基金项目:国家自然科学基金(11822208, 11772297, 91752202, 91852205)

作者简介:夏振华*(1983-),男,湖北人,研究员,研究方向:湍流理论与数值模拟,计算流体力学. E-mail: xiazh@zju.edu.cn

引用格式:夏振华,史一蓬.关于约束大涡模拟方法的一些思考[J].空气动力学学报,2020,38(2):217-223.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0003 XIA Z H, SHI Y P. Some thoughts on constrained large-eddy simulation method[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 217-223.

是制约我国航空航天事业发展的基础科学难题之一。近些年,随着计算机技术突飞猛进的发展以及数值计算方法的进一步完善,数值模拟方法正逐渐成为湍流研究的重要手段之一。

经典的湍流数值模拟方法有三种:直接数值模拟方法(Direct Numerical Simulation, DNS),大涡模拟方法(Large-eddy Simulation, LES)和雷诺平均方法(Raynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS)。由于网格需求大,格式精度要求高,现阶段 DNS 方法只停留在简单流动的物理机理研究上^[1]。现在工程上最常用的方法还是更易于实现的 RANS^[2-5]。但是雷诺应力模型普适性较差,特别是在大分离、非定常流动时效果不好。LES 方法的计算量介于 RANS 和 DNS 之间,它可以用来模拟大分离、非定常流动,一般模型参数也相对较少^[6]。但是对于高雷诺数壁湍流而言,在壁面解析的情况下,LES 的网格需求仍然很大^[7-8],因此在工程应用中,壁面解析的 LES 使用得并不多。

为了更好地模拟大分离、非定常流动,人们提出了各种改进的方法。例如,壁面模化的 LES 方法(Wall-modelled LES, WMLES)^[9-10],分离涡模拟方法(Detached Eddy Simulation, DES)等 RANS-LES 混合方法(Hybrid RANS-LES Method)^[11-14]。RANS-LES 混合方法结合了 RANS 方法和 LES 方法的优点,同时又避免了这两种方法各自的缺点,对分离流动的模拟效果大大优于 RANS 方法。RANS-LES 混合方法被认为是未来数十年湍流模拟最有希望的方法。虽然以 DES 为代表的 RANS-LES 混合方法被越来越多地用来模拟复杂流动问题,但是此类方法有一个最致命的问题就是在模拟附着壁湍流时,存在对数区不匹配现象(Log-layer Mismatch, LLM)。例如,如果用 1997 年原始的 DES 方法^[15]来模拟槽道湍流,会出现两段不同的对数律区间,其中底层的 RANS 区域有一段对数律,而外层的 LES 区域也有一段对数律。两段对数律的斜率非常接近,但是截距差别明显^[16]。此外,如果 DES 方法使用的网格不是很好,使得 DES 方法在很粗的网格中切换到 LES 分支,这样会使得模型化部分的应力偏小,而总体雷诺应力又没有能力弥补这个缺失,从而出现所谓的模型应力亏损(Modeled Stress Depletion, MSD)^[17],甚至有可能出现网格引起的虚假分离(Grid-induced Separation, GIS)^[17-18]。为了克服这些缺点,研究人员相继提出了 DDES(Delayed DES)^[17]、IDDES(improved DDES)^[14, 18]等修正方

法。虽然 IDDES 方法在槽道湍流的验证中消除了 LLM 现象,但是其引入了新的尺度定义、新的混合函数和数个模型参数,从而使得其适用性大为降低。Spalart 悲观地认为 IDDES 是 DES 方法发展的一个不幸的趋势^[12]。

为了消除 LLM,本文作者及其合作者提出了约束大涡模拟方法(Constrained Large Eddy Simulation, CLES)^[19-20]。CLES 方法同之前的 DES 类方法不同,它全场作 LES 计算,但是在靠近壁面的区域采用约束了的 SGS 模型。CLES 方法解决了 RANS-LES 混合方法最主要的缺陷——对近壁区的模拟缺少小尺度脉动,从而消除了 LLM。本文将首先详细介绍 CLES 方法的基本原理,而后对 CLES 方法应用过程中的一些问题展开讨论分析,最后对 CLES 方法未来的一些发展方向做了一点概括。对于 CLES 方法的数值验证,我们将简略带过,读者有兴趣可以参考一些已发表的文献。

1 CLES 方法的基本原理

CLES 方法是湍流约束思想^[21-22]在 LES 建模中的应用,本质上还是一种 LES 方法。与传统的 LES 方法不同的是,它在靠近壁面的内区需要使用约束的亚网格模型(Constrained Subgrid-scale Model, CSGS)。接下来,我们将首先推导 CSGS 模型的基本约束等式。不失一般性,我们接下来以不可压缩问题为例。对于三维非定常不可压缩常密度流体,其控制方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_i} &= -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i} \end{aligned} \quad (1)$$

可压缩问题情况类似,具体推导可参考文献^[20]。

1.1 RANS 控制方程

对上述方程(1)做系综平均运算 $\langle \rangle$,便可得到 RANS 方程组:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle}{\partial x_i} &= -\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \langle u_j \rangle}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2)$$

这里 $R_{ij} = \langle u_i u_j \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle$ 为雷诺应力张量。

1.2 LES 控制方程

类似地,如果我们对方程(1)做滤波运算 \sim ,就可

以得到 LES 方程组:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_i} &= -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_j}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}^{\text{SGS}}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (3)$$

这里, $\tau_{ij}^{\text{SGS}} \equiv \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ 为亚网格应力张量。

从方程(2)、(3)可见, LES 和 RANS 方程在形式上完全一致。这也是 RANS/LES 混合方法的最基本出发点。

1.3 CLES 的约束等式

如果我们将方程(3)做一个系综平均, 那么其动量方程会变成:

$$\frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_i} = -\frac{\partial \langle \tilde{p} \rangle}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{\partial \langle \tau_{ij}^{\text{SGS}} \rangle}{\partial x_i} \quad (4)$$

如果我们定义 $R_{ij}^{\text{LES}} = \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle - \langle \tilde{u}_i \rangle \langle \tilde{u}_j \rangle$ 为可解雷诺应力, 那么方程(4)可以改写成:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_i} \\ = -\frac{\partial \langle \tilde{p} \rangle}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{\partial (\langle \tau_{ij}^{\text{SGS}} \rangle + R_{ij}^{\text{LES}})}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (5)$$

在各态遍历假设条件下, 我们有 $\langle \cdot \rangle = \langle \tilde{\cdot} \rangle$, 比较方程(2)和方程(5), 我们可以得到 CLES 中关于雷诺应力的约束等式:

$$\langle \tau_{ij}^{\text{SGS}} \rangle + R_{ij}^{\text{LES}} = R_{ij}^{\text{RANS}} \quad (6)$$

即: 总雷诺应力可以分解为亚网格应力的平均值和可解雷诺应力两部分。对于可压缩问题, 我们同样推导出了类似的关于雷诺应力的约束等式以及关于热流的约束等式^[20]。

1.4 CLES 方法

有了上面的雷诺应力约束等式, 我们就可以构建 CSGS 模型。对于亚网格应力张量, 我们首先将其做一个分解:

$$\tau_{ij}^{\text{model}} = \langle \tau_{ij}^{\text{model}} \rangle + (\tau_{ij}^{\text{model}})' \quad (7)$$

它的两部分可以分别给出: 其平均部分可以由上面的雷诺应力约束等式(6)给出:

$$\langle \tau_{ij}^{\text{model}} \rangle = R_{ij}^{\text{RANS}} - R_{ij}^{\text{LES}}$$

而其脉动部分我们可以简单地由已有的 SGS 模型来构造, 以 Smagorinsky 模型^[23]为例:

$$(\tau_{ij}^{\text{model}})' = C'_s (\Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \rangle)$$

这里, 其系数 C'_s 可以沿用常系数 Smagorinsky 模型来获取, 也可以结合 Germano 等式^[24-25]来动态求解。于是, 我们就可以构建一个以 Smagorinsky 模型为基础的 CSGS 模型:

$$\tau_{ij}^{\text{model}} = R_{ij}^{\text{RANS}} - R_{ij}^{\text{LES}} + C'_s (\Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \rangle) \quad (8)$$

在 CLES 方法的具体应用的时候, 在外区, 我们可以使用传统的 SGS 模型, 而在靠近壁面的内区, 我们则可以使用 CSGS 模型。通过上面的推导, 我们也发现, 虽然我们全场都在做 LES 计算, 但是我们在内区实际上做了一个隐含的 RANS 计算。由于 CLES 方法在内区和外区都开展 LES 计算, 因此小尺度脉动能够在全场存在, 不会出现 RANS/LES 混合方法那样由于缺乏近壁小尺度脉动而导致的 LLM 现象。

CLES 方法在不可压缩/可压缩槽道湍流^[19-20]、周期丘陵绕流^[26]、不可压缩/可压缩圆柱绕流^[19, 27-28]等算例中得到了验证, 并被用来模拟了大型客机外型在迎角 14° 时的流动状态^[29-31]。图 1 给出了在不可压缩槽道湍流中验证结果。由图可见, 当 CLES 方法用来模拟不可压缩槽道湍流时, 能得到与 DNS 结果基本吻合的平均速度型。相反, DES 方法出现了 LLM, 而传统的 LES-DSM 则会出现平均速度在对数区的整体上移。而且我们还发现, 在槽道湍流中, 使用代数涡黏模型和 SA 模型来预估雷诺应力, 对结果影响不大。

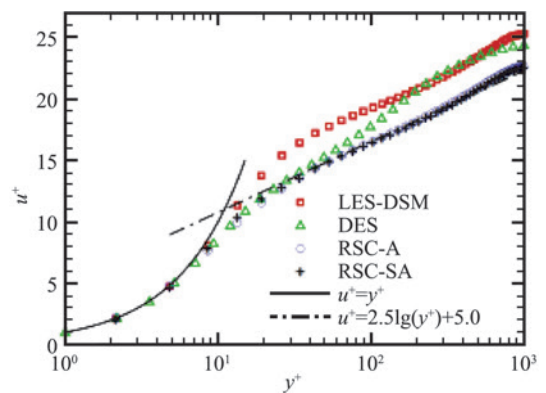


图 1 $Re_\tau = 1000$ 时几种不同方法计算得到的平均速度型^[19] (RSC-A 和 RSC-SA 分别指代使用代数涡黏模型和 SA 模型来预估雷诺应力的 CLES 模拟结果)

Fig.1 Mean velocity profiles at $Re_\tau = 1000$ by using different simulation methods^[19] (RSC-A and RSC-SA denote the CLES simulations using the algebraic eddy viscosity model and the SA model to estimate the prescribed Reynolds stresses, respectively)

2 关于 CLES 方法的一些讨论

CLES 方法中,CSGS 模型至关重要。

2.1 关于 CSGS 模型的思考

CSGS 建模的想法可追溯到湍流中的约束关系的提出^[21-22]。图 2 给出了一些常见的 SGS 模型的物理/数学考量。由图我们可以看出,大多数 SGS 模型都是有或多或少的物理/数学考量的。当我们将更多的物理/数学考量加入到 SGS 模型中,我们就能得到更好的模型。例如当将 Germano 等式这个数学约束加入到常系数 Smagorinsky 模型之后,我们就可以得到比常系数模型更准确的动态 Smagorinsky 模型(Dynamic Smagorinsky Model, DSM)。类似地,我们如果在动态混合相似性模型(dynamic mixed similarity model)基础上加入能流约束,我们就可以得到精确度更高的能流约束模型^[32];在壁湍流的模拟中,如果我们在 DSM 基础上加入雷诺应力约束,

就能得到雷诺应力约束模型^[19-20]。

需要特别指出的是,约束等式(6)在数学的意义上是一个必要条件,而不是一个充要条件,这和 Germano 等式类似。事实上,Meneveau^[33]曾经推导过亚网格应力模型需要满足的一些必要条件。在他推导的必要条件里,可以允许两者之间相差一个无散的常量张量 C_{ij} 。在这里,我们考虑到在壁面上的相容条件,总雷诺应力、可解雷诺应力和亚网格雷诺应力都需要为 0,因此 $C_{ij} = 0$ 。对于其他的约束,我们可以允许差一个常数张量,但是它们在实际计算中并没有贡献,因为雷诺应力是以散度的形式出现在动量方程中的。

此外,我们还需要说明的是基于雷诺应力约束的 CSGS 模型更多的是一种方法论,采用不同基准的 SGS 模型,可以得到不同的 CSGS 模型。例如,在文献[34]中,我们就考虑了基于 Vreman 模型^[35]的 CSGS 模型。

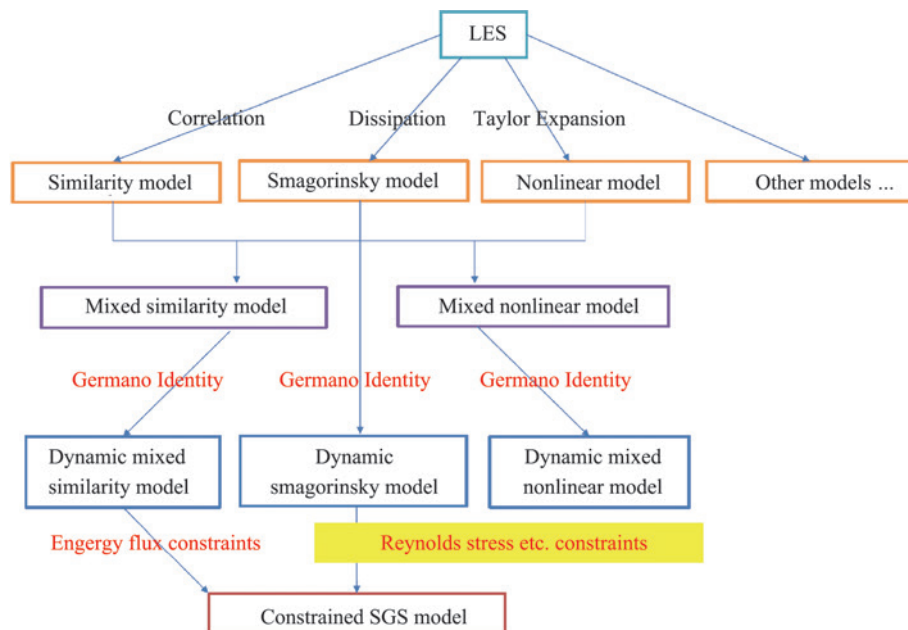


图 2 SGS 模型的物理/数学考量

Fig.2 Some basic considerations on the SGS models

2.2 总雷诺应力的影响

在 CSGS 模型中,总雷诺应力 R_{ij}^{RANS} 对结果影响很明显。如何获取该总雷诺应力是 CLES 模拟的一个关键。如果有 DNS 数据,那么我们可以得到准确的总雷诺应力。但是大多数问题的模拟中,我们并没有 DNS 数据。那么此时,我们获取总雷诺应力就需要考虑精度。在简单的附着流动中,例如槽道湍流,大多数的 RANS 模型都可以对雷诺应力有一个不错的估计,因此不同 RANS 模型得到的结果基本相同。对于复杂的分离流动而言,此时总雷诺应力的预估就

非常重要了。如果预估的雷诺应力不准确,那么相当于给问题设置一个错误的目标,结果肯定也不好。在文献[26]中,我们讨论了在周期丘陵绕流中不同雷诺应力模型对结果的影响。结果发现,不同雷诺应力模型预估的雷诺应力对结果影响非常大。全场求解 RANS 模型得到的雷诺应力和实际雷诺应力相差较大,结果很不好。相对而言,使用代数涡黏模型或者基于 DES 类的长度尺度改进了的 RANS 模型求解获得的雷诺应力结果更好。在更为复杂的流动计算中,我们更推荐后者。

2.3 CLES 方法与传统 LES 和 DES 的联系

如果我们以常系数 Smagorinsky 模型为基础, 此时 CSGS 模型(8)可以被改写为:

$$\tau_{ij}^{\text{model}} = C_s \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + R_{ij}^{\text{RANS}} - R_{ij}^{\text{LES}} - C_s \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \rangle \quad (9)$$

由此式, 我们可以看出 CSGS 模型可以看成是在传统的 LES 方法的 Smagorinsky 模型基础上, 在内区外加了一个张量 $R_{ij}^{\text{RANS}} - R_{ij}^{\text{LES}} - C_s \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \rangle$, 该张量在动量方程中就体现为一个外加力。在传统的 SGS 模型中, 我们发现平均速度型在对数区会向上平移, 其原因在于内区的亚网格模型雷诺应力偏小。CSGS 模型采用约束的方法, 于内区在传统的 SGS 模型基础上增加了一个附加力, 从而弥补了传统的 SGS 模型在内区偏小的亚网格雷诺应力。该结果在文献[19]的分析中也得到印证了。

类似地, 我们可以将方程式(8)作另一种改写:

$$\tau_{ij}^{\text{model}} = R_{ij}^{\text{RANS}} - [R_{ij}^{\text{LES}} - C'_s \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \rangle \rangle] \quad (10)$$

如果内区的总雷诺应力是由求解一方程或者两方程的 DES 型(即原始的 RANS 模型方程中的特征长度尺度按照 DES 方法做了修改)RANS 模型方程来预估的, 而外区的 SGS 模型也是使用 DES 的 LES 分支(也可以继续使用 Smagorinsky 模型), 那么此时 CSGS 模型可以看成是在 DES 方法的基础上, 在内区加了一个附加力, 该力为张量

$$-R_{ij}^{\text{LES}} + C'_s \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - \langle \Delta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \rangle \rangle$$

的散度。值得提出的是, Keating 和 Piomelli^[36]曾经提出过在界面处加入随机力的方法来减弱 RANS/LES 混合方法中的 LLM 现象, 但这种附加的随机力本身与流场没有相关性, 需要根据实际需要调节随机力的强度。CSGS 模型事实上在整个内区都增加一个与流场相关的附加力。该附加力使得小尺度脉动在内区一致存在, 并且在界面附近得到充分发展, 从而可以消除 LLM。事实上, 在文献[19]中, 我们分析了 DES 方法中的模型应力和可解应力的法向变化规律。同传统的 LES 和 CLES 不同, DES 方法在内区是 RANS 分支, 此时模型应力占主导, 而可解部分的应力其实是随着壁面距离的增加而缓慢增加的。这种外区长度尺度的切换, 从外部也改变了内部的雷诺应力分布, 从而使得总体雷诺应力偏小。而 CLES 方法也可以视为在内区增加了一个力, 这个力可以使得内区的脉动迅速增长起来, 从而改变了内区的可解雷诺应力。

2.4 约束界面的影响

在 CLES 方法的应用中, 其内外区界面的位置决定了使用 CSGS 模型的区域, 从而对结果会产生不同程度的影响。可以预见的是, 如果约束区域很小, 那么其效果就会不好, 当界面的位置设置于固壁上, CLES 中 CSGS 模型的使用区域就会随着消失, CLES 方法也会退化为传统的 LES 方法。而如果 CLES 中 CSGS 区域太大, 一个问题是我们很难保证远离壁面的外区我们还能得到准确的雷诺应力, 特别是针对复杂的分离流动而言。此外, 约束区域的增大也会相应增加计算量, 毕竟 CSGS 模型的计算量比传统的 SGS 模型要大。在槽道湍流等简单流动中, 我们研究过不同约束界面位置对结果的影响。如分析的那样, 如果约束界面位于缓冲区($y^+ = 5.05$), 那么平均速度会上移; 如果界面位于对数区($y^+ = 20.1$ 和 44.9), 结果基本相同^[19]。如果用 CLES 方法模拟复杂壁湍流, 如何选取界面位置的确是一个需要研究的问题。目前大多数计算中, CLES 的界面位置会参考 DES 的界面位置, 并比 DES 的位置略微靠近壁面一点。

此外, 我们还需要考虑内外区之间的衔接问题。虽然 CSGS 模型和传统的 SGS 模型在数学上不存在连续性问题, 但是在实际计算中, 两种不同的模型在固定的界面处连接在一起, 势必会在界面处出现一些统计量不连续的情况。为了避免这个问题, 我们可以参照一些 RANS/LES 混合方法的做法, 可以在界面处使用一个连接函数将两个区域连接起来。一个最简单的尝试就是界面处的亚网格应力为两种模型的平均值。

2.5 系综平均的实现

在 CSGS 模型中, 我们看到需要进行系综平均的操作, 这是一个耗费巨大计算量的工作。在简单的流动里, 系统本身存在统计均匀方向, 此时我们可以用统计均匀方向的空间平均来近似系综平均。例如在槽道湍流中, 我们可以使用面平均来近似系综平均。然而, 在一般的复杂流动中, 可能不存在统计均匀方向, 这时我们无法采用空间平均来近似系综平均。在这类问题中, 我们可以仿照 Meneveau 等^[37]构造 Lagrangian 平均来近似, 但是 Lagrangian 平均往往计算复杂, 计算量也很大, 在复杂流动的计算中很难实用。另一个选择是采用 Euler 时间平均来近似系综平均:

$$\begin{aligned} \langle f \rangle^{n+1} &= \epsilon f^{n+1} + (1 - \epsilon) \langle f \rangle^n \\ \epsilon &= \Delta t / (\Delta t + T) \end{aligned} \quad (11)$$

这里 Δt 是计算的时间步长, T 是 Euler 时间平均的

特征间隔时间。在槽道湍流里,我们验证了时间平均能够得到和空间平均相近的结果^[19]。

3 CLES 方法的未来研究建议

CLES 方法经过近十年的发展,已经在很多经典问题中得到验证,并已经被用于模拟复杂的工程流动问题。未来,我们希望 CLES 方法能够被更多地应用到工程湍流问题的模拟中去。对于 CLES 方法的理论研究,我们认为一下几个方向值得研究:

(1) CLES 的转捩预测能力的研究与验证。在层流-湍流转捩过程中,我们需要模型能够跟踪捕获这一变化过程。在层流区域,通过分析,我们不难发现 CSGS 模型会退化为 $\tau_{ij}^{\text{model}} = R_{ij}^{\text{RANS}}$, 因为层流区几乎没有脉动,因此可解应力等项会消失。因此 CSGS 模型模拟转捩的能力就很大程度上依赖于预估的雷诺应力了。在早期的槽道流时间转捩模拟的研究中,我们发现如果将雷诺应力在转捩过程中的行为考虑进去,CLES 的确可以具备自适应地模拟转捩的能力^[38]。在空间转捩问题中的表现如何,这个还需要进一步研究和验证。另外,在复杂的湍流问题的模拟中,也牵涉到剪切层的转捩问题,例如高雷诺数钝体绕流问题中,分离后的剪切层的发展演化。此类问题的精确模拟,对分离、再附等问题准确模拟至关重要,也需要深入的研究和验证。

(2) 复杂问题模拟中,如何给出准确的总雷诺应力的预估值? 总雷诺应力是 CLES 方法中的目标值,因此对 CLES 方法来说,总雷诺应力的预估值至关重要,会直接影响 CLES 最终的模拟结果。在简单的壁湍流问题中,大多数 RANS 模型都可以给出较好的预测结果;在一般的复杂流动中,如何在 CSGS 应用区域中给出合理的总雷诺应力的预估值是值得研究的问题。在这里,基于机器学习的 RANS 建模可望提供一种新思路。

(3) 约束界面位置的选取方法。在过去的研究中,我们通常采用的固定的界面位置。我们知道的是,固定的界面位置不能太靠近壁面,否则约束效果不好。如何选取合理的界面位置是一个值得研究的问题。

(4) 约束大涡模拟在气动声学 and 气动光学中的应用。CLES 能够模拟出比传统 RANS-LES 混合方法更加丰富而精细的小尺度流动结构,这些小尺度流动结构对光学传播有重要的影响,同时也是气动噪声的主要的声源。因此 CLES 方法在气动声学 and 气动光学的模拟方面有广阔的应用前景。

参 考 文 献:

- [1] MOIN P, MAHESH K. Direct numerical simulation: a tool in turbulence research[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1998, 30(1): 539-578.
- [2] 王运涛, 孟德虹, 邓小刚. 多段翼型高精度数值模拟技术研究[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(1): 88-93.
WANG Y T, MENG D H, DENG X G. High-order numerical study of complex flow over multi-element airfoil[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(1): 88-93. (in Chinese)
- [3] 王运涛, 张书俊, 孟德虹. DPW4 翼/身/平尾组合体的数值模拟[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(6): 739-744.
WANG Y T, ZHANG S J, MENG D H. Numerical simulation and study for DPW4 wing/body/tail[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(6): 739-744.
- [4] 魏志强, 屈秋林, 刘薇, 等. 飞机尾涡流场参数的仿真计算方法研究综述[J]. 空气动力学学报, 2019, 37(1): 33-42.
WEI Z Q, QU Q L, LIU W, et al. Review on the artificial calculating methods for aircraft wake vortex flow field parameters[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2019, 37(1): 33-42.
- [5] MENEVEAU C, KATZ J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2000, 32(1): 1-32.
- [6] 杨永, 段毅, 张强. 超声速大迎角分离流中三种湍流模型比较研究[J]. 空气动力学学报, 2006, 24(3): 371-374, 379.
YANG Y, DUAN Y, ZHANG Q. Comparison of three turbulence models in supersonic high-attack-angle separated flows[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2006, 24(3): 371-374, 379. (in Chinese)
- [7] CHOI H, MOIN P. Grid-point requirements for large eddy simulation: Chapman's estimates revisited[J]. Physics of Fluids, 2012, 24(1): 011702.
- [8] CHAPMAN D R. Computational aerodynamics development and outlook[J]. AIAA Journal, 1979, 17(12): 1293-1313.
- [9] PIOMELLI U, BALARAS E. Wall-layer models for large-eddy simulations[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2002, 34(1): 349-374.
- [10] PIOMELLI U. Large-eddy simulation: achievements and challenges[J]. Progress in Aerospace Sciences, 1999, 35(4): 335-362.
- [11] FRÖHLICH J, VON TERZI D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2008, 44(5): 349-377.
- [12] SPALART P R. Detached-eddy simulation[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2009, 41(1): 181-202.
- [13] 徐佳敏, 宋文滨. 分区 LES/DES 混合方法及缝翼三维流场模拟[J]. 空气动力学学报, 2014, 32(5): 668-674.
XU J M, SONG W B. Zonal LES/DES method and its application in slat flow field simulation[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2014, 32(5): 668-674. (in Chinese)
- [14] SHUR M L, SPALART P R, STRELETS M K, et al. An enhanced version of DES with rapid transition from RANS to LES in separated flows[J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2015, 95(4): 709-737.
- [15] SPALART P, JOU W, STRELETS M, et al. Comments on the feasibility of LES for WINGS, and on a hybrid RANS/LES approach [M]//LIU C, LIU Z. Advances in DNS/LES. Columbus: Greyden Press, 1997: 137-147.

- [16] NIKITIN N V, NICOUD F, WASISTHO B, et al. An approach to wall modeling in large-eddy simulations[J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(7): 1629-1632.
- [17] SPALART P R, DECK S, SHUR M L, et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities [J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2006, 20(3): 181-195.
- [18] SHUR M L, SPALART P R, STRELETS M K, et al. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2008, 29(6): 1638-1649.
- [19] CHEN S Y, XIA Z H, PEI S Y, et al. Reynolds-stress-constrained large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, 703: 1-28.
- [20] JIANG Z, XIAO Z L, SHI Y P, et al. Constrained large-eddy simulation of wall-bounded compressible turbulent flows[J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25(10): 106102.
- [21] KRAICHNAN R H. Theoretical approaches to turbulence [M]//DWOYER D, HUSSAINI M, VOIGT R. *Applied Mathematical Science Series*, Vol. 58, p.91. Springer-Verlag: 1985.
- [22] KRAICHNAN R H, CHEN S Y. Is there a statistical mechanics of turbulence? [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1989, 37(1/2/3): 160-172.
- [23] SMAGORINSKY J. General circulation experiments with the primitive equations[J]. *Monthly Weather Review*, 1963, 91(3): 99-164.
- [24] GERMANO M, PIOMELLI U, MOIN P, et al. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model[J]. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1991, 3(7): 1760-1765.
- [25] LILLY D K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method[J]. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1992, 4(3): 633-635.
- [26] XIA Z H, SHI Y P, HONG R K, et al. Constrained large-eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise-periodic constrictions[J]. *Journal of Turbulence*, 2013, 14(1): 1-21.
- [27] HONG R K, XIA Z H, SHI Y P, et al. Constrained large-eddy simulation of compressible flow past a circular cylinder[J]. *Communications in Computational Physics*, 2014, 15(2): 388-421.
- [28] XIA Z H, XIAO Z L, SHI Y P, et al. Mach number effect of compressible flow around a circular cylinder[J]. *AIAA Journal*, 2016, 54(6): 2004-2009.
- [29] CHEN S Y, CHEN Y C, XIA Z H, et al. Constrained large-eddy simulation and detached eddy simulation of flow past a commercial aircraft at 14 degrees angle of attack[J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2013, 56(2): 270-276.
- [30] CHEN S Y, WANG M R, XIA Z H. Multiscale fluid mechanics and modeling[J]. *Procedia IUTAM*, 2014, 10: 100-114.
- [31] CHEN S Y, XIA Z H, WANG J C, et al. Recent progress in compressible turbulence[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2015, 31(3): 275-291.
- [32] SHI Y P, XIAO Z L, CHEN S Y. Constrained subgrid-scale stress model for large eddy simulation[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(1): 011701.
- [33] MENEVEAU C. Statistics of turbulence subgrid-scale stresses: Necessary conditions and experimental tests [J]. *Physics of Fluids*, 1994, 6(2): 815-833.
- [34] JIANG Z, XIA Z H, SHI Y P, et al. Large-eddy simulation of plane channel flow with Vreman's model [J]. *Journal of Turbulence*, 2016, 17(8): 807-822.
- [35] VREMAN A W. An eddy-viscosity subgrid-scale model for turbulent shear flow: Algebraic theory and applications [J]. *Physics of Fluids*, 2004, 16(10): 3670-3681.
- [36] KEATING A, PIOMELLI U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation [J]. *Journal of Turbulence*, 2006, 7: N12.
- [37] MENEVEAU C, LUND T S, CABOT W H. A Lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, 319: 353.
- [38] ZHAO Y M, XIA Z H, SHI Y P, et al. Constrained large-eddy simulation of laminar-turbulent transition in channel flow[J]. *Physics of Fluids*, 2014, 26(9): 095103.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0224-08

基于能量等效原理的颤振机理及颤振导数识别

刘磊¹, 管青海^{1,2,*}, 李加武³, 刘建新³

(1. 天津城建大学 天津市土木建筑结构防护与加固重点实验室, 天津 300384;

2. 长安大学 陕西省公路桥梁与隧道重点实验室, 西安 710064;

3. 长安大学 风洞实验室, 西安 710064)

摘要:桥梁和风是相互作用的流固耦合系统,风对桥梁的作用效应可以分为阻尼效应和刚度效应。首先基于能量等效原理将 Scanlan 线性颤振自激力分为纯阻尼效应项 H_1^* 、 A_2^* , 纯刚度效应项 A_3^* 、 H_4^* 和既有刚度效应又有阻尼效应的双重效应项 A_1^* 、 H_2^* 、 H_3^* 、 A_4^* 。将颤振自激力进行积分运算分别求出其阻尼效应项的做功时程和刚度效应项的无功时程并从功能角度对经典耦合颤振驱动机理进行了研究,最后通过将耦合颤振微分方程转化为功能方程形式,提出了一种基于自激力瞬时做功的颤振导数识别方法并证明了该方法的可靠性。

关键词:大跨度桥梁;经典耦合颤振;能量等效原理;颤振机理;颤振导数识别

中图分类号:TH212;TH213.3

文献标识码:A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0118

Study on flutter mechanism and identification of flutter derivatives based on energy equivalence

LIU Lei¹, GUAN Qinghai^{1,2,*}, LI Jiawu³, LIU Jianxin³

(1. Tianjin Key Laboratory of Civil Structure Protection and Reinforcement, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China;

2. Key Laboratory of Highway Bridge and Tunnel in Shanxi Province, Chang'an University, Xi'an 710064, China;

3. Wind Tunnel Laboratory, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Bridges and winds are fluid-solid interacting coupling systems. The effects of wind on bridge systems can be divided into damping effects and stiffness effects. Firstly, based on the principle of energy equivalence, the Scanlan linear flutter self-excitation is divided into pure damping effect term H_1^* 、 A_2^* , pure stiffness effect term A_3^* 、 H_4^* , and double effect term A_1^* 、 H_2^* 、 H_3^* 、 A_4^* with both stiffness and damping effect. The flutter self-excitation is integrated to calculate the reactive time history of the damping effect term and the stiffness effect term. The classical coupling flutter driving mechanism is studied from the functional point of view. The differential equation is transformed into a functional equation form. Moreover, and a flutter derivative identification method based on self-excited instantaneous work is proposed and the reliability of the method is proved.

Keywords: Long-span bridge; classical coupled flutter; energy equivalent principle; flutter mechanism; flutter derivative identification

收稿日期:2018-06-25; 修订日期:2018-12-12

基金项目:陕西省公路桥梁与隧道重点实验室(长安大学)开放基金(30010221953);天津市自然科学基金青年项目(18JCQNJC08300);天津市土木建筑结构防护与加固重点实验室开放课题基金(12030504)

作者简介:刘磊(1992-),男,硕士研究生,研究方向:桥梁抗风, E-mail: 971042301@qq.com

通信作者:管青海*(1985-)男,博士,讲师,研究方向:桥梁抗风, E-mail: gqh@tcu.edu.cn

引用格式:刘磊,管青海,李加武,等.基于能量等效原理的颤振机理及颤振导数识别[J].空气动力学学报,2020,38(2):224-231.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0118 LIU L, GUAN Q H, LI J W, et al. Study on flutter mechanism and identification of flutter derivatives based on energy equivalence[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 224-231.

0 引言

颤振是一种由于气动不稳定引起的自激发散振动,在大跨度桥梁中若发生颤振,可能导致结构的整体破坏,因此大跨度桥梁结构颤振问题的研究显得尤为重要。为了对桥梁结构进行颤振响应分析,首先要确定桥梁断面的颤振导数。准确识别桥梁的颤振导数,成为大跨度桥梁结构颤抖振分析^[1]中的重要环节。

对于颤振机理^[2]的研究,杨詠昕^[3]在 Matsumoto^[4]的研究基础上,导出了二维三自由度耦合颤振分析方法,用该方法对颤振机理问题进行了研究,但该方法未实现系统各自由度振动方程之间的解耦。丁泉顺,朱乐东^[5]通过对系统竖向和扭转耦合振动方程的解耦,将系统振动参数的频率和阻尼比隐式地表达为桥梁断面颤振导数的函数形式,导出了二自由度耦合颤振分析方法。Scanlan^[6]等最早建立了桥梁颤振的多模态分析方法,并从能量观点对桥梁的颤振稳定性进行了很有价值的研究。刘高^[7]从结构与气流系统内部能量平衡的观点对系统的颤振进行研究,发展了一种全桥多模态颤振能量分析方法。刘祖军等^[8-9]应用激励—反馈的分步分析方法对耦合颤振方程进行解耦,并将耦合颤振微分方程改造为能量方程形式,从能量转换的角度对平板弯扭耦合颤振进行了分析。朱乐东、高广中^[10-13]基于能量等效原理,建立了非线性自激力模型的等效线性化形式,通过对比非线性自激振动响应的理论预测值和试验值,验证了非线性自激力模型的适用性。本文基于能量等效原理,依据弯扭耦合颤振自激力各项对系统振动的作用效应不同将其分为纯阻尼效应项 H_1^* 、 A_2^* ,纯刚度效应项 A_3^* 、 H_4^* 和既有刚度效应又有阻尼效应的双重效应项 A_1^* 、 H_2^* 、 H_3^* 、 A_4^* 这样分类不仅明确了颤振自激力各项的物理意义,而且为从功能角度对经典耦合颤振机理进行研究提供了基础。

对于颤振导数的识别,张斐针对桥梁断面颤振导数识别的具体特点,在加权整体最小二乘法^[14]和修正总体最小二乘迭代法^[15]的基础上,引入加权矩阵,推导出用于颤振导数识别的加权最小二乘迭代(WLS)法^[16]。此外,最小二乘复指数法^[17](LSCE),基于特征系统实现算法^[18](ERA)的识别方法,等一系列以二维节段模型自由振动试验为基础的颤振导数识别方法得到提出和发展。上述颤振导数的识别方法大多通过颤振导数与系统模态参数之间的关系,将颤振导数的识别问题转化为系统模态参数的识别问题。本文从功能转换角度,提出了一种基于瞬时做功的颤振导数识别方法。

桥梁和风是两个相互作用的系统,风对桥梁系统的作用效应可以分为两部分:(1)风的阻尼作用耗散或增加桥梁系统的机械能,即阻尼效应。(2)风与桥梁系统交换机械能,并以弹性势能的形式储存,即刚度效应。本文基于能量等效原理,首先将颤振自激力各项进行了分类。在有限元分析软件 ANSYS 中建立理想平板模型,其颤振自激力通过 MATRIX27 单元实现。以理想平板的经典耦合颤振为例,依据功能转换原理,通过对具有阻尼效应自激力的做功时程和桥梁系统机械能时程的对比分析,验证了上述颤振自激力分类的合理性。然后将颤振微分方程通过积分运算转化为功能方程的形式,提出了一种基于瞬时做功的颤振导数识别方法,并以理想平板的颤振导数识别为例对该方法的可靠性进行了验证。

1 颤振自激力分类及其合理性验证

1.1 颤振自激力分类

按照 Scanlan 颤振自激力表达式,桥梁断面单位长度上受到的自激升力 $L_{se}(t)$ 和自激扭矩 $M_{se}(t)$ 可以表示为竖向位移、扭转位移及其一阶导数的函数 $L_{se}(h, \dot{h}, \alpha, \dot{\alpha})$ 和 $M_{se}(h, \dot{h}, \alpha, \dot{\alpha})$ 。经典弯扭耦合颤振的运动方程表达式为:

$$I_m \ddot{\alpha} + 2I_m \xi_a \omega_a \dot{\alpha} + I_m \omega_a^2 \alpha = \rho B^3 \omega A_1^* \dot{h} + \rho B^3 \omega^2 A_4^* h + \rho B^4 \omega^2 A_3^* \alpha + \rho B^4 \omega A_2^* \dot{\alpha} \quad (1)$$

$$m_h \ddot{h} + 2m_h \xi_h \omega_h \dot{h} + m_h \omega_h^2 h = \rho B^2 \omega H_1^* \dot{h} + \rho B^2 \omega^2 H_4^* h + \rho B^3 \omega^2 H_3^* \alpha + \rho B^3 \omega H_2^* \dot{\alpha} \quad (2)$$

式中: ρ 为空气密度, U 为风速, B 为模型宽度,折算频率 $K = \omega B / U$, H_i^* 和 A_i^* ($i = 1, 2, 3, 4$) 是 K 的无量纲系数,称为颤振导数。

依据能量等效原理,当流线型桥梁断面采用 Scanlan 颤振自激力模型计算颤振响应时,为保证振动响应计算结果的等效性, Scanlan 颤振自激力和实际颤振自激力 ($L_{se}(t)$ 、 $M_{se}(t)$) 的气动阻尼系数和气动刚度系数在每一个瞬时均应相等,即满足:

$$\int_{t_1}^{t_2} L_{se}(\tau) \dot{h}(\tau) d\tau = \int_{t_1}^{t_2} L_{se}(h, \dot{h}, \alpha, \dot{\alpha}) \dot{h}(\tau) d\tau \quad (3)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} L_{se}(\tau) h(\tau) d\tau = \int_{t_1}^{t_2} L_{se}(h, \dot{h}, \alpha, \dot{\alpha}) h(\tau) d\tau \quad (4)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} M_{se}(\tau) \dot{\alpha}(\tau) d\tau = \int_{t_1}^{t_2} M_{se}(h, \dot{h}, \alpha, \dot{\alpha}) \dot{\alpha}(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} M_{se}(\tau)\alpha(\tau)d\tau = \int_{t_1}^{t_2} M_{se}(h, \dot{h}, \alpha, \dot{\alpha})\alpha(\tau)d\tau \quad (6)$$

式(3)、式(5)为瞬时气动阻尼等效性的约束条件,其积分项代表自激力对节段模型振动系统做功的瞬时积累值,若保证自激力做功的当前积累值等效,那么节段模型振动系统的瞬时机机械能也是等效的,由此,可以保证计算出的瞬时振幅是相等的;式(4)、式(6)为瞬时气动刚度等效性的约束条件,其积分项代表自激力对节段模型振动系统所做的无功瞬时积累值,若保证自激力所做无功的当前积累值等效,则可以保证计算出的瞬时相位是一致的。在自激振动过程中,由于气动自激力耦合项的存在,扭转模态和竖弯模态的振动响应都包含两个不同的频率成分,竖弯振动和扭转振动的位移与速度函数可以近似表达为:

$$h(t) = a_{h1} \cos\varphi_{h1} + a_{h2} \cos\varphi_{h2} \quad (7)$$

$$\dot{h}(t) = a_{h1}\omega_{h1} \sin\varphi_{h1} + a_{h2}\omega_{h2} \sin\varphi_{h2} \quad (8)$$

$$\alpha(t) = a_{a1} \cos\varphi_{a1} + a_{a2} \cos\varphi_{a2} \quad (9)$$

$$\dot{\alpha}(t) = a_{a1}\omega_{a1} \sin\varphi_{a1} + a_{a2}\omega_{a2} \sin\varphi_{a2} \quad (10)$$

经典耦合颤振属于竖弯和扭转模态完全耦合的颤振,当颤振发生时竖弯和扭转两个自由度的振动频率基本相等,并具有一定的相位差。

将式(1、2)中的每一项自激力和式(7~10)分别带入式(3~6)以考察该项是否具有气动阻尼效应或刚度效应。为了便于说明,下面以 A_2^* 项在颤振临界状态时引起的自激扭矩在一个周期内作用效应为例具体说明甄别过程,将该项分别带入式(5)和式(6)并结合式(9、10)得到:

$$\begin{aligned} D_a |_{A_2^*} &= \rho B^4 \omega A_2^* \int_0^{2\pi} \dot{\alpha} \cdot \dot{\alpha} d\varphi \\ &= \rho B^4 \omega A_2^* \int_0^{2\pi} (a_a \omega \sin\varphi)^2 d\varphi \\ &= \frac{\rho B^4}{2} \omega^3 a_a^2 A_2^* \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2\varphi) d\varphi \\ &= \frac{\rho B^4}{2} \omega^3 a_a^2 A_2^* \varphi \\ &\neq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} K_a |_{A_2^*} &= \rho B^4 \omega A_2^* \int_0^{2\pi} \dot{\alpha} \cdot a_a d\varphi \\ &= \rho B^4 \omega A_2^* \int_0^{2\pi} a_a \omega \sin\varphi \cdot a_a \cos\varphi d\varphi \\ &= \frac{\rho B^4}{2} \omega^2 a_a^2 A_2^* \int_0^{2\pi} \sin 2\varphi d\varphi \\ &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

由此可以得出 A_2^* 项在一个周期内对桥梁系统做功,起到消耗或增加机械能的作用,具有阻尼效应;

该项在一个周期内刚度效应的贡献值为零,不具有传递和储存能量的作用。由此可知, A_2^* 项为纯阻尼效应项。通过上述甄别过程,依据每一项作用效应的不同。将颤振自激力分为3类,即纯阻尼效应项 H_1^* 、 A_2^* , 纯刚度效应项 A_3^* 、 H_4^* 和既有刚度效应又有阻尼效应的双重效应项 A_1^* 、 H_2^* 、 H_3^* 、 A_4^* 。

1.2 颤振自激力分类的合理性验证

为了检验颤振自激力分类的合理性,下面分别求出颤振自激力各效应项的做功时程和无功时程。扭转和竖弯模态气动阻尼效应项做功时程表达式如下:

$$\begin{aligned} W_{a,c} &= \int_0^t \rho B^4 \omega A_1^* \dot{h} \cdot \dot{\alpha} d\tau + \int_0^t \rho B^4 \omega A_2^* \dot{\alpha} \cdot \dot{\alpha} d\tau \\ &\quad + \int_0^t \rho B^3 \omega^2 A_4^* h \cdot \dot{\alpha} d\tau \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} W_{h,c} &= \int_0^t \rho B^2 \omega H_1^* \dot{h} \cdot \dot{h} d\tau + \int_0^t \rho B^3 \omega H_2^* \dot{\alpha} \cdot \dot{h} d\tau \\ &\quad + \int_0^t \rho B^3 \omega^2 H_3^* \alpha \cdot \dot{h} d\tau \end{aligned} \quad (14)$$

扭转和竖弯模态气动刚度效应项无功时程表达式为:

$$\begin{aligned} W_{a,k} &= \int_0^t \rho B^3 \omega A_1^* \dot{h} \cdot \alpha d\tau + \int_0^t \rho B^4 \omega^2 A_3^* \alpha \cdot \alpha d\tau \\ &\quad + \int_0^t \rho B^3 \omega^2 A_4^* h \cdot \alpha d\tau \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} W_{h,k} &= \int_0^t \rho B^3 \omega H_2^* \dot{\alpha} \cdot h d\tau + \int_0^t \rho B^3 \omega^2 H_3^* \alpha \cdot h d\tau \\ &\quad + \int_0^t \rho B^2 \omega^2 H_4^* h \cdot h d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

颤振自激力阻尼效应项做功与系统机械能存在转换关系,因此为了对自激力分类的合理性进行验证,还需求出系统的机械能。扭转和竖弯模态机械能表达式如下:

$$\begin{cases} E_a = \frac{1}{2} (I_m \dot{\alpha}^2 + K_a \alpha^2) \\ E_h = \frac{1}{2} (m \dot{h}^2 + K_h h^2) \end{cases} \quad (17)$$

本文在 ANSYS 中建立理想平板简支梁模型,并以模型的扭转模态为例具体说明验证过程。

该理想平板简支梁长 $L=300$ m, 宽 $B=40$ m, 两端扭转自由度固定。平板断面竖向和横向弯曲刚度为 $EI_z=2.1 \times 10^6$ MPa·m⁴, $EI_y=1.8 \times 10^7$ MPa·m⁴, 扭转刚度 $GI_t=4.1 \times 10^5$ MPa·m⁴。每延米长度质量 $m=20\ 000$ kg/m, 质量惯矩 $I_m=4.5 \times 10^6$ kg·m²/m, 空气密度 $\rho=1.25$ kg/m。结构模态阻尼比均假设为零。其中桥面主梁采用 BEAM4 单元模拟, 质量惯矩采用 MASS21 单元模拟, 自激力采用 MATRIX27 单元模拟。模型共有 120 个节点, 237 个单元。

为获得理想平板简支梁的振动响应, 给予主梁节点单位瞬时速度的初始激励, 基于 ANSYS 瞬态动力学分析求得理想平板简支梁跨中节点在风速 $U_0 = 142 \text{ m/s}$ 时扭转模态的速度和位移时程。依据阻尼效应的物理意义, 桥梁系统机械能的改变只与自激力阻尼效应项的做功有关。通过理想平板颤振导数理论解和式(13)求得扭转模态气动阻尼效应项做功时程曲线, 并通过式(17)求得扭转模态机械能时程曲线。从图1中可以看出扭转模态阻尼效应项做功时程与机械能时程吻合良好, 从而验证了自激力分类的合理性。

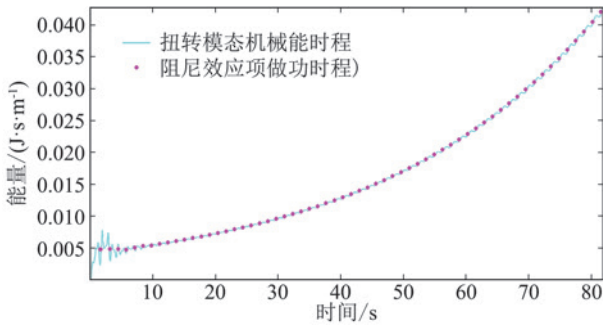


图1 $U_0 = 142 \text{ m/s}$ 扭转模态功能时程

Fig.1 Work and energy time history of torsion modal at $U_0 = 142 \text{ m/s}$

2 颤振驱动机理研究

2.1 颤振自激力的做功时程和无功时程

根据1.1节对颤振自激力的分类, 可以看出扭转模态中具有阻尼效应的项为 A_1^* 、 A_2^* 、 A_4^* , 具有刚度效应的项为 A_1^* 、 A_3^* 、 A_4^* , 基于能量等效原理, 通过积分运算可得扭转模态各效应项的做功时程和无功时程为:

$$\begin{cases} A_1^c = \int_{t_1}^{t_2} \rho B^4 \omega A_1^* \dot{h} \cdot \dot{\alpha} d\tau \\ A_2^c = \int_{t_1}^{t_2} \rho B^4 \omega A_2^* \dot{\alpha} \cdot \dot{\alpha} d\tau \\ A_4^c = \int_{t_1}^{t_2} \rho B^3 \omega^2 A_4^* h \cdot \dot{\alpha} d\tau \\ A_1^k = \int_{t_1}^{t_2} \rho B^3 \omega A_1^* \dot{h} \cdot \alpha d\tau \\ A_3^k = \int_{t_1}^{t_2} \rho B^4 \omega^2 A_3^* \alpha \cdot \alpha d\tau \\ A_4^k = \int_{t_1}^{t_2} \rho B^3 \omega^2 A_4^* h \cdot \alpha d\tau \end{cases} \quad (18)$$

竖弯模态中具有阻尼效应的项为 H_1^* 、 H_2^* 、 H_3^* ,

具有刚度效应的项为 H_2^* 、 H_3^* 、 H_4^* , 竖弯模态各效应性的做功时程和无功时程为:

$$\begin{cases} H_1^c = \int_0^t \rho B^2 \omega H_1^* \dot{h} \cdot \dot{h} d\tau \\ H_2^c = \int_0^t \rho B^3 \omega H_2^* \dot{\alpha} \cdot \dot{h} d\tau \\ H_3^c = \int_0^t \rho B^3 \omega^2 H_3^* \alpha \cdot \dot{h} d\tau \\ H_2^k = \int_0^t \rho B^3 \omega H_2^* \dot{\alpha} \cdot h d\tau \\ H_3^k = \int_0^t \rho B^3 \omega^2 H_3^* \alpha \cdot h d\tau \\ H_4^k = \int_0^t \rho B^2 \omega^2 H_4^* h \cdot h d\tau \end{cases} \quad (19)$$

纯阻尼效应项 H_1^* 、 A_2^* 的无功时程和纯刚度效应项 A_3^* 、 H_4^* 的做功时程为:

$$\begin{cases} H_1^k = \int_0^t \rho B^2 \omega H_1^* \dot{h} \cdot h d\tau \\ A_2^k = \int_0^t \rho B^3 \omega H_2^* \dot{\alpha} \cdot \alpha d\tau \\ A_3^c = \int_0^t \rho B^4 \omega^2 A_3^* \alpha \cdot \dot{\alpha} d\tau \\ H_4^c = \int_0^t \rho B^2 \omega^2 H_4^* h \cdot \dot{h} d\tau \end{cases} \quad (20)$$

2.2 从功能关系角度研究颤振驱动机理

以理想平板简支梁为例来研究桥梁颤振驱动机理, 将理想平板简支梁跨中节点的速度和位移响应时程以及理想平板颤振导数理论解带入式(18~20), 求得各效应项在颤振前、颤振临界状态和颤振后做功时程和无功时程, 如图2和图3所示。

从图2中可以看出纯刚度效应项 A_3^* 、 H_4^* 在扭转和竖弯模态的整个做功时程内做功为零, 说明了纯刚度效应项不会增加或耗散系统的机械能; 纯阻尼效应项 H_1^* 、 A_2^* 分别在竖弯和扭转模态的整个做功时程内做负功, 耗散系统的机械能, 具有维持系统稳定的作用; 双重效应项 A_1^* 、 H_3^* 在竖弯和扭转模态的整个做功时程中做正功, 随着风速的增加该项所做的增加系统机械能的功将逐渐大于 H_1^* 、 A_2^* 所做的减少机械能的功, 并最终导致颤振发生。从图3中可以看出纯阻尼效应项 H_1^* 、 A_2^* 在竖弯和扭转模态的整个无功时程中做功为零, 说明了纯阻尼效应项不会改变系统相位; 纯刚度项 A_3^* 在扭转模态的整个无功时程中做正功, 双重效应项 H_3^* 在竖弯模态的无功时程中做负功, 这种作用效果使得扭转和竖弯模态具有一定的相位差, 为颤振的发生提供了条件。

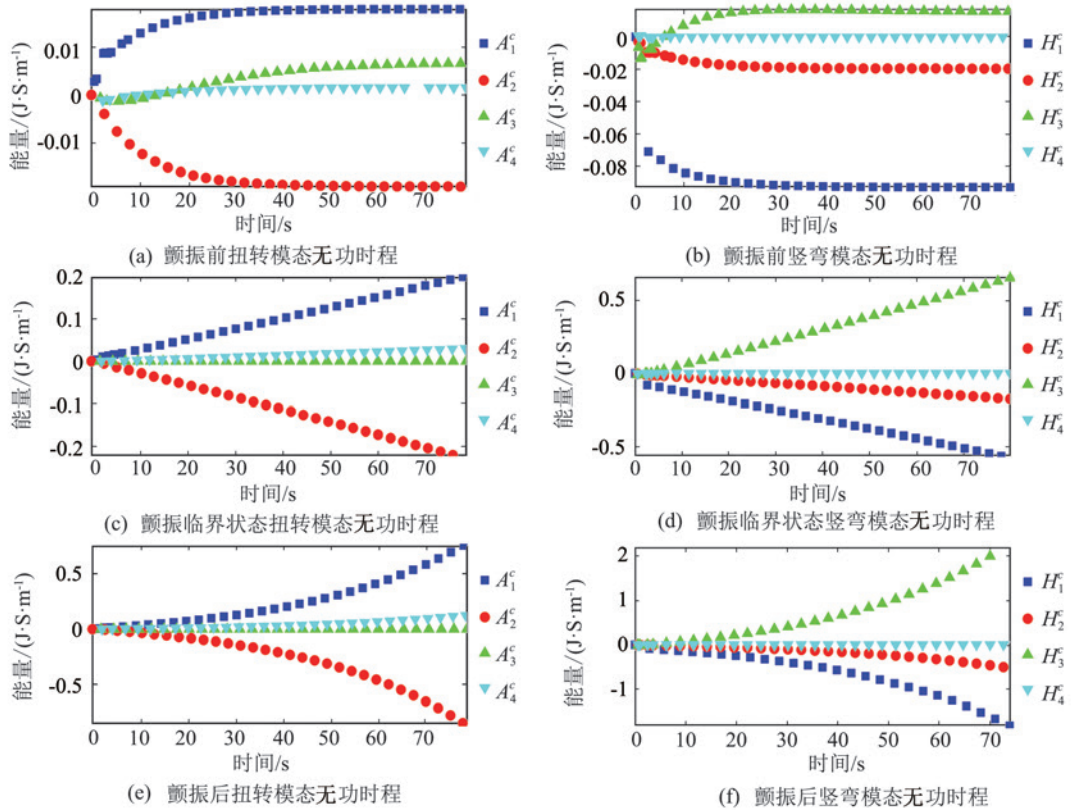


图 2 竖弯和扭转模态做功时程

Fig.2 Work time history of vertical bending and torsional modal

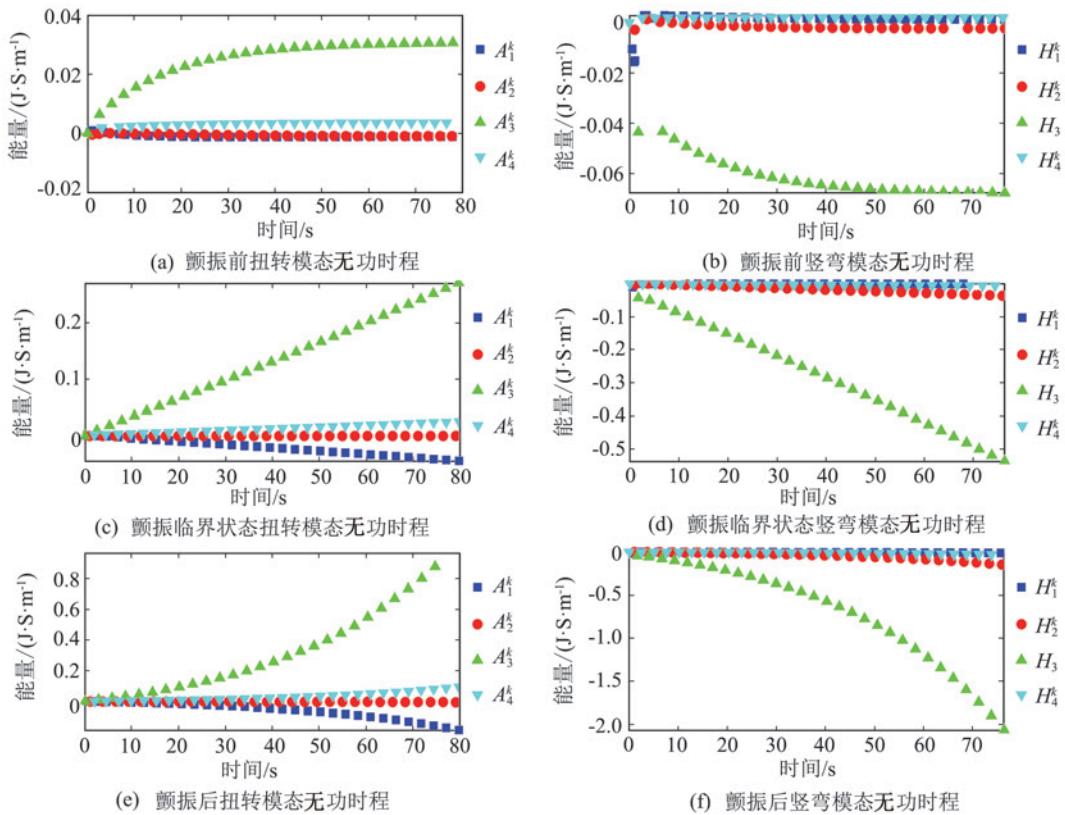


图 3 竖弯和扭转模态无功时程

Fig.3 No work time history of vertical bending and torsional modal

3 基于瞬时做功的颤振导数识别方法

Scanlan 颤振自激力模型中包含了纯刚度效应项、纯阻尼效应项和既有刚度效应又有阻尼效应的双重效应项, 这些项对自激振动响应的的影响不尽相同。依据能量等效原理, 气动阻尼项只耗散(或增加)系统的机械能, 而气动刚度项只影响振动的相位, 不会影响机械能的大小。因而, 若从基于自激扭矩和自激升力的做功时程来识别气动阻尼参数, 可以提高气动参数的识别精度。相似地, 若基于自激扭矩和自激升力的无功时程来识别气动刚度参数, 也可以提高气动刚度参数的识别精度。与传统识别方法相比, 基于瞬时做功的颤振导数识别方法结算结果更加稳定。

3.1 将颤振微分方程转化为功能方程

本文在建立颤振导数识别方法时, 采用自激力做功的形式, 通过颤振微分方程两边同时积分将运动方程转化为功能方程的形式, 分别求出了自激扭矩和自激升力的做功时程和无功时程, 由此建立颤振导数与系统振动响应之间的关系, 然后通过加权最小二乘法求得颤振导数。通过积分运算得到扭转颤振自激力做功时程, 如式(21)所示:

$$\begin{aligned} W_{\alpha,c}(t) &= \int_{t_1}^t M_{sc}(\tau) \dot{\alpha}(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_1}^t [I_m \ddot{\alpha} + 2I_m \xi_a \omega_a \dot{\alpha} + I_m \omega_a^2 \alpha] \cdot \dot{\alpha} d\tau \\ &= \int_{t_1}^t I_m \dot{\alpha} d\dot{\alpha} + \int_{t_1}^t k_a \alpha d\alpha + \int_{t_1}^t c_a \dot{\alpha} \alpha d\tau \\ &= \int_{t_1}^t d \left[\frac{1}{2} I_m \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} k_a \alpha^2 \right] + W_a^c(t) \\ &= E_a(t) - E_a(t_1) + W_a^c(t) \end{aligned} \quad (21)$$

竖弯颤振自激力做功时程, 如式(22)所示:

$$\begin{aligned} W_{h,c}(t) &= \int_{t_1}^t L_{sc}(\tau) \cdot \dot{h}(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_1}^t [m \ddot{h} + 2m \xi_h \omega_h \dot{h} + m \omega_h^2 h] \cdot \dot{h} d\tau \\ &= \int_{t_1}^t m \dot{h} d\dot{h} + \int_{t_1}^t k_h h dh + \int_{t_1}^t c_h \dot{h} h d\tau \\ &= \int_{t_1}^t d \left[\frac{1}{2} m \dot{h}^2 + \frac{1}{2} k_h h^2 \right] + \int_{t_1}^t c_h \dot{h} h d\tau \\ &= E_h(t) - E_h(t_1) + W_h^c(t) \end{aligned} \quad (22)$$

式中: $E_a(t)$ 、 $E_h(t)$ 分别表示扭转和竖弯模态的瞬时机机械能, $W_a^c(t)$ 、 $W_h^c(t)$ 分别表示系统扭转和竖弯模态阻尼力所做的功。式(21、22)表明颤振自激力瞬时做功时程等于机械能变化量与系统阻尼力做功变化量之和。类似地, 通过积分得到扭转颤振自激力无功时程, 如式(23)所示:

$$\begin{aligned} W_{\alpha,k} &= \int_{t_1}^t M_{sc}(\tau) \cdot \alpha(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_1}^t [I_m \ddot{\alpha} + 2I_m \xi_a \omega_a \dot{\alpha} + I_m \omega_a^2 \alpha] \cdot \alpha d\tau \\ &= \int_{t_1}^t I_m \ddot{\alpha} \alpha d\tau + \int_{t_1}^t I_m \omega_a^2 \alpha^2 d\tau + 2 \int_{t_1}^t I_m \xi_a \omega_a \dot{\alpha} \alpha d\tau \\ &= - \int_{t_1}^t I_m \omega_a^2(t) \alpha^2 d\tau + \int_{t_1}^t I_m \omega_a^2(t) \alpha^2 d\tau + 0 \\ &= I_m \int_{t_1}^t [\omega_a^2(t) - \omega_i^2(t)] \alpha^2 d\tau \end{aligned} \quad (23)$$

竖弯颤振自激力无功时程, 如式(24)所示:

$$\begin{aligned} W_{h,k} &= \int_{t_1}^t L_{sc}(\tau) \cdot h(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_1}^t [m \ddot{h} + 2m \xi_h \omega_h \dot{h} + m \omega_h^2 h] \cdot h d\tau \\ &= \int_{t_1}^t m \ddot{h} h d\tau + \int_{t_1}^t m \omega_h^2 h^2 d\tau + 2 \int_{t_1}^t c_h \dot{h} h d\tau \\ &= - \int_{t_1}^t m \omega_i^2(t) h^2 d\tau + \int_{t_1}^t m \omega_h^2(t) h^2 d\tau + 0 \\ &= m \int_{t_1}^t [\omega_h^2(t) - \omega_i^2(t)] h^2 d\tau \end{aligned} \quad (24)$$

由于竖弯和扭转模态的位移和速度近似正交, 式中系统阻尼力的无功为零。式(23、24)表明颤振自激力的无功时程等于刚度恢复力的无功时程之差。

3.2 加权最小二乘法识别颤振导数

本节以扭转模态为例具体说明颤振导数的识别过程。由式(13)、式(15)并结合式(21)、式(23)可得颤振微分方程两边同时积分后的功能方程, 如式(25)所示:

$$\begin{cases} E_a(t) - E_a(t_1) + W_a^c(t) = \\ \int_{t_1}^t \rho B^4 \omega A_1^* \dot{h} \cdot \dot{\alpha} d\tau + \\ \int_{t_1}^t \rho B^4 \omega A_2^* \dot{\alpha} \cdot \dot{\alpha} d\tau + \\ \int_{t_1}^t \rho B^3 \omega^2 A_4^* h \cdot \dot{\alpha} d\tau \\ I_m \int_{t_1}^t [\omega_i^2(t) - \omega_a^2(t)] \alpha^2 d\tau = \\ \int_{t_1}^t \rho B^3 \omega A_1^* \dot{h} \cdot \alpha d\tau + \\ \int_{t_1}^t \rho B^4 \omega^2 A_3^* \alpha \cdot \alpha d\tau + \\ \int_{t_1}^t \rho B^3 \omega^2 A_4^* h \cdot \alpha d\tau \end{cases} \quad (25)$$

将上式写为矩阵形式:

$$\begin{cases} W_{\alpha,c} = W_{m,c} A_{\alpha,c} \\ W_{\alpha,k} = W_{m,k} A_{\alpha,k} \end{cases} \quad (26)$$

其中

$$W_{a,c} = \begin{bmatrix} E(t_2) - E_h(t_1) + W_a^c(t_2) - W_a^c(t_1) \\ E(t_3) - E_h(t_2) + W_a^c(t_3) - W_a^c(t_2) \\ \vdots \\ E(t_n) - E_h(t_{n-1}) + W_a^c(t_n) - W_a^c(t_{n-1}) \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$W_{a,k} = \begin{bmatrix} I_m \int_{t_1}^{t_2} [\omega_t^2(t) - \omega_a^2(t)] \alpha^2 d\tau \\ I_m \int_{t_2}^{t_3} [\omega_t^2(t) - \omega_a^2(t)] \alpha^2 d\tau \\ \vdots \\ I_m \int_{t_{n-1}}^{t_n} [\omega_t^2(t) - \omega_a^2(t)] \alpha^2 d\tau \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$W_{m,c} = \begin{bmatrix} \int_{t_1}^{t_2} B\dot{h}\alpha d\tau & \int_{t_1}^{t_2} B\dot{\alpha}\alpha d\tau & \int_{t_1}^{t_2} \omega h\dot{\alpha} d\tau \\ \int_{t_2}^{t_3} B\dot{h}\alpha d\tau & \int_{t_2}^{t_3} B\dot{\alpha}\alpha d\tau & \int_{t_2}^{t_3} \omega h\dot{\alpha} d\tau \\ \vdots \\ \int_{t_{n-1}}^{t_n} B\dot{h}\alpha d\tau & \int_{t_{n-1}}^{t_n} B\dot{\alpha}\alpha d\tau & \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega h\dot{\alpha} d\tau \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$W_{m,k} = \begin{bmatrix} \int_{t_1}^{t_2} \dot{h}\alpha d\tau & \int_{t_1}^{t_2} B\omega\alpha^2 d\tau & \int_{t_1}^{t_2} \omega h\alpha d\tau \\ \int_{t_2}^{t_3} \dot{h}\alpha d\tau & \int_{t_2}^{t_3} B\omega\alpha^2 d\tau & \int_{t_2}^{t_3} B\omega\alpha^2 d\tau \\ \vdots \\ \int_{t_{n-1}}^{t_n} \dot{h}\alpha d\tau & \int_{t_{n-1}}^{t_n} B\omega\alpha^2 d\tau & \int_{t_{n-1}}^{t_n} B\omega\alpha^2 d\tau \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$A_{a,c} = [A_1^* \quad A_2^* \quad A_4^*]^T$$

$$A_{a,k} = [A_1^* \quad A_3^* \quad A_4^*]^T \quad (31)$$

其中 n 为颤振过程的采样点数, $W_{a,c}$ 和 $W_{a,k}$ 表示通过振动响应计算得到的扭转自激力的做功矩阵和无功矩阵, $W_{m,c}$ 和 $W_{m,k}$ 为扭转自激力各效应项瞬时的做功矩阵和无功矩阵, $A_{a,c}$ 为气动阻尼效应项矩阵, $A_{a,k}$ 为气动刚度效应项矩阵。

在式(26)中, 颤振导数估计的误差分别为:

$$\begin{cases} e_{a,c} = W_{a,c} - W_{m,c}A_{a,c} \\ e_{a,k} = W_{a,k} - W_{m,k}A_{a,k} \end{cases} \quad (32)$$

误差函数可采用如下加权形式:

$$\begin{cases} J_{a,c} = \omega_g^2 e_{a,c}^T e_{a,c} \\ = \omega_g^2 (W_{a,c} - W_{m,c}A_{a,c})^T (W_{a,c} - W_{m,c}A_{a,c}) \\ J_{a,k} = \omega_s^2 e_{a,k}^T e_{a,k} \\ = \omega_s^2 (W_{a,k} - W_{m,k}A_{a,k})^T (W_{a,k} - W_{m,k}A_{a,k}) \end{cases} \quad (33)$$

其中 ω_g^2 和 ω_s^2 分别为做功时程和无功时程的权重,

该加权矩阵建议取自激力在做功和无功时程所做的功。为了使总体误差函数取得最小值, 需满足

$$\begin{cases} \frac{\partial J_{a,c}}{\partial A_{a,c}} = 2\omega_g^2 (-W_{m,c}^T W_{a,c} + W_{m,c}^T W_{m,c} A_{a,c}) = 0 \\ \frac{\partial J_{a,k}}{\partial A_{a,k}} = 2\omega_s^2 (-W_{m,k}^T W_{a,k} + W_{m,k}^T W_{m,k} A_{a,k}) = 0 \end{cases} \quad (34)$$

由此可得颤振导数的最小二乘估计:

$$\begin{cases} A_{a,c} = (W_{m,c}^T \omega_g^2 W_{m,c})^{-1} W_{m,c}^T \omega_g^2 W_{a,c} \\ A_{a,k} = (W_{m,k}^T \omega_s^2 W_{m,k})^{-1} W_{m,k}^T \omega_s^2 W_{a,k} \end{cases} \quad (35)$$

通过上述建立的基于自激力瞬时做功的颤振导数识别方法求得理想平板与扭转振动有关的颤振导数如图4所示。通过对比发现, 本文解与理论解吻合良好, 证明了上述颤振导数识别方法的可靠性。

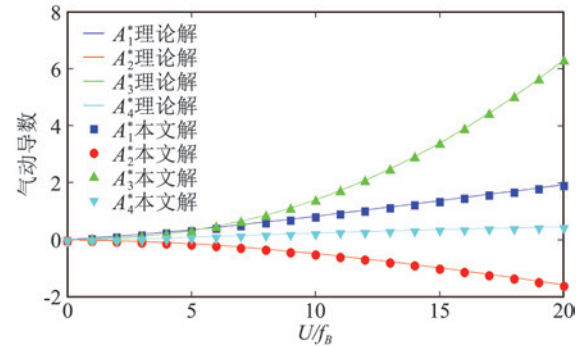


图4 理想平板气动导数

Fig.4 Aerodynamic derivatives of ideal plate

4 结论

(1) 基于能量等效原理甄别出颤振自激力中只起到阻尼效应的纯阻尼项 H_1^* 、 A_2^* ; 只起到刚度效应的纯刚度项 A_3^* 、 H_4^* 和既有刚度效应又有阻尼效应的双重效应项 A_1^* 、 H_2^* 、 H_3^* 、 A_4^* 。通过阻尼效应项做功时程与系统机械能时程的对比分析发现这种按作用效应对颤振自激力进行分类的方法是合理的。

(2) 纯阻尼项 H_1^* 、 A_2^* 在做功时程内做负功, 是竖弯和扭转振动主要耗能因素; 双重效应项 H_3^* 、 A_1^* 在做功时程内做正功, 是竖弯和扭转振动主要的增能因素。随着风速的增大, 颤振自激力的增能能力将逐渐大于耗能能力, 并导致颤振的发生。

(3) 以理想平板为例, 将基于瞬时做功的颤振导数识别方法的结果与颤振导数理论解对比发现, 该方法所识别的颤振导数具有较好的可靠性, 可以考虑将该方法应用到二维节段模型自由振动试验的颤振导数识别中。

参 考 文 献:

- [1] 王骑, 廖海黎, 李明水, 等. 大跨度桥梁颤振后状态气动稳定性[J]. 西南交通大学学报, 2013, 48(6): 983-988.
WANG Q, LIAO H L, LI M S, et al. Aerodynamic stability of long-span bridges in post flutter[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2013, 48(6): 983-988. (in Chinese)
- [2] 周志勇, 杨立坤, 葛耀君. 弹性悬挂弯扭耦合颤振模型表面压力分布的时空特性及颤振机理分析[J]. 空气动力学学报, 2011, 29(5): 619-627.
ZHOU Z Y, YANG L K, GE Y J. Analysis on the flutter mechanism and the characteristic of the surface pressure for the flexible suspension rigid model[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(5): 619-627. (in Chinese)
- [3] 杨詠昕, 葛耀君, 项海帆. 大跨度桥梁中央开槽颤振控制效果和机理研究[J]. 土木工程学报, 2006, 39(7): 74-80.
YANG Y X, GE Y J, XIANG H F. Flutter control effect and mechanism of central-slotting for long-span bridges[J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39(7): 74-80. (in Chinese)
- [4] MATSUMOTO M, DAITO Y, YOSHIKUMI F, et al. Torsional flutter of bluff bodies[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 69/70/71: 871-882. [LinkOut]
- [5] 丁泉顺, 朱乐东. 桥梁主梁断面气动耦合颤振分析与颤振机理研究[J]. 土木工程学报, 2007, 40(3): 69-73, 91.
DING Q S, ZHU L D. Aerodynamically coupling flutter analysis and flutter mechanism for bridge deck sections[J]. China Civil Engineering Journal, 2007, 40(3): 69-73, 91. (in Chinese)
- [6] SCANLAN R H. The action of flexible bridges under wind. I: Flutter theory[J]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 60(2): 187-199.
- [7] 刘高, 王秀伟, 强士中, 等. 大跨度悬索桥颤振分析的能量方法[J]. 中国公路学报, 2000, 13(3): 20-24.
LIU G, WANG X W, QIANG S Z, et al. Flutter analysis of long-span suspension bridges by energy method[J]. China Journal of Highway and Transport, 2000, 13(3): 20-24. (in Chinese)
- [8] 刘祖军, 杨詠昕, 葛耀君. 平板耦合颤振过程中气动能量转换特性[J]. 振动与冲击, 2013, 32(10): 55-61.
LIU Z J, YANG Y X, GE Y J. Aerodynamic energy transfer characteristics in coupled flutter of plate[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(10): 55-61. (in Chinese)
- [9] 刘祖军, 杨詠昕, 周冰凌. 典型桥梁断面风致振动的气动能量特征分析[J]. 空气动力学学报, 2014, 32(1): 123-130.
LIU Z J, YANG Y X, ZHOU B L. The pneumatic energy analysis of typical bridge section wind-induced vibration[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2014, 32(1): 123-130. (in Chinese)
- [10] DIANA G, ROCCHI D, ARGENTINI T, et al. Aerodynamic instability of a bridge deck section model: Linear and nonlinear approach to force modeling[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2010, 98(6/7): 363-374.
- [11] LIN H, LIAO H L. Nonlinear aerodynamic forces on the flat plate in large amplitude oscillation[J]. International Journal of Applied Mechanics, 2013, 5(4): 1-18, 2013.
- [12] 朱乐东, 高广中. 双边肋桥梁断面软颤振非线性自激力模型[J]. 振动与冲击, 2016, 35(21): 29-35.
ZHU L D, GAO G Z. A nonlinear self-excited force model for soft flutter phenomenon of a twin-side-girder bridge section[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(21): 29-35. (in Chinese)
- [13] GAO G Z, ZHU L D. Nonlinearity of mechanical damping and stiffness of a spring-suspended sectional model system for wind tunnel tests[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 355: 369-391.
- [14] 李永乐, 廖海黎, 强士中. 桥梁断面颤振导数识别的加权整体最小二乘法[J]. 土木工程学报, 2004, 37(3): 80-84.
LI Y L, LIAO H L, QIANG S Z. Identification for flutter derivatives of bridge deck cross section by weighting ensemble least-square method[J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(3): 80-84. (in Chinese)
- [15] 丁泉顺. 大跨度桥梁耦合颤振响应的精细化分析[D]. 上海: 同济大学, 2001.
DING Q S. Fine analysis of the shift response of long-span bridge[D]. Shanghai: Tongji University, 2001. (in Chinese)
- [16] 张斐. 桥梁断面颤振导数识别方法及 MATLAB 实现[D]. 西安: 长安大学, 2016.
ZHANG F. Research on identification method for flutter derivatives of bridges decks and realization by MATLAB[D]. Xi'an: Chang'an University, 2016. (in Chinese)
- [17] 李友祥, 祝志文, 陈政清. 识别桥梁断面颤振导数的快速相关特征系统实现算法[J]. 振动与冲击, 2008, 27(8): 117-120, 182.
LI Y X, ZHU Z W, CHEN Z Q. Implementation of eigensystem realization algorithm with data correlation to identify flutter derivatives of bridges[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(8): 117-120, 182. (in Chinese)
- [18] ULKER-KAUSTELL M, KAROUMI R. Application of the continuous wavelet transform on the free vibrations of a steel-concrete railway bridge[J]. Engineering Structures, 2011, 33(3): 911-919.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0232-12

尺度自适应的离散统一气体动理学格式 及在可压缩流动中的应用

许丁^{1,2,*}, 孙祥¹, 刘欣¹

(1. 西安交通大学 航天航空学院, 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049;
2. 陕西省先进飞行器服役环境与控制重点实验室, 西安 710049)

摘要: 基于 Boltzmann-Shakhov 模型方程, 建立其沿特征线离散的一般形式, 离散过程中对于碰撞项的处理采用显式和隐式加权平均的方法, 其中权重系数依赖于当地努森数, 可根据当地流动尺度不同进行自适应调节。通过权重系数的引入, 对文献现有离散统一气体动理学格式进行改进, 发展出具有尺度自适应特性的离散统一气体动理学格式 (Scale Adaptive Discrete Unified Gas Kinetic Scheme, SADUGKS)。将 SADUGKS 格式应用于若干典型可压缩流动, 对格式的有效性和尺度自适应特性进行了检验, 所得数值结果与文献已有结果吻合较好, 表明 SADUGKS 格式是一种求解宽范围努森数变化、跨流域多尺度流动问题的有效算法。

关键词: 气体动理学; 统一格式; 尺度自适应; Boltzmann-Shakhov 模型; 可压缩流动

中图分类号: O357 **文献标识码:** A **doi:** 10.7638/kqdlxxb-2018.0158

A scale adaptive discrete unified gas kinetic scheme and its application to compressible gas flows

XU Ding^{1,2,*}, SUN Xiang¹, LIU Xin¹

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures,
School of Aerospace Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. Shaanxi Key Laboratory of Environment and Control for Flight Vehicle, Xi'an 710049, China)

Abstract: A general discretization of Boltzmann-Shakhov model equation along the characteristic line is obtained, where the time integration of collision term is handled as a weighted average between the implicit and explicit part. Moreover, the value of weight factor depends on the local Knudsen number, which represents the local flow regime and scale. With the aid of this weight factor, a scale adaptive discrete unified gas kinetic scheme (SADUGKS) has been developed as an improvement of the existing discrete unified gas kinetic scheme (DUGKS). Some typical compressible flows in different flow regimes are numerically simulated to demonstrate the validity and the property of scale adaption of SADUGKS. It turns out that the present SADUGKS is a valid numerical method for multiscale flow problems.

Keywords: gas kinetic theory; unified scheme; scale adaptive; Boltzmann-Shakhov model; compressible flows

0 引言

近来在计算流体力学 (Computational Fluid

Dynamics, CFD) 中, 数值模拟宽范围努森数 Kn 的多尺度流动问题成为一个热点。随着 Kn 的变化, 流动对应领域及流动特征尺度不尽相同, 对传统 CFD

收稿日期: 2018-09-10; 修订日期: 2019-02-15

基金项目: 国家 973 计划项目 (2013CB305702); 中央高校基本科研业务费专项资金资助

作者简介: 许丁* (1980-), 男, 陕西西安人, 副教授, 研究方向: 计算流体力学。E-mail: dingxu@xjtu.edu.cn

引用格式: 许丁, 孙祥, 刘欣. 尺度自适应的离散统一气体动理学格式及在可压缩流动中的应用[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 232-243. doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0158 XU D, SUN X, LIU X. A scale adaptive discrete unified gas kinetic scheme and its application to compressible gas flows[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 232-243.

方法提出了挑战。通常根据 Kn 对气体流动领域进行了如下划分^[1]: 在 $Kn < 0.001$ 时属于连续流动领域, 传统基于连续介质假设的 N-S 方程和黏性壁面处的无滑移边界条件是适用的, 流动对应宏观动力学特征尺度, 如绕流物体特征长度, 这正是传统 CFD 方法蓬勃发展并得到广泛应用的领域; 当 $0.001 < Kn < 0.1$, 流动进入滑移区, N-S 方程本身是适用的, 但是壁面处速度滑移效应和温度跳跃现象将出现, 需要对传统无滑移边界条件进行修正; 进一步当 Kn 增加满足 $0.1 < Kn < 10$, 流动进入过渡流领域, 具有明显非平衡效应, 基于连续介质假设的 N-S 方程失效, 壁面滑移效应也将进一步增强; 当 $Kn > 10$ 时流动属于自由分子流领域, 非平衡效应很强, 流动对应微观动力学特征尺度, 即分子平均自由程和平均碰撞松弛时间。上述对流动领域的划分属于比较粗线条的, 一个全场定义的 Kn 不足以精确刻画流场当地每点的流动特征。最近陈杰等^[2] 提出一个反映气体局部稀薄效应判据的工作值得关注。

尽管对于 Kn 较大的过渡流及自由分子流, Bird^[3] 提出的 Direct Simulation Monte Carlo (DSMC) 方法是一种有效方法, 但是对于连续流动, DSMC 所消耗的计算时间及计算资源将异常巨大。因此发展适用于宽范围 Kn 数变化、跨流域的统一算法对解决实际工程当中的多尺度流动是一个关键问题。

另一方面, 直接求解分布函数满足的 Boltzmann 方程是气体动力学方法的研究思路, 近来一些气体动力学格式也应运而生。如格子 Boltzmann 方法 (Lattice Boltzmann Method, LBM)^[4-6]、气体动力学统一算法 (Gas Kinetic Unified Algorithms, GKUA)^[7-11]、气体动力学格式 (Gas Kinetic Scheme, GKS)^[12-16]、统一气体动力学格式 (Unified Gas Kinetic Scheme, UGKS)^[17-22]、离散统一气体动力学格式 (Discrete Unified Gas Kinetic Scheme, DUGKS)^[23-25] 等。这些方法与传统基于 N-S 方程的 CFD 方法相比, 可以获得更多的流动信息, 且已有大量成功的应用^[26-33]。

本文从 DUGKS 格式出发, 指出 DUGKS 在处理碰撞项时, 采用显式和隐式的简单算术平均并未充分考虑不同流动领域碰撞项对应物理过程的不同, 尤其没有充分考虑两个时间尺度即计算时间步长和碰撞松弛时间之间的相对大小对粒子碰撞过程宏观表现的影响。为此, 本文将对碰撞项的离散采用显式和隐式的加权平均, 且权系数紧密依赖于计算时间步长和当地碰撞松弛时间之比, 即当地努森数。进一步通过物理上的分析与数学上的推演, 表明该权系数可以根据当地流动特征尺度进行自适应调节, 从而将原始

DUGKS 格式进一步发展成为具有尺度自适应特性的离散统一气体动力学格式 (Scale Adaptive Discrete Unified Gas Kinetic Scheme, SADUGKS)。

1 Boltzmann-Shakhov 模型方程及其沿特征线离散的一般形式

为了克服 Boltzmann-BGK 模型对应普朗特数 $Pr \equiv 1$ 与实际气体不相符, 本文基于 Boltzmann-Shakhov 模型来构造计算格式。

在 D 维空间中, Boltzmann-Shakhov 模型^[24, 34] 如下:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = \Omega = \frac{1}{\tau} (f^s - f) \quad (1)$$

其中, $f = f(x_i, t, u_j, \eta_k, \xi_l)$ 为 D 维空间中 t 时刻、位置 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_D)$ 处、速度为 $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_D)$ 的粒子分布函数, $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_{3-D})$ 为宏观速度恒为零的方向上的粒子运动速度, $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_K)$ 为粒子内自由度, K 为粒子内自由度的维度, 与粒子种类相关; τ 为碰撞松弛时间, 与动力学黏性系数 μ 及压力 p 相关, $\tau = \mu/p$; f^s 为 Shakhov 平衡态分布函数, 可表示为 Maxwell 平衡态分布函数及 Pr 数修正两部分。

为节约内存开销和计算量, 将 f 对内自由度和宏观速度恒为零的速度方向上积分得到两个约化分布函数:

$$g(x_i, t, u_j) = \int f(x_i, t, u_j, \eta_k, \xi_l) d\boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\xi} \quad (2)$$

$$h(x_i, t, u_j) = \int (|\boldsymbol{\eta}|^2 + |\boldsymbol{\xi}|^2) f(x_i, t, u_j, \eta_k, \xi_l) d\boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\xi} \quad (3)$$

宏观守恒量 $\mathbf{Q} = (\rho, \rho\mathbf{U}, \rho E)^\top$ 、应力张量 $\boldsymbol{\tau}$ 及热流 \mathbf{q} 可由分布函数求矩得到:

$$\rho = \int g d\mathbf{u}, \quad \rho\mathbf{U} = \int \mathbf{u} g d\mathbf{u} \quad (4)$$

$$\rho E = \frac{1}{2} \int (|\mathbf{u}|^2 g + h) d\mathbf{u} \quad (4)$$

$$\mathbf{q} = \frac{1}{2} \int \mathbf{c} (|\mathbf{c}|^2 g + h) d\mathbf{u} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \int \mathbf{c}\mathbf{c} (g - g^{\text{eq}}) d\mathbf{u} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{c} = \mathbf{u} - \mathbf{U}$, g^{eq} 为 Maxwell 平衡态分布:

$$g^{\text{eq}} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{D/2}} \exp[-|\mathbf{c}|^2 / (2RT)] \quad (7)$$

对式(1)积分可得到约化分布函数 g 及 h 的控制方程:

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u_i \frac{\partial g}{\partial x_i} = \Omega_g = \frac{1}{\tau} (g^s - g) \quad (8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_i \frac{\partial h}{\partial x_i} = \Omega_h = \frac{1}{\tau} (h^s - h) \quad (9)$$

其中, g^s 和 h^s 分别为 g 和 h 的 Shakhov 平衡态分布函数,二者均可表示为 Maxwell 平衡态及 Pr 修正两部分:

$$g^s = \int f^s d\boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\xi} = g^{\text{eq}} + g_{Pr} \quad (10)$$

$$g_{Pr} = (1 - Pr) \frac{c_i q_i}{5\rho RT} \left(\frac{|\mathbf{c}|^2}{RT} - D - 2 \right) g^{\text{eq}} \quad (11)$$

$$h^s = \int (|\boldsymbol{\eta}|^2 + |\boldsymbol{\xi}|^2) f^s d\boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\xi} = h^{\text{eq}} + h_{Pr} \quad (12)$$

$$h^{\text{eq}} = (K + 3 - D) RT g^{\text{eq}} \quad (13)$$

$$h_{Pr} = (1 - Pr) \frac{c_i q_i}{5\rho} g^{\text{eq}} \cdot \left[\left(\frac{|\mathbf{c}|^2}{RT} - D \right) (K + 3 - D) - 2K \right] \quad (14)$$

根据粒子碰撞过程满足质量、动量与能量守恒定律,约化分布函数 g 及 h 满足相应相容关系:

$$\int \Omega_g \boldsymbol{\psi} d\mathbf{u} + \int \Omega_h \tilde{\boldsymbol{\omega}} d\mathbf{u} = 0 \quad (15)$$

其中, $\boldsymbol{\psi} = (1, \mathbf{u}, \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2)^T$ 为碰撞不变量, $D + 2$ 维

矢量 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ 定义为 $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = (0, \mathbf{0}, \frac{1}{2})^T$ 。

式(8)与式(9)形式上一致,可统一表示为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \Omega_\phi = \frac{1}{\tau} (\phi^s - \phi) \quad (16)$$

其中 $\phi = g$ 或 h 。对于式(16), $t + s$ 时刻的分布函数可形式上表示为^[12]:

$$\begin{aligned} \phi(x_i, t + s, u_j) = & \frac{1}{\tau} \int_0^s [\phi^s(x'_i, t + t', u_j) \cdot e^{-(s-t')/\tau}] dt' + \\ & e^{-s/\tau} \phi^{\text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) \end{aligned} \quad (17)$$

其中: t 为初始时刻, s 为时间发展长度, $x'_i = x_i - u_i(s - t')$ 为粒子运动轨迹; ϕ^{ini} 为初始 t 时刻的气体分布函数,即 $\phi^{\text{ini}}(x_i, u_j) = \phi(x_i, t, u_j)$ 。

尽管 Boltzmann-Shakhov 方程(16)基于微观观点建立,其所蕴含的流动尺度却不限于微观动理学尺度,这一点可以从式(17)清楚看出:式(17)右边第一项积分项反映粒子之间相互大量碰撞作用的积累效果,该项已被证明可以看作是宏观连续流动力学模型^[12, 35],对应尺度为宏观动力学尺度,如绕流物体特征长度;式(17)右边第二项反映粒子的迁移运动,对应尺度为微观动理学尺度,即分子平均自由程和平均碰撞松弛时间。式(17)将宏观动力学尺度和微观动理学尺度有机地结合到一起,可以很好反映多尺度流动特性。但是式(17)并不能直接使用,因为右边第一项积分项所涉及的 ϕ^s 是未知的,需要满足相容关系

式(15)。因此从这个角度上来说式(17)只是式(16)形式上的解。

另一方面,认识到 Boltzmann-Shakhov 方程(16)自身已将宏观动力学尺度和微观动理学尺度有机地结合到一起,因此可以直接从 Boltzmann-Shakhov 方程(16)出发来构造多尺度计算格式。这里将式(16)沿特征线进行离散,可得到:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{s} [\phi(x_i, t + s, u_j) - \phi^{\text{ini}}(x_i - u_i s, u_j)] \\ & = \alpha \Omega_\phi(x_i, t + s, u_j) + (1 - \alpha) \Omega_\phi^{\text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) \\ & = \frac{\alpha}{\tau} [\phi^s(x_i, t + s, u_j) - \phi(x_i, t + s, u_j)] + \\ & \quad \frac{1 - \alpha}{\tau} [\phi^{s, \text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) - \phi^{\text{ini}}(x_i - u_i s, u_j)] \end{aligned} \quad (18)$$

其中:

$$\begin{aligned} \phi^{s, \text{ini}}(x_i, u_j) & = \phi^s(x_i, t, u_j) \\ \Omega_\phi^{\text{ini}}(x_i, u_j) & = \Omega_\phi(x_i, t, u_j) \end{aligned} \quad (19)$$

分别代表初始时刻 t 的平衡态分布函数和碰撞项。式(18)右端的碰撞项采用了显式和隐式加权平均处理。 α 为隐式部分对应的权系数,其为碰撞松弛时间 τ 和时间发展长度 s 的比值 τ/s 的函数,具体形式待定。式(18)可进一步整理为:

$$\begin{aligned} \phi(x_i, t + s, u_j) & = \vartheta_1 \phi^s(x_i, t + s, u_j) + \\ & \quad \vartheta_2 \phi^{s, \text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) + \vartheta_3 \phi^{\text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) \end{aligned} \quad (20)$$

其中,系数 $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ 为:

$$\begin{aligned} \vartheta_1(s) & = \frac{\alpha s}{\tau + \alpha s} \\ \vartheta_2(s) & = \frac{s - \alpha s}{\tau + \alpha s} \\ \vartheta_3(s) & = 1 - \frac{s}{\tau + \alpha s} \end{aligned} \quad (21)$$

式(20)为 Boltzmann-Shakhov 方程沿特征线离散的一般形式,其右端前两项和平衡态分布函数相关反映粒子之间的碰撞作用,将和式(17)右端第一项积分项对应;式(20)右端第三项和初始非平衡态分布函数相关反映粒子的迁移效应,将和式(17)右端第二项相对应。通过对比式(17)和式(20)中的非平衡态分布函数相关项,并令 $\vartheta_3 = e^{-s/\tau}$,可确定权系数 α 为:

$$\alpha(s) = \frac{1}{1 - e^{-s/\tau}} - \frac{\tau}{s} \quad (22)$$

式(22)表明权系数 α 数学上直接依赖于时间比值 τ/s ,物理上的讨论将在后面第3节给出。确定了 α 后将其带入到式(21),可得系数 ϑ_1, ϑ_2 和 ϑ_3 具体形式:

$$\begin{cases} \vartheta_1(s) = 1 - \frac{\tau}{s}(1 - e^{-s/\tau}) \\ \vartheta_2(s) = \frac{\tau}{s}(1 - e^{-s/\tau}) - e^{-s/\tau} \\ \vartheta_3(s) = e^{-s/\tau} \end{cases} \quad (23)$$

为了进一步分析式(20)的数学物理特性,这里将从两种极限流动的角度来讨论,首先将式(20)整理为以下形式:

$$\begin{aligned} \phi(x_i, t+s, u_j) &= \phi^s(x_i, t+s, u_j) + \\ &\beta_1 [\phi^{\text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) - \phi^{s, \text{ini}}(x_i - u_i s, u_j)] + \\ &\beta_2 [\phi^{s, \text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) - \phi^s(x_i, t+s, u_j)] \end{aligned} \quad (24)$$

其中:

$$\beta_1 = e^{-s/\tau}, \quad \beta_2 = (1 - e^{-s/\tau})\tau/s \quad (25)$$

对于 $Kn \rightarrow 0$ 的宏观连续流动问题,物理上在一个时间步长内粒子经历的碰撞次数足够多,即 $\tau \ll s$, 数学上 $\beta_1 \rightarrow 0$, $\beta_2 \rightarrow \tau/s$, 式(24)可化为:

$$\begin{aligned} \phi(x_i, t+s, u_j) &\approx \phi^s(x_i, t+s, u_j) + \\ &\frac{\tau}{s} [\phi^{s, \text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) - \phi^s(x_i, t+s, u_j)] \\ &\approx \phi^s(x_i, t+s, u_j) - \tau D_i \phi^s(x_i, t+s, u_j) \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $D_i = \partial_i + u_j \partial_{x_j}$ 。对式(8)进行 Chapman-Enskog 展开至 $O(\tau)$ (对应为宏观 N-S 方程)同样可以得到式(26)^[12], 因此说明在宏观连续流动区域式(20)与 N-S 方程一致, 此时流动尺度为宏观动力学尺度。

对于 $Kn \gg 0$ 的稀薄流动或微尺度流动问题,物理上 $\tau \gg s$, 从而 $\beta_1 \rightarrow 1$, $\beta_2 \rightarrow 1$, 式(24)化为:

$$\phi(x_i, t+s, u_j) \rightarrow \phi^{\text{ini}}(x_i - u_i s, u_j) \quad (27)$$

上式其实就是自由分子流运动的解,此时流动对应微观动力学尺度。

由上述分析可知, Boltzmann-Shakhov 方程沿特征线离散的一般形式(20)将宏观动力学尺度和微观动力学尺度有机地结合到一起, 其中引入的系数 ϑ_1 、 ϑ_2 和 ϑ_3 依赖于比值 τ/s 且可根据当地流动领域和流动尺度的不同进行自适应调节, 比值 τ/s 在调节中起到了关键作用。

2 尺度自适应的离散统一气体动力学格式

尺度自适应的离散统一气体动力学格式 (Scale Adaptive Discrete Unified Gas Kinetic Scheme, SADUGKS) 可视为在原始 DUGKS 格式^[24] 的基础上进行改进, 二者主要区别在于权系数 α 的形式不同。

基于有限体积法框架, 将式(16)在网格单元 V_j 及时间步长 $(t_n, t_n + \Delta t)$ 内积分, 得:

$$(\phi_j^{n+1} - \phi_j^n) V_j + \sum_m \int_{t_n}^{t_n + \Delta t} F_m dt = V_j \int_{t_n}^{t_n + \Delta t} \Omega_{\phi, j} dt \quad (28)$$

其中, ϕ_j^n 、 $\Omega_{\phi, j}$ 分别为网格单元 V_j 内分布函数及碰撞项的平均值, F_m 为单元第 m 个界面 S_m 处的通量:

$$\begin{aligned} \phi_j^n &= \frac{1}{V_j} \int_{V_j} \phi^n dV, \quad \Omega_{\phi, j} = \frac{1}{V_j} \int_{V_j} \Omega_{\phi} dV \\ F_m &= \int_{S_m} u_k n_k \phi dS \end{aligned} \quad (29)$$

对式(28)中通量的时间积分项采用中点公式处理:

$$\int_{t_n}^{t_n + \Delta t} F_m dt \approx \Delta t F_m(t_n + \Delta t/2) = \Delta t F_m^{n+\frac{1}{2}} \quad (30)$$

对式(28)中碰撞项的时间积分采用加权梯形公式:

$$\int_{t_n}^{t_n + \Delta t} \Omega_{\phi, j} dt \approx \Delta t [\alpha(\Delta t) \Omega_{\phi, j}^{n+\frac{1}{2}} + (1 - \alpha(\Delta t)) \Omega_{\phi, j}^n] \quad (31)$$

其中 $\alpha(\Delta t)$ 为式(22)给出的权系数:

$$\alpha(\Delta t) = \frac{1}{1 - e^{-\Delta t/\tau}} - \frac{\tau}{\Delta t} \quad (32)$$

需要指出的是在原始 DUGKS 格式中^[24], 式(31)中的权系数取为 $\alpha_{\text{DUGKS}} \equiv 0.5$, 即代表碰撞项的显式和隐式算术平均。

将式(30)和式(31)代入到式(28)中, 可得:

$$\begin{aligned} \phi_j^{n+1} &= \phi_j^n - \frac{\Delta t}{V_j} \sum_m F_m^{n+\frac{1}{2}} + \\ &\Delta t [\alpha(\Delta t) \Omega_{\phi, j}^{n+\frac{1}{2}} + (1 - \alpha(\Delta t)) \Omega_{\phi, j}^n] \end{aligned} \quad (33)$$

从式(33)可以看出该式右端包含了通量和碰撞项的隐式部分, 因此在使用该式进行迭代递推之前必须先解决通量和碰撞项的隐式离散问题, 下面对其分别进行处理。

首先对隐式通量 $F_m^{n+\frac{1}{2}}$ 进行处理。根据前面式(18)给出的 Boltzmann-Shakhov 方程沿特征线离散的一般形式, 有:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{r} [\phi(x_{i,b}, t_n + r, u_j) - \phi^{\text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j)] \\ &= \alpha(r) \Omega_{\phi}(x_{i,b}, t_n + r, u_j) + (1 - \alpha(r)) \Omega_{\phi}^{\text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j) \end{aligned} \quad (34)$$

其中 $t = t_n$ 为初始时刻, 时间发展长度为 $r = \Delta t/2$, $x_{i,b}$ 为第 m 个网格单元界面 S_m 的位置 (一维情况下,

$x_{i,b} = x_{i+1/2}$), $\alpha(r) = \frac{1}{1 - e^{-r/\tau}} - \frac{\tau}{r}$ 即由式(22)给出。

进一步引入辅助分布函数 $\bar{\phi}$ 定义:

$$\bar{\phi}(x_i, t, u_j) = \phi(x_i, t, u_j) - r\alpha(r) \Omega_{\phi}(x_i, t, u_j) \quad (35)$$

上式也等价于:

$$\phi = \varphi_1 \phi^s + \varphi_2 \bar{\phi} \quad (36)$$

其中系数 φ_1 和 φ_2 为,

$$\varphi_1 = \frac{\alpha r}{\tau + \alpha r}, \quad \varphi_2 = 1 - \varphi_1 \quad (37)$$

则式(34)可化为:

$$\begin{aligned} & \bar{\phi}(x_{i,b}, t_n + r, u_j) \\ &= \bar{\phi}^{\text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j) + r(1 - \alpha(r))\Omega_{\bar{\phi}}^{\text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j) \\ &= \bar{\phi}^+(x_{i,b} - u_i r, t_n, u_j) \\ &= \bar{\phi}^{+, \text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j) \end{aligned} \quad (38)$$

式(38)中引入的中间分布函数 $\bar{\phi}^+$ 定义为:

$$\bar{\phi}^+(x_i, t, u_j) = \phi(x_i, t, u_j) + r(1 - \alpha(r))\Omega_{\bar{\phi}}(x_i, t, u_j) \quad (39)$$

其中 $\bar{\phi}^{+, \text{ini}}(x_i, u_j) = \bar{\phi}^+(x_i, t, u_j)$ 为初始时刻 $\bar{\phi}^+$ 的值。在有限体积法框架下,式(38)中 $\bar{\phi}^{+, \text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j)$ 可根据初始时刻控制体内 $\bar{\phi}^+$ 的平均值进行重构从而得到 $\bar{\phi}^+$ 在空间上的分布以及网格界面处的值。对于本文中的可压缩流动,流动伴有间断现象,如激波,在重构时为了抑制间断附近的振荡可采用 MUSCL 或 WENO 重构等。

将式(36)和式(38)代入到通量 $F_m^{n+\frac{1}{2}}$ 式(29)里,得:

$$\begin{aligned} F_m^{n+\frac{1}{2}} &= \int_{S_m} u_k n_k \phi(x_{i,b}, t_n + r, u_j) dS \\ &= \varphi_1 \int_{S_m} u_k n_k \phi^s(x_{i,b}, t_n + r, u_j) dS + \\ & \quad \varphi_2 \int_{S_m} u_k n_k \bar{\phi}^{+, \text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j) dS \end{aligned} \quad (40)$$

由式(4)、(15)和(35)可知:

$$\mathbf{Q} = \int g \boldsymbol{\psi} du + \int h \bar{\boldsymbol{\omega}} du = \int \bar{g} \boldsymbol{\psi} du + \int \bar{h} \bar{\boldsymbol{\omega}} du \quad (41)$$

结合式(38)位于界面 $x_{i,b}$ 处, $t_n + r$ 时刻的宏观守恒量为:

$$\begin{aligned} & \mathbf{Q}(x_{i,b}, t_n + r) \\ &= \int \bar{g}(x_{i,b}, t_n + r, u_j) \boldsymbol{\psi} du + \int \bar{h}(x_{i,b}, t_n + r, u_j) \bar{\boldsymbol{\omega}} du \\ &= \int \bar{g}^{+, \text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j) \boldsymbol{\psi} du + \int \bar{h}^{+, \text{ini}}(x_{i,b} - u_i r, u_j) \bar{\boldsymbol{\omega}} du \end{aligned} \quad (42)$$

从而式(40)中的 $\phi^s(x_{i,b}, t_n + r, u_j)$ 可根据式(10)、(12)和式(42)进行计算,至此隐式通量 $F_m^{n+\frac{1}{2}}$ 可按式(40)进行计算。

接下来处理碰撞项中的隐式部分 $\Omega_{\bar{\phi}}^{n+1}$, 引入新的辅助分布函数 $\tilde{\phi}$ 定义如下:

$$\tilde{\phi}(x_i, t, u_j) = \phi(x_i, t, u_j) - \Delta t \alpha(\Delta t) \Omega_{\bar{\phi}}(x_i, t, u_j) \quad (43)$$

由相容关系式(15)同时结合定义式(43)可知:

$$\mathbf{Q} = \int g \boldsymbol{\psi} du + \int h \bar{\boldsymbol{\omega}} du = \int \tilde{g} \boldsymbol{\psi} du + \int \tilde{h} \bar{\boldsymbol{\omega}} du \quad (44)$$

将式(43)代入到式(33),整理得:

$$\tilde{\phi}_j^{n+1} = \phi_j^n - \frac{\Delta t}{V_j} \sum_m F_m^{n+\frac{1}{2}} + \Delta t(1 - \alpha(\Delta t))\Omega_{\tilde{\phi}, j}^n \quad (45)$$

可以看出将式(40)给出的界面通量 $F_m^{n+\frac{1}{2}}$ 带到式(45),可以先得到 t_{n+1} 时刻的辅助分布函数 $\tilde{\phi}_j^{n+1}$; 接着利用式(44)和式(10)、(12)可由 $\tilde{\phi}_j^{n+1}$ 得到 t_{n+1} 时刻的平衡态分布函数 $\phi_j^{s, n+1}$; 最后由定义式(43)得到原始非平衡态分布函数 ϕ_j^{n+1} , 至此完成一次从 t_n 时刻 ϕ_j^n 到 t_{n+1} 时刻 ϕ_j^{n+1} 的迭代过程。

再次指出的是在原始 DUGKS 格式中,从式(34)至式(39),式(43)和式(45)中出现的所有权系数 α 恒取为 $\alpha_{\text{DUGKS}} \equiv 0.5$ 。

需要说明的是上述在推导 SADUGKS 中速度空间是连续的,实际在使用 SADUGKS 时还需将速度空间离散,其离散方法与现有 DUGKS^[23-24] 格式相同。关于边界条件的处理分两类,针对宏观连续流动问题, SADUGKS 格式在固体壁面处采用了无滑移边界条件;而对较大 Kn 流动问题,则采用了完全漫反射边界条件,具体实现与 DUGKS 格式^[23-24] 亦相同,不再赘述。

3 尺度自适应的离散统一气体动理学格式的性质

首先,作为 DUGKS 格式的一种改进, SADUGKS 格式同样具有渐近保持性^[23-24], 这一点可以清楚地从式(26)看出。

其次, SADUGKS 格式具有尺度自适应特性,能够根据当地流动特征尺度的不同进行自适应调节。 SADUGKS 格式中,时间步长按照 CFL 条件确定:

$$\Delta t = CFL \frac{\Delta}{|u|_{\max} + a} \sim \frac{\Delta}{a} \quad (46)$$

其中, Δ 为空间网格尺度, CFL 为 CFL 数; $|u|_{\max}$ 为粒子最大离散速度,通常与声速 a 同量级。同时,碰撞松弛时间 τ 可近似为:

$$\tau \sim l_s / \bar{u} \sim l_s / a \quad (47)$$

式中 l_s 为分子平均自由程, \bar{u} 为粒子平均运动速率与声速 a 同量级。因此可以得到:

$$\tau / \Delta t \sim l_s / \Delta \sim Kn_{\text{local}} \quad (48)$$

其中 Kn_{local} 为当地努森数,反映当地的流动状态和流动尺度。在 SADUGKS 格式中,用来计算界面通量的式(40)和碰撞项加权离散的式(31)中皆出现权系数 α ,

式(32)给出权系数 α 的定义式反映出 α 依赖于比值 $\tau/\Delta t$, 即依赖于当地努森数, 因此 α 取值的大小会随着当地流动状态和尺度的不同而进行自适应调节。

最后, 从权系数的数学形式和物理意义上来讨论。权系数 α 定义式在式(32)给出, 数学上 α 的取值范围为 $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$ 。进一步从两种极限流动 $\tau \ll \Delta t$ 及 $\tau \gg \Delta t$ 的角度来分析, 有下述结果:

$$\begin{aligned} \alpha &\rightarrow 1, & \tau &\ll \Delta t \\ \alpha &\rightarrow 1/2, & \tau &\gg \Delta t \end{aligned} \quad (49)$$

Shakhov 模型将气体从当前非平衡状态向平衡态的过渡看做一个弛豫过程。对于 $Kn \rightarrow 0$ 的宏观连续流动问题, 从物理上分析, 此时碰撞弛豫时间远小于时间步长, $\tau \ll \Delta t$, 即在一个时间步长 Δt 内粒子经历足够多次的碰撞, 因此弛豫过程受初始时刻碰撞项 $\Omega_{\phi}^{\text{ini}}(x_i - u_i \Delta t, u_j)$ 的影响很小, 即粒子的碰撞历史效应可忽略, 当前的分布函数 $\phi(x_i, t + \Delta t, u_j)$ 将主要由当前的碰撞 $\Omega_{\phi}(x_i, t + \Delta t, u_j)$ 来确定; 而另一方面, 从式(18)的数学表达上分析, 此时 $\alpha \rightarrow 1$, 式(18)简化为:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\Delta t} [\phi(x_i, t + \Delta t, u_j) - \phi^{\text{ini}}(x_i - u_i \Delta t, u_j)] \\ &\approx \Omega_{\phi}(x_i, t + \Delta t, u_j) \end{aligned} \quad (50)$$

可见数学结果与上述物理分析一致。

对于 $Kn \gg 0$ 的稀薄流动或微尺度流动问题, 从物理上分析, 碰撞弛豫时间远大于时间步长, $\tau \gg \Delta t$, 即在一个时间步长 Δt 内粒子几乎不发生碰撞, 从而每次发生的碰撞都对当前的分布函数 $\phi(x_i, t + \Delta t, u_j)$ 有着至关重要的影响, 因此初始碰撞作用 $\Omega_{\phi}^{\text{ini}}(x_i - u_i \Delta t, u_j)$ 和当前碰撞作用 $\Omega_{\phi}(x_i, t + \Delta t, u_j)$ 都要保留。另一方面, 从数学上来看, 此时 $\alpha \rightarrow 1/2$, 式(18)可简化为:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\Delta t} [\phi(x_i, t + \Delta t, u_j) - \phi^{\text{ini}}(x_i - u_i \Delta t, u_j)] \\ &\approx \frac{1}{2} [\Omega_{\phi}(x_i, t + \Delta t, u_j) + \Omega_{\phi}^{\text{ini}}(x_i - u_i \Delta t, u_j)] \end{aligned} \quad (51)$$

可见此时数学结果也与上述物理分析相一致。

在原始 DUGKS 格式中, 本文所有出现权系数 α 的地方都取为常数 $\alpha_{\text{DUGKS}} \equiv 1/2$ 。通过上面的分析可以看出, 这种常数取法主要是从数值离散的角度考虑, 并未充分考虑在不同流动领域碰撞项对应物理过程的不同, 尤其没有考虑两个时间尺度即计算时间步长和碰撞松弛时间之间的相对大小对粒子碰撞过程宏观表现的影响。

根据上述分析可知, 式(32)给出的权系数 α 紧密依赖于时间比值 $\tau/\Delta t$, 并可根据当地流动状态和流动尺度的不同进行自适应调节。当地努森数越小, 越接近连续流动时 α 越接近于 1; 当地努森数越大, 流动非平衡效应越强时 α 越接近于 1/2。综合来说, SADUGKS 是一种尺度自适应的格式, 适用于从连续流动到滑移流动、过渡流动及自由分子流所有流动领域的问题, 在第 4 节将通过若干典型算例对这一点进行检验。

4 尺度自适应的离散统一气体动力学格式在可压缩流动中的应用

4.1 一维激波结构问题

本问题中将用 SADUGKS 格式研究一维激波结构问题, 并将结果与文献[36, 37]的结果进行对比。气体为氩气, 分子内自由度设置为 $K=0$, 普朗特数 $Pr=2/3$, 比热比 $\gamma=5/3$, 黏性系数与温度相关: $\mu \propto T^{\omega}$, 其中 ω 与分子模型相关。分子平均自由程 λ 与黏性系数直接相关^[24]:

$$\lambda = \frac{2\mu(7-2\omega)(5-2\omega)}{15\rho(2\pi RT)^{0.5}} \quad (52)$$

激波上下游的密度、速度和温度分别为 ρ_1, u_1, T_1 与 ρ_2, u_2, T_2 。计算时流动物理量均采用激波上游的物理量进行无量纲化, 即特征密度为 ρ_1 , 特征长度为 λ_1 , 特征温度为 T_1 , 因此上游的入口边界条件为: $\rho_1 = 1.0, \lambda_1 = 1.0, T_1 = 1, u_1$ 则由来流马赫数 Ma 决定, $u_1 = Ma \sqrt{\gamma RT}$ 。本文 $Ma = 1.2$, 参考黏性系数为 $\mu_0 = 0.5539$ 。下游的物理量可由 Rankine-Hugoniot 条件得到。

选取计算区域为 $-25\lambda_1 \leq x \leq 25\lambda_1$, 并采用 100 个均匀网格将其离散, 每个网格单元大小 $\Delta x = 0.5\lambda_1$, 由于网格单元 Δx 和分子平均自由程 λ_1 量级相当, 计算将给出激波内部结构中物理量的变化。速度空间采用 32×32 半平面 Gauss-Hermite 积分离散^[38]。初始时刻, $x \leq 0$ 处的流场采用激波上游条件及其 Maxwell 平衡态分布进行初始化, $x > 0$ 处的流场采用激波下游条件及其 Maxwell 平衡态分布进行初始化。左右边界均采用外推边界条件, CFL 数设置为 0.5。

本文采用硬球模型 $\omega=0.5$, 图 1 展示了 $Ma=1.2$ 数值模拟结果, 并与文献[36, 37]中的结果进行了对比。其中物理量的无量纲化方法如下:

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_1}, \quad T^* = \frac{T}{T_1}, \quad q_x^* = \frac{q_x}{\rho_1 \sqrt{2RT_1}}$$

$$\tau_{xx}^* = \frac{\tau_{xx}}{\rho_1} \quad (53)$$

另外,参照文献[36]给出固定激波所在位置的方法,选取 $\rho(x_0) = (\rho_1 + \rho_2)/2$ 处为坐标原点,将坐标进行无量纲化:

$$x^* = (x - x_0)/(0.5\sqrt{\pi}\lambda_1) \quad (54)$$

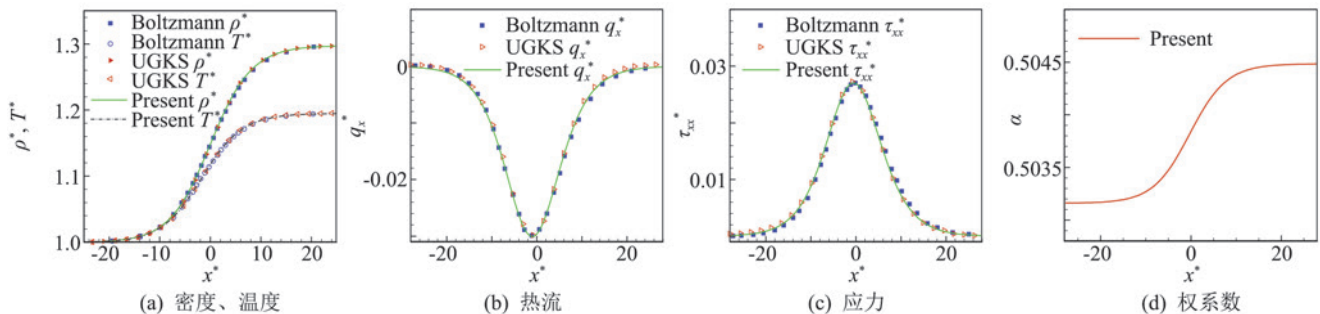


图1 SADUGKS 格式求解激波结构问题的密度、温度、热流、应力与权系数 α 分布 ($Ma=1.2$)

Fig.1 Distribution of density, temperature, heat flux, stress and α for shock structure problem ($Ma=1.2$)

4.2 从激波结构分辨格式到激波捕捉格式

在 4.1 小节问题中,由于所用网格单元 Δx 和分子平均自由程 λ_1 量级相当,因此计算结果可以分辨激波内部结构。接下来本节将重点讨论当网格单元大小变化时对数值结果的影响,以验证 SADUGKS 格式的尺度自适应特性。

气体参数、激波上下游初值等参数与 4.1 小节一致,CFL 数取为 0.9。速度空间采用 32×32 半平面 Gauss-Hermite 积分离散^[38]。选取计算区域为 $-50\Delta x \leq x \leq 50\Delta x$,区域总长为 $L = 100\Delta x$,采用 100 个均匀网格将其离散,网格单元 Δx 选取了四种不同大小,分别是 $\Delta x = 0.5\lambda_1, \lambda_1, 10\lambda_1$ 和 $100\lambda_1$ 。图 2 给出了无量纲密度、温度以及权系数 α 在不同 Δx 时的空间分布曲线,其中横坐标 x^* 为采用激波上游的分子平均自由程 λ_1 进行无量纲化后的空间位置, x^* 具体形式见式(54),同时无黏 Euler 方程的精确解也画在图中作为对比。从图 2 可以看出,当 Δx 较小,满足 $\Delta x \sim \lambda_1$ 时,真实激波内部结构可以被分辨出来,此时 SADUGKS 表现为激波结构分辨格式 (shock structure resolving scheme);随着 Δx 增加,如当 $\Delta x \geq 10\lambda_1$ 时,SADUGKS 给出的结果将逼近无黏 Euler 方程的精确解,说明对于网格单元远大于分子平均自由程时,激波被作为理想间断面来处理,SADUGKS 通过自身格式黏性最后得到的是数值激波,此时 SADUGKS 表现为激波捕捉格式 (shock capturing scheme)。

这个例子说明 SADUGKS 可以根据比值 $\Delta x/\lambda_1$ 的变化而在激波结构分辨格式和激波捕捉格式之间

做出自适应调整,这对于实际复杂工程问题获得所用计算网格下的合理物理解是很有益的。因为一个问题在求解前进行网格划分时并不知道流场物理量的局部细节特性,所以划分的网格带有较强的人为因素,但是 SADUGKS 格式自身可以通过一套统一的算法自动获得流场在所用网格尺度下的合理物理解。

从图 1 中可以看出,SADUGKS 的结果与 UGKS^[37] 及完整 Boltzmann 方程^[36] 都能很好地吻合。由于本问题是分辨激波内部结构,流动对应尺度为分子平均自由程尺度,按照前面关于权系数 α 的讨论,此时 α 应接近 0.5,从图 1 中也可以清楚看出全场 α 范围在 0.503 至 0.505 之间。

SADUGKS 格式在激波结构分辨格式和激波捕捉格式之间的切换得益于权系数 α 的引入,从图 2 权系数 α 的变化曲线可以清楚看出:当 $\Delta x \gg \lambda_1$ 时, α 取值接近 1,流动可认为是连续流动;当 $\Delta x \sim \lambda_1$ 时, α 取值接近 0.5,流动趋于稀薄流动,流动的非平衡效应增强。需要强调的是,通常所说的连续流动和稀薄流动都是一个相对的概念,和选用的网格单元尺度与分子平均自由程尺度相对大小有关。对同一个流动,网格单元尺度选用的不同,可获得流动的信息量不同,描述流动的方法也是有区别的。网格单元尺度越小,观察到的流动就越接近于一个个运动的微观粒子,获得的信息量就越丰富;而当网格单元尺度远大于分子平均自由程尺度时,可获得的流动信息是大量微观粒子运动的统计平均,此时就是连续介质框架下的描述方法。通过上述讨论说明 SADUGKS 是一种尺度自适应的气体动力学格式,在该格式中,计算网格发挥着积极作用,最终可得到计算网格所对应尺度下的流场物理信息。

作为对比,对于传统在连续介质框架下基于 N-S 方程建立的 CFD 方法来说,N-S 方程建立后被作为一个数学偏微分方程来处理,网格进行加密的主要目的是减小 N-S 方程离散误差,网格的作用未被充分

做出自适应调整,这对于实际复杂工程问题获得所用计算网格下的合理物理解是很有益的。因为一个问题在求解前进行网格划分时并不知道流场物理量的局部细节特性,所以划分的网格带有较强的人为因素,但是 SADUGKS 格式自身可以通过一套统一的算法自动获得流场在所用网格尺度下的合理物理解。

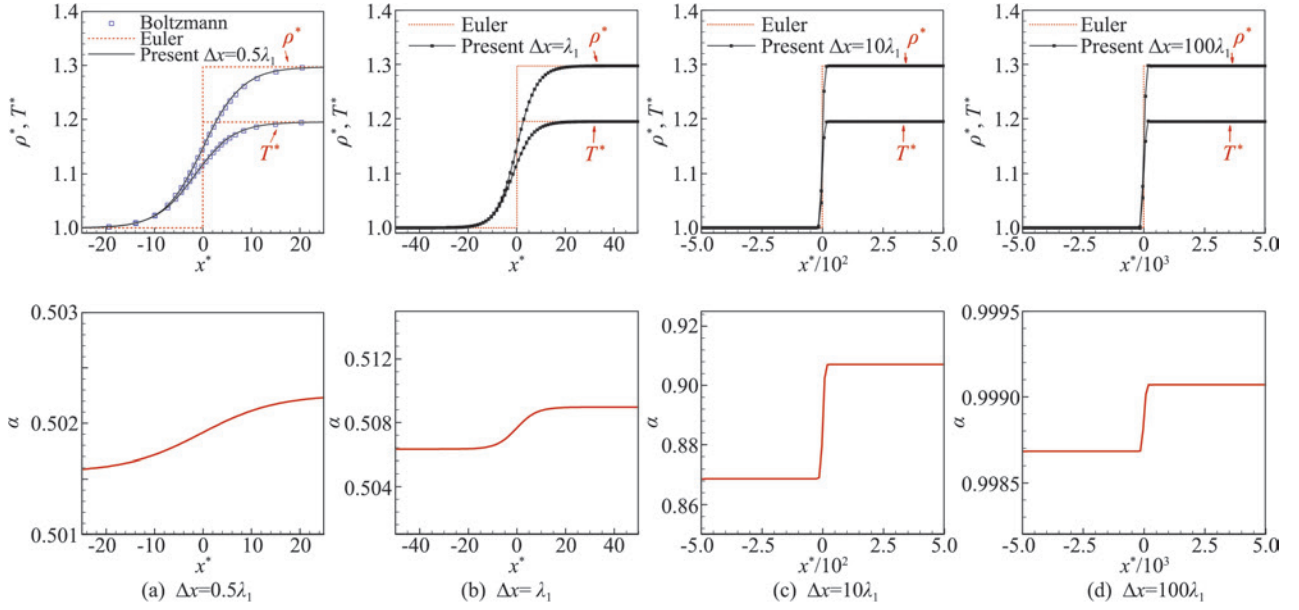


图 2 SADUGKS 格式求解激波结构问题的密度、温度与系数 α 随网格大小变化, $CFL=0.9$, $Ma=1.2$

Fig.2 Density, temperature and α profiles of the shock structure with different cell sizes, $CFL=0.9$, $Ma=1.2$

发挥出来。另外,从物理上考虑,N-S 方程是基于连续介质框架得到的,N-S 方程蕴含的流动物理尺度是远大于分子平均自由程的,因此即便将网格加密到分子平均自由程的量级,也只是获得 N-S 方程作为一个数学偏微分方程更为精确的数值解,但所获得的结果不可能超过 N-S 方程物理上成立的范围,即无法给出在分子平均自由程尺度上的流动物理信息。

4.3 从自由分子流领域到连续流领域

Sod 问题为一维 Riemann 问题中的一个经典问题,其无黏解包含激波、膨胀波及接触间断多种波系结构。该问题被广泛用来检验数值格式捕捉间断的能力,其初始条件如下:

$$\begin{cases} (\rho_1, u_1, p_1) = (1.0, 0.0, 1.0), & x \leq 0 \\ (\rho_2, u_2, p_2) = (0.125, 0.0, 0.1), & x > 0 \end{cases} \quad (55)$$

本文这里考虑在上述初值下,引入气体黏性后的流动。气体考虑为空气,分子内自由度设置为 $K=2$,普朗特数 $Pr=0.72$,比热比 $\gamma=1.4$ 。气体黏性系数与温度满足 $\mu = \mu_0 (T/T_0)^\omega$,其中 ω 与分子模型相关,这里采用硬球模型 $\omega=0.5$, μ_0 为参考黏性系数, T_0 为参考温度。参考分子平均自由程 λ_0 与参考黏性系数直接相关:

$$\lambda_0 = \frac{2\mu_0(7-2\omega)(5-2\omega)}{15\rho_0(2\pi RT_0)^{0.5}} \quad (56)$$

其中 ρ_0 为参考密度。本文中,选用左侧($x < 0$)初值 ρ_1, p_1, T_1 分别作为参考密度、压力和温度。

在前面 4.2 节中, μ_0 给定是通过改变计算网格

单元大小考察格式的尺度自适应特性。这里与 4.2 节不同,本问题中计算区域固定为 $-0.5 \leq x \leq 0.5$,并采用 100 个均匀网格将其离散,计算网格单元 $\Delta x = 0.01$ 大小固定。通过改变 μ_0 ,实现分子平均自由程 λ_0 的变化,从而比值 $\lambda_0/\Delta x$ 将不同,因此本问题也能够很好地检验 SADUGKS 格式的尺度自适应特性。本节计算了 5 组不同 μ_0 ($= 10, 1, 0.1, 10^{-3}, 10^{-5}$) 下的流动。计算 $\mu_0 < 0.1$ 的流动时,速度空间采用 32×32 半平面 Gauss-Hermite 积分离散^[38];计算 $\mu_0 \geq 0.1$ 的流动时,速度空间采用 100×100 的 Newton-Cotes 积分进行离散,积分区域选择 $[-10\sqrt{2RT_0}, 10\sqrt{2RT_0}]$ 。所有边界均采用外推边界条件。 CFL 数设置为 0.5。由于流动为非定常问题,计算终止时间和文献中一致,设置为 $t=0.15$,计算结果与文献中 UGKS^[17] 结果进行了对比,并引入 $\mu_0=0$ 时的 Euler 精确解作为参考。

$\mu_0=10$ 时的密度、温度、速度以及此时流场中式 (32) 给出的系数 α 随空间分布如图 3(a) 所示。在此黏性系数下,左侧初值对应分子平均自由程 $\lambda_0=12.77$,比值 $\lambda_0/\Delta x=1277$,此时流动对应为自由分子流。从图 2 中可以看出,SADUGKS 结果与 UGKS 结果基本完全重合,且这种远偏离平衡态的流动与无黏 Euler 解有着明显的区别:一方面,由于流动更为稀薄,分子平均自由程远大于网格单元,因此空间网格可以分辨包括激波在内的各种波系内部结构;另一方面,流动黏性很大,耗散作用增强,各种波系被显著光滑抹平,物理量在整个空间上连续变化。图中给出

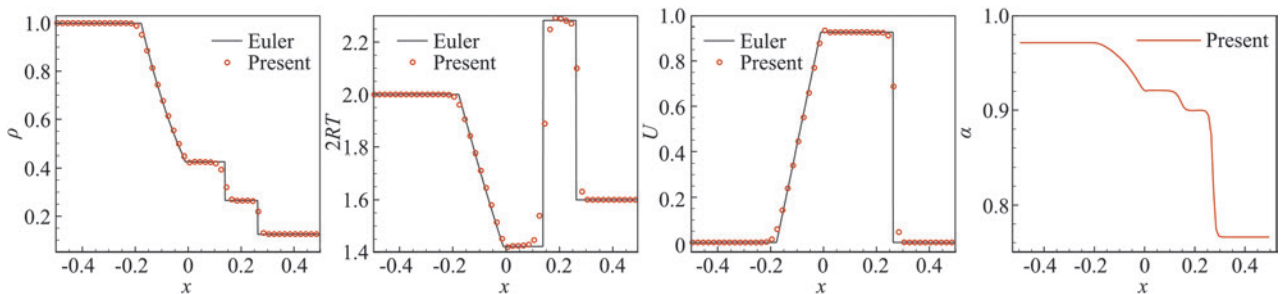
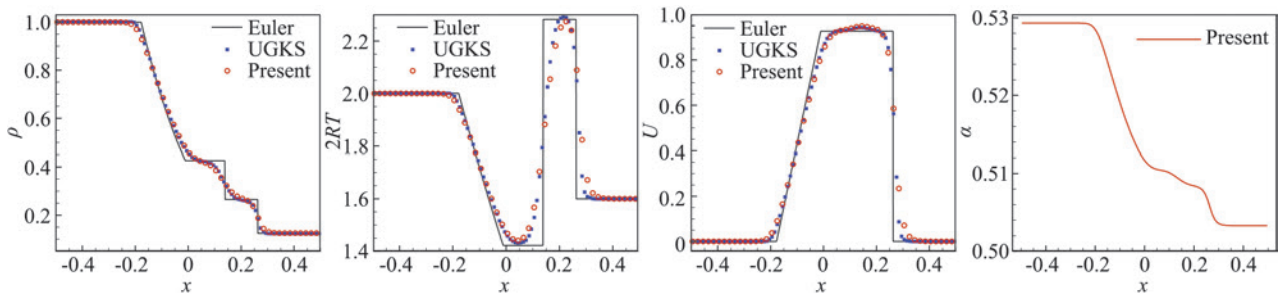
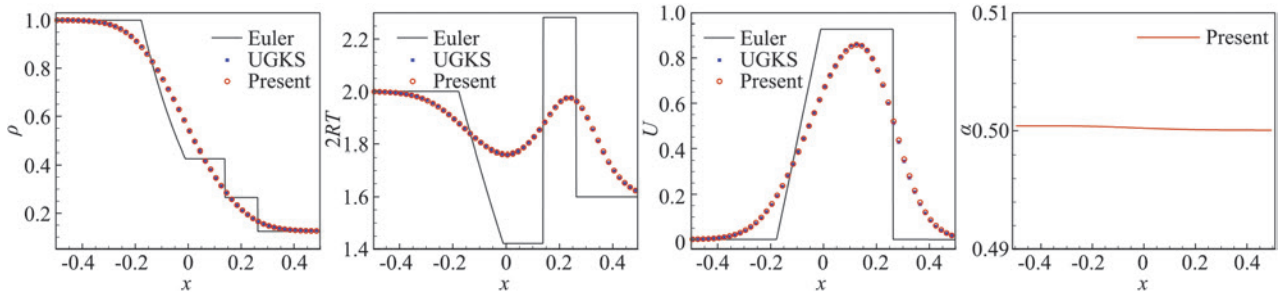
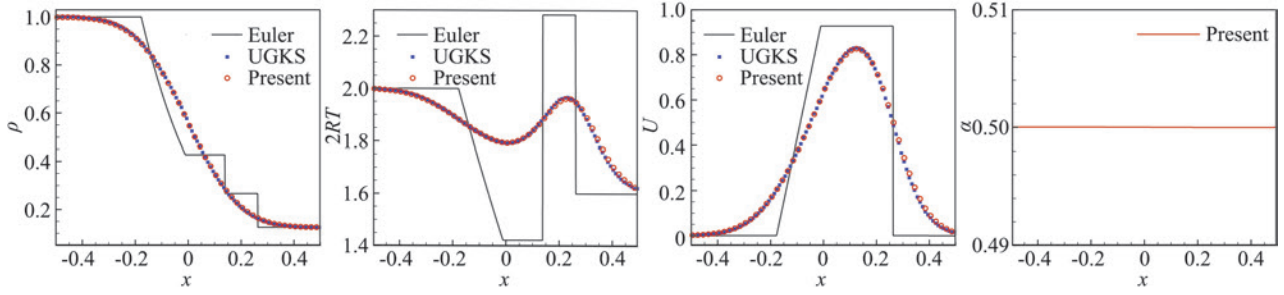
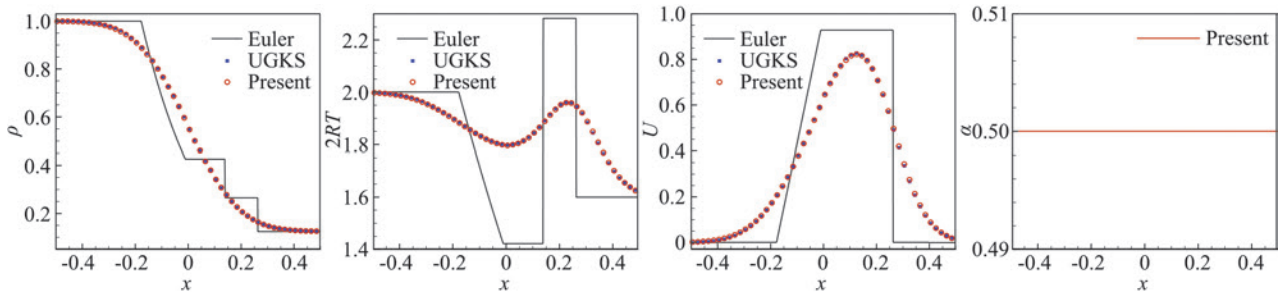


图 3 SADUGKS 格式求解 Sod 问题的密度、温度、速度和权系数 α 分布

Fig.3 Distribution of density, temperature, velocity and α for Sod problem by SADUGKS

的权系数 α 在整个空间几乎是一条平直线, 值为 0.5, 这一点和前面第 3 节中提到的对于大 Kn 数的流动 $\alpha \rightarrow 1/2$ 结论一致。当黏性系数 μ_0 减小到 1 时, 左侧初值对应分子平均自由程 $\lambda_0 = 1.277$, 比值 $\lambda_0/\Delta x = 127.7$, 从图 3(b) 可以看出, 相比 $\mu_0 = 10$ 时物理量分布变化不大, 同样此时权系数 α 在整个空间都接近 0.5。

随着黏性系数 μ_0 减小到 0.1 时, 左侧初值对应分子平均自由程 $\lambda_0 = 0.1277$, 比值 $\lambda_0/\Delta x = 12.77$, 相比前两个较大黏性系数的工况来说, 图 3(c) 给出的物理量分布已出现一些变化, 尤其速度峰值已明显增加, 并且权系数 α 在整个空间也出现起伏, 不再是平直直线了。

当黏性系数 μ_0 减小到 10^{-3} 时, 左侧初值对应分子平均自由程 $\lambda_0 = 1.277 \times 10^{-3}$, 比值 $\lambda_0/\Delta x = 0.1277$, 在此时的网格下已不能分辨激波内部结构了, 从图 3(d) 中可见, SADUGKS 结果逐渐接近无黏 Euler 解。权系数 α 在整个空间已出现显著变化, 从最左侧的 0.5293 逐渐减小到右侧的 0.5033。

当黏性系数 μ_0 进一步减小到 10^{-5} 时, 左侧初值对应分子平均自由程 $\lambda_0 = 1.277 \times 10^{-5}$, 比值 $\lambda_0/\Delta x = 1.277 \times 10^{-3}$, 此时流动属于连续流领域, 并且由于黏性非常小, 从图 3(e) 可以看出, SADUGKS 的结果几乎与无黏 Euler 解完全重合。当前空间网格尺度远大于分子平均自由程尺度, 对应网格不再能分辨激波内部流动细节, 激波表现为宏观物理量的间断。此时, SADUGKS 表现为激波捕捉格式。从权系数 α 分布图中可以看到 α 随空间显著变化, 从左侧的 0.9716 逐渐减小到右侧的 0.7660, 这反映当地努森数和当地特征尺度随空间的变化。

本算例计算网格单元大小不变, 改变 μ_0 实现分子平均自由程 λ_0 的变化, 验证了 SADUGKS 格式的尺度自适应特性。对于实际工程问题, 使用一种能够根据当地流动尺度进行自适应调节的统一算法显得尤为重要, 而 SADUGKS 格式正是这样一种尺度自适应的算法, 能够反映出当地流动物理特性。且根据当地流动尺度不同, SADUGKS 格式可在激波结构分辨格式和激波捕捉格式之间进行自适应切换。

4.4 高速可压缩 Couette 流动问题

最后将 SADUGKS 格式应用于高速可压缩 Couette 流动问题, 流动参数与采用 IP 方法^[39] 进行计算的文献一致。流动示意图如图 4 所示, 两无限大平行平板之间距离为 1, 两板之间充满氩气, 分子内自由度 $K=0$, 普朗特数 $Pr=2/3$, 比热比 $\gamma=5/3$, 黏性系数与温度相关 $\mu = \mu_0 (T/T_0)^\omega$, 采用变径硬球模型 $\omega=0.81$ 。两板温度固定为 273 K, 下板静止, 上

板在自身平面内匀速运动, 速度为 $U_2 = 300 \text{ m/s}$, 对应马赫数 Ma 约为 0.97。流体与壁面之间存在剪切作用, 同时黏性耗散作用会使得流场内部温度升高。通过改变初始氩气密度以改变流动努森数 Kn , 本文共选取五组 $Kn = 0.01, 0.1, 1.0, 10$ 和 100, 涵盖了从连续流动到自由分子流的流动领域。不同 Kn 下流动将表现出不同的温度及速度分布。

两板间布置数目为 31 的均匀网格, 速度空间采用 28×28 半平面 Gauss-Hermite 积分离散^[38]。入口与出口采用周期性边界条件, 上下壁面采用完全漫反射边界条件^[19]。CFL 数设置为 0.5。

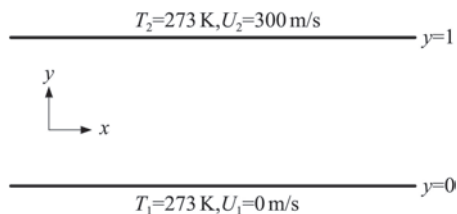


图 4 高速可压缩 Couette 流动示意图

Fig.4 Schematic diagram for the compressible Couette flow

不同 Kn 下的速度剖面如图 5 所示, 从图中可以看出, 当 $Kn = 0.01$ 时, 流动可认为仍满足连续介质假设, 但是上下壁面已出现轻微的速度滑移现象。随着 Kn 不断增加, 非平衡效应变强, 壁面处的滑移效应逐渐变得显著, 尤其当 $Kn = 100$ 时, 板间气体速度分布趋于均匀, 约为 150 m/s, 和上、下板速度远不相同。

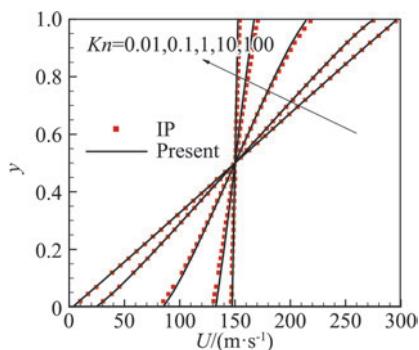


图 5 SADUGKS 计算所得不同 Kn 下的速度剖面图

Fig.5 Velocity profiles for the compressible Couette flow at different Knudsen numbers

图 6 所示为不同努森数下的温度剖面。当 $Kn = 0.01$ 时, 流动在壁面已出现轻微温度跳跃现象。由于上板克服壁面黏性剪切做功最终转化为热能, 并逐渐向流道中间集中, 造成温度峰值出现在中心对称线上。随着 Kn 不断增加, 非平衡效应变强, 壁面处的温度跳跃现象更为明显, 板间气体的温度梯度逐渐减小。尤其当 $Kn = 100$ 时, 板间流动趋于自由分子流, 板间气体温度几乎相同, 约为 308 K, 和上、下板

温度远不相同。

为了反映气体 Pr 数对结果的影响,这里考虑了 $Pr=1$ 时 $Kn=0.01$ 和 $Kn=0.1$ 两种工况,并和前面 $Pr=2/3$ 的对应结果进行了对比,见图7给出的温度分布曲线,可以清楚看出 $Pr=1$ 时的结果与 $Pr=2/3$ 及文献 IP 方法^[39] 的结果出现了较大的偏差。从式(10~14)可以看出,Boltzmann-Shakhov 模型中取 $Pr=1$ 时退化为 Boltzmann-BGK 模型,这说明为了正确反映气体 Pr 数的影响从而获得准确温度场,基于 Boltzmann-Shakhov 模型构造计算格式是适当的。

无论对于速度还是温度,在所有 Kn 情况下,SADUGKS 格式所得结果均能与文献 IP 方法^[39] 的结果很好地吻合,表明了 SADUGKS 格式对于宽 Kn 流动计算的有效性和尺度自适应特性。

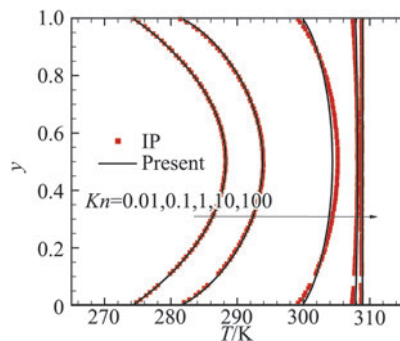


图6 SADUGKS 计算所得不同 Kn 下的温度剖面图

Fig.6 Temperature profiles for the compressible Couette flow at different Knudsen numbers

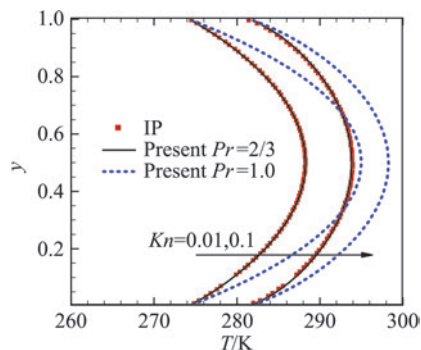


图7 $Pr=1$ 和 $Pr=2/3$ 的结果对比 ($Kn=0.01$ 和 $Kn=0.1$)

Fig.7 Temperature profiles for the compressible Couette flow at different Knudsen numbers with $Pr=1$ and $Pr=2/3$

5 结论

文中提出了 Boltzmann 方程沿特征线离散的一般形式,式中碰撞项的离散采用显式和隐式加权平均的方法,权系数 α 依赖于当地碰撞松弛时间和计算时间步长的比值。通过权系数 α 的引入,对文献现有离散统一气体动理学格式(DUGKS)进行了改进,提出

了具有尺度自适应特性的离散统一气体动理学格式(SADUGKS)。对 SADUGKS 进行分析,明确权系数 α 与反映当地流动尺度的当地努森数直接相关,表明 SADUGKS 格式能够根据当地流动尺度进行自适应调节。SADUGKS 格式的自适应特性和有效性通过典型可压缩流动进行了检验,取得了较好的计算结果,表明 SADUGKS 格式适用于宽范围 Kn 变化、跨流域的多尺度流动问题的数值模拟。后续将选用更为复杂的流动问题对 SADUGKS 做进一步的检验和验证。

参 考 文 献:

- [1] GUO Z L, SHU C. Lattice Boltzmann method and its applications in engineering[M]. Singapore: World Scientific, 2013.
- [2] 陈杰, 赵磊. 高超声速流存在局部稀薄效应的一个判据及相应的流动特性[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(1): 4-11.
CHEN J, ZHAO L. A criterion for the existence of local rarefaction effect in a hypersonic flow field and the corresponding flow characteristics [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(1): 4-11. (in Chinese)
- [3] BIRD G A. Recent advances and current challenges for DSMC [J]. Computers & Mathematics with Applications, 1998, 35(1/2): 1-14.
- [4] MCNAMARA G R, ZANETTI G. Use of the Boltzmann equation to simulate lattice gas automata[J]. Physical Review Letters, 1988, 61(20): 2332.
- [5] QIAN Y H, DHUMIÈRES D, LALLEMAND P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation [J]. Europhysics Letters (EPL), 1992, 17(6): 479-484.
- [6] LIN Z F, FANG H P, TAO R B. Improved lattice Boltzmann model for incompressible two-dimensional steady flows [J]. Physical Review E, 1996, 54(6): 6323.
- [7] 李志辉, 张涵信. 稀薄流到连续流的气体运动论统一算法研究 [J]. 空气动力学学报, 2003, 21(3): 255-266.
LI Z H, ZHANG H X. Study on gas kinetic unified algorithm for flows from rarefied transition to continuum [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2003, 21(3): 255-266. (in Chinese)
- [8] LI Z H, ZHANG H X. Numerical investigation from rarefied flow to continuum by solving the Boltzmann model equation[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2003, 42(4): 361-382.
- [9] LI Z H, ZHANG H X. Study on gas kinetic unified algorithm for flows from rarefied transition to continuum[J]. Journal of Computational Physics, 2004, 193(2): 708-738.
- [10] LI Z H, PENG A P, ZHANG H X, et al. Rarefied gas flow simulations using high-order gas-kinetic unified algorithms for Boltzmann model equations [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2015, 74: 81-113.
- [11] 李志辉, 彭傲平, 方方, 等. 跨流域高超声速流环境 Boltzmann 模型方程统一算法研究 [J]. 物理学报, 2015, 64(22): 224703.
LI Z H, PENG A P, FANG F, et al. Gas-kinetic unified algorithm for hypersonic aerothermo dynamics covering various flow regimes solving Boltzmann model equation [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(22): 224703. (in Chinese)

- [12] XU K. A gas-kinetic BGK scheme for the Navier-Stokes equations and its connection with artificial dissipation and Godunov method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 171(1): 289-335.
- [13] LI Q B, FU S, XU K. Application of gas-kinetic scheme with kinetic boundary conditions in hypersonic flow [J]. *AIAA Journal*, 2005, 43(10): 2170-2176.
- [14] XU K, MAO M L, TANG L. A multidimensional gas-kinetic BGK scheme for hypersonic viscous flow [J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, 203(2): 405-421.
- [15] XU K, MAO M L. Gas-kinetic BGK scheme for hypersonic viscous flow[M]//GROTH C, ZINGG D W. *Computational Fluid Dynamics 2004*. Berlin Heidelberg: Springer. Proceedings of the Third International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD3, Toronto, 12-16 July 2004: 183-188.
- [16] 李启兵, 徐昆. 气体动理学格式研究进展[J]. *力学进展*, 2012, 42(5): 522-537.
LI Q B, XU K. Progress in gas-kinetic scheme[J]. *Advances in Mechanics*, 2012, 42(5): 522-537. (in Chinese)
- [17] XU K, HUANG J C. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(20): 7747-7764.
- [18] HUANG J C, XU K, YU P B. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows II: multi-dimensional cases[J]. *Communications in Computational Physics*, 2012, 12(3): 662-690.
- [19] HUANG J C, XU K, YU P B. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows III: microflow simulations[J]. *Communications in Computational Physics*, 2013, 14(5): 1147-1173.
- [20] LIU C, XU K, SUN Q H, et al. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows IV: Full Boltzmann and model equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 314: 305-340.
- [21] LIU C, XU K. A unified gas kinetic scheme for continuum and rarefied flows V: multiscale and multi-component plasma transport [J]. *Communications in Computational Physics*, 2017, 22(5): 1175-1223.
- [22] XU K, LIU C. A paradigm for modeling and computation of gas dynamics[J]. *Physics of Fluids*, 2017, 29(2): 026101.
- [23] GUO Z L, XU K, WANG R J. Discrete unified gas kinetic scheme for all Knudsen number flows: Low-speed isothermal case[J]. *Physical Review E*, 2013, 88(3): 033305.
- [24] GUO Z L, WANG R J, XU K. Discrete unified gas kinetic scheme for all Knudsen number flows. II. Thermal compressible case[J]. *Physical Review E*, 2015, 91(3): 033313.
- [25] ZHU L H, GUO Z L, XU K. Discrete unified gas kinetic scheme on unstructured meshes [J]. *Computers & Fluids*, 2016, 127: 211-225.
- [26] SWIFT M R, ORLANDINI E, OSBORN W R, et al. Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems [J]. *Physical Review E*, 1996, 54(5): 5041.
- [27] XU K, HE X, CAI C P. Multiple temperature kinetic model and gas-kinetic method for hypersonic non-equilibrium flow computations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(14): 6779-6794.
- [28] XIONG S W, ZHONG C W, ZHUO C S, et al. Numerical simulation of compressible turbulent flow via improved gas-kinetic BGK scheme[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2011, 67(12): 1833-1847.
- [29] WANG R J, XU K. The study of sound wave propagation in rarefied gases using unified gas-kinetic scheme [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2012, 28(4): 1022-1029.
- [30] ZHU L H, GUO Z L. Numerical study of nonequilibrium gas flow in a microchannel with a ratchet surface [J]. *Physical Review E*, 2017, 95(2): 023113.
- [31] ZHU L H, GUO Z L. Application of discrete unified gas kinetic scheme to thermally induced nonequilibrium flows [J]. *Computers & Fluids*, 2019, 193: 103613.
- [32] LI Z H, ZHANG H X. Gas-kinetic numerical studies of three-dimensional complex flows on spacecraft re-entry[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(4): 1116-1138.
- [33] 李志辉, 蒋新宇, 吴俊林, 等. 求解 Boltzmann 模型方程高性能并行算法在航天跨流域空气动力学应用研究[J]. *计算机学报*, 2016, 39(9): 1801-1811.
LI Z H, JIANG X Y, WU J L, et al. Study on high performance parallel algorithm for spacecraft re-entry aerodynamics in the whole of flow regimes using Boltzmann model equation[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2016, 39(9): 1801-1811. (in Chinese)
- [34] SHAKHOV E M. Generalization of the Krook kinetic relaxation equation[J]. *Fluid Dynamics*, 1972, 3(5): 95-96.
- [35] SU M D, XU K, GHIDAOUI M. Low-speed flow simulation by the gas-kinetic scheme [J]. *Journal of Computational Physics*, 1999, 150(1): 17-39.
- [36] OHWADA T. Structure of normal shock waves: direct numerical analysis of the Boltzmann equation for hard-sphere molecules[J]. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1993, 5(1): 217-234.
- [37] XU K, HUANG J C. An improved unified gas-kinetic scheme and the study of shock structures[J]. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 2011, 76(5): 698-711.
- [38] SHIZGAL B. A Gaussian quadrature procedure for use in the solution of the Boltzmann equation and related problems[J]. *Journal of Computational Physics*, 1981, 41(2): 309-328.
- [39] SUN Q H, BOYD I D. A direct simulation method for subsonic, microscale gas flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 179(2): 400-425.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0244-10

有关有限差分高精度格式两个应用问题的讨论

刘君*, 韩芳

(大连理工大学 航空航天学院, 大连 116024)

摘要: 激波装配法结合有限差分高精度格式是发展全场一致高精度算法的一种途径。在对流场内的间断全部进行装配后, 对高精度格式的应用研究成为发展本算法的主要研究问题。本文将有限差分的高精度格式应用于贴体坐标系时发现, 对均匀流场, 高精度格式因不满足几何守恒律而产生的数值误差比一阶迎风格式大, 初步分析认为是由于高精度格式所用的模板比一阶格式更宽, 涉及的网格点数更多, 从而引入了更多的误差。而作者提出的基于离散等价方程的相容性算法可消除这一误差。此外, 本文在利用激波捕捉法求解正方形均匀网格上的正激波运动问题时发现因通量分裂格式的使用, 在激波处会产生随着特征线传播的非物理波动, 这一波动在激波与网格不完全匹配时表现为多维波动相互干扰的虚假“数值湍流”现象, 高精度格式的高分辨率特性使得这一现象更加明显。这是因为激波捕捉法假设激波为空间连续函数, 用于包含激波的流场时必然得到数值解表示的过渡区, 导致可信度评估困难, 使用激波装配法可以避免这一问题。

关键词: 有限差分法; 坐标变换; 高精度格式; 数值湍流; 激波装配

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0073

Discussions on two problems in applications of high-order finite difference schemes

LIU Jun*, HAN Fang

(School of Aeronautics and Astronautics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: One way to achieve high degree fidelity in the whole flow field is by developing shock-fitting methods combined with high-order finite difference schemes. After all the discontinuities in shock-embedded compressible fluid flow are assembled, the application of the high-order finite difference schemes becomes the main problem which we need to consider. It has been found that the finite difference schemes always make numerical errors under curvilinear coordinate system due to the unfulfilled geometric conservation law. Moreover, we found that the errors of high-order schemes are greater than that of first-order upwind scheme for uniform flow. The reason given in this paper is that the stencils of high-order schemes involve more mesh points than that of first-order scheme. The source-coupled algorithm based on discrete equivalence equations proposed by the authors can eliminate the errors. Besides, the problem of normal shock's motion on uniform grid is also discussed in this paper. Because of the flux splitting, two waves can be created after the moving normal shock. These two waves travel at two different characteristic velocities, and can lead to numerical turbulence when the shock does not exactly match to grid points. Since the shock-capture methods assume that shock is spatial continuous, transition regions represented by the numerical solution leads to difficulties in the credibility evaluation. Shock-fitting methods can avoid this problem.

Keywords: finite difference method; coordinate transformation; high-order finite difference schemes; numerical turbulence; shock-fitting

收稿日期: 2019-07-08; 修订日期: 2019-10-15

基金项目: 国家自然科学基金(11872144)

作者简介: 刘君* (1965-), 男, 内蒙古固阳人, 教授, 博士, 研究方向: 计算流体力学、空气动力学. E-mail: liujun65@dlut.edu.cn

引用格式: 刘君, 韩芳. 有关有限差分高精度格式两个应用问题的讨论[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 244-253.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0073 LIU J, HAN F. Discussions on two problems in applications of high-order finite difference schemes[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 244-253.

0 引言

模拟激波一直是计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)的重要研究内容, Godunov、MUSCL、TVD、ENO、WENO、WCNS 等差分格式, Steger、Van Leer、Roe、AUSM、HLLC 等通量格式, 这些被当做里程碑事件写入 CFD 教科书的研究成果大多和激波有关。近些年本课题组提出了自适应间断装配求解器(Adaptive Discontinuity Fitting solver, ADFs)^[1], 应用成熟的非结构动网格技术^[2]很好地解决了因激波运动引起的计算域空间几何变化的难题^[3-5], 通过把 R-H(Rankine-Hugoniot)关系式当作一种新的通量分裂形式在程序中实现了捕捉法和装配法的自由转换^[6], 这种方法不仅编程方便, 且应用简单的结构辨识算法就能在计算得到的流场基础上“逢山开路、遇水搭桥”很容易的完成复杂激波结构的自动装配。

在高精度格式方面, 基于体积平均思想的有限体积法(此处特指使用高斯定理把体积分转换为面积分以后建立的算法)在构建高精度格式方面存在理论上的先天不足, 国内外从事这方面算法和应用的研究者也较少^[7-8], 而有限差分方法因理论完善、操作简单而成为高精度格式发展的主要方向, 这也是本文讨论的范围。搜索“高精度格式”文献很多, 遗憾的是至今还没有哪种高精度格式能像当年 TVD 那样在学术界得到普遍认可、在工程领域被广泛使用, 目前商业软件的主流格式依然是二阶精度。在本文中, 作者针对有限差分的高精度格式在应用研究中所遇到的两个问题进行分析讨论, 探索解决的途径。每个问题论述结构相似, 先介绍研究背景、数值现象和文献综述, 然后分析讨论和提出看法, 最后是对解决问题的初步探索。

1 曲线坐标变换的误差问题

装配了激波以后流场空间形成互不重叠的相邻区域, 原则上可在多块分区拼接网格上应用高精度有限差分法求解, 但是由于激波在收敛过程中存在运动, 因此, 需要解决变形网格引起的几何守恒律问题。

早期几何守恒律用来消除因网格变形给流场引入的新误差^[9-10], 后来人们发现均匀流场在坐标变换后即使网格不发生变形也会出现误差, 为便于区分, 把前者称为体积守恒律(Volume Conservation Law, VCL), 后者称为面积守恒律(Surface Conservation Law, SCL)。从文献调研情况看, 对体积守恒律的研究主要集中于有限体积法领域^[2, 10]; 对有限差分法, 日本的 Abe、Nonomura^[11-12]团队分别于 2012 年、

2013 年提出了对称守恒度量算法及非对称守恒度量算法, 对任意线性的高阶有限差分格式具有很好的效果。近些年随着高精度格式进入应用, 对面积守恒律的研究越来越受关注^[13-16]。基于变形网格的激波装配法应用高精度格式, 两种几何守恒律都需要注意, 下面先讨论静止网格的面积守恒律。

关于曲线坐标变换以后出现的问题, 文献[17]在一阶迎风格式的基础上开展了研究, 这里主要验证其结论对高精度格式的有效性, 因此, 取同样的算例进行对比, 计算网格如图 1 所示。

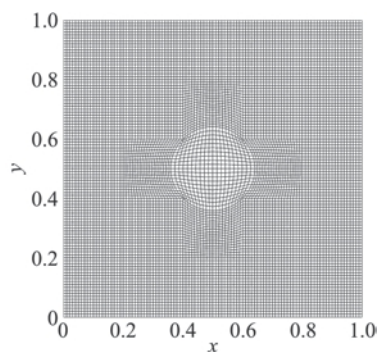


图 1 计算网格

Fig.1 Computational grids

对任意坐标系下二维 Euler 方程:

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} = 0 \quad (1)$$

通量分裂采用 VanLeer 格式, 时间推进采用 3 阶 Runge-Kutta 格式, 按照 $CFL = 0.9$ 计算时间推进步长, 计算时间 $t = 2.0$ 。通量导数计算分别选取五阶 WENO-JS^[18]、WENO-M^[19]、WENO-Z^[20]、TENO^[21] 格式, 首先计算进出口边界条件确定的超声速均匀流场, 流场初场参数 $(\rho, u, v, p) = (1.4, 2.0, 0.0, 1.0)$, 四种格式的最大残差收敛曲线如图 2 所示。图 3 为采用不同格式计算得到的密度误差分布云图, 从图中可以看出密度误差产生于网格非均匀区域, 并沿着马赫锥向下游传播。图 4 为流场参数 $(\rho, u, v, p) =$

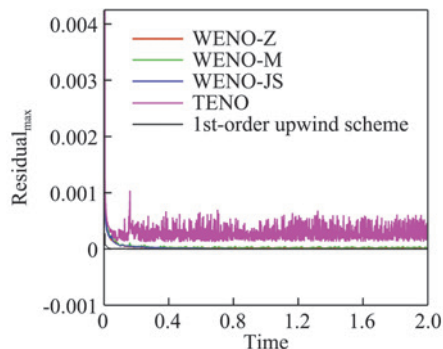


图 2 最大残差收敛曲线

Fig.2 Maximum residual convergence curves for the uniform flow with different schemes

(1.4,0.0,0.0,1.0)时的静止流场的计算结果,可以看出,边界附近并没有更大的误差。

从几何诱导均匀流场产生数值误差的问题被发现开始,CFD 研究者们对如何保持均匀流守恒性的

研究便从未停止,其中发展较为成熟的是对几何守恒律的研究。几何守恒律认为原物理坐标系下的控制方程经坐标变换后在计算坐标系下的完整形式如式(2)所示,式(2)的右端项 $S=0$ 在微分形式下自动成

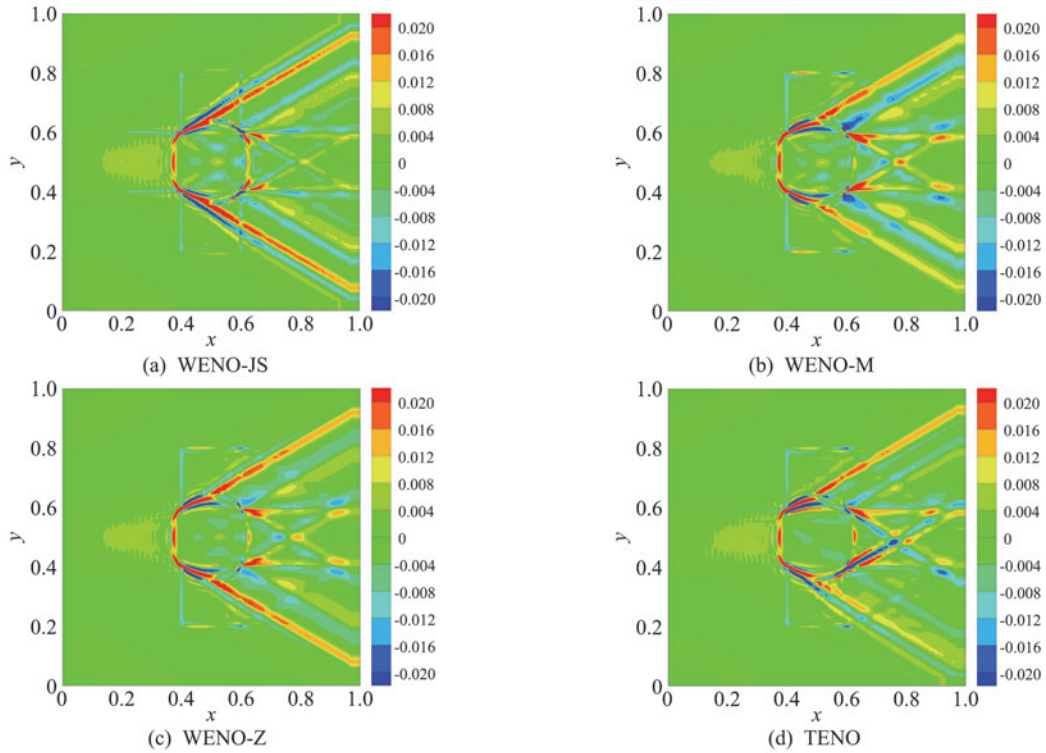


图 3 超声速流场密度误差云图

Fig.3 Contours of density error for the supersonic flow

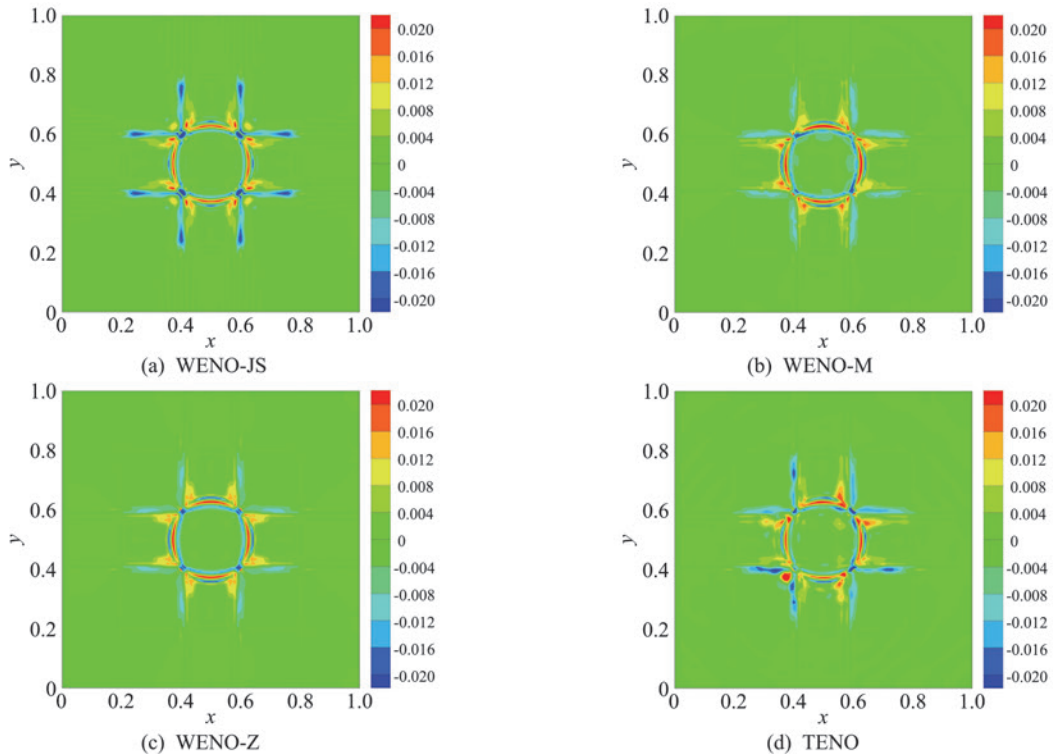


图 4 静止流场密度误差云图

Fig.4 Contours of density error for the stationary flow

立,但经过有限差分离散之后一般不再成立;离散后的 S 不为 0 是导致均匀流不能保持守恒特性的主要原因。因此,几何守恒律的研究主要是通过构造合适的坐标变换系数及坐标变换雅克比的离散格式使得 S 在离散形式下仍然能保持为 0,以式(1)作为控制方程进行数值模拟,如现今被广泛使用的由邓小刚等研究学者提出的几何守恒律的守恒计算方法(Conservative Metric Method, CMM)^[13]及对称守恒计算方法(Symmetrical Conservative Metric Method, SCMM)^[14]。此外,Cai 和 Ladeinde^[22]、Sun 等^[16]以式(2)作为控制方程在 WENO 格式上做了一系列工作,取得了很好的成果。本文的工作便是以式(2)作为控制方程进行开展的。为便于区分及表达,本文将式(1)称为离散近似方程,将式(2)称为离散等价方程。

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} = S \quad (2)$$

式中: $S = FI_x + GI_y$ 。

作者在文献[17]中提出了只要源项和对流项的离散格式相等就能满足几何守恒律的构造准则,得到方程(2)对应的半离散形式为:

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial \tau} = - \left(\frac{\tilde{F}_{i+1/2} - \tilde{F}_{i-1/2}}{\Delta \xi} \right) - \left(\frac{\tilde{G}_{j+1/2} - \tilde{G}_{j-1/2}}{\Delta \eta} \right) \quad (3)$$

其中:

$$\begin{cases} \hat{F}_{i\pm 1/2} = \hat{F}(U_{i\pm 1/2}, \xi_{x,i\pm 1/2}, \xi_{y,i\pm 1/2}, J_{i\pm 1/2}) \\ \tilde{F}_{i\pm 1/2} = \tilde{F}(U_{i\pm 1/2}, \xi_{x,i}, \xi_{y,i}, J_i) \end{cases}$$

由于采用离散等价方程和相容性准则消除坐标变换引起的误差,和几何守恒律采用构造坐标变换系数使得源项离散后仍为 0 的算法思路不同,文章发表后同行提出异议,因此在后续论文[23]中不再提几何守恒律,而是采用“离散等价方程的相容性算法”来表述。文献[23]采用算子形式证明了提出的离散等价方程相容性准则适用于任意格式,本文采用以上五阶 ENO 类格式计算均匀流场,可以完全消除图 3 和图 4 中的误差,进一步验证了上述结论的正确性。

文献[17]中给出了亚跨超声速流场的算例,定性比较误差云图,和本文的高精度格式结果非常相似,因此本文不再给出更多马赫数的计算结果,而是给出了采用一阶迎风格式时的数值模拟结果(如图 5 所示)作为对比。

对比图 3、图 4 和图 5 中相同来流条件下的计算结果,可发现在本文计算条件下,使用五阶 ENO 类

格式计算得到的误差结果比使用一阶迎风格式计算得到的误差结果高一个量级,这是个还没有看到文献报道的新现象,下面进行初步分析。

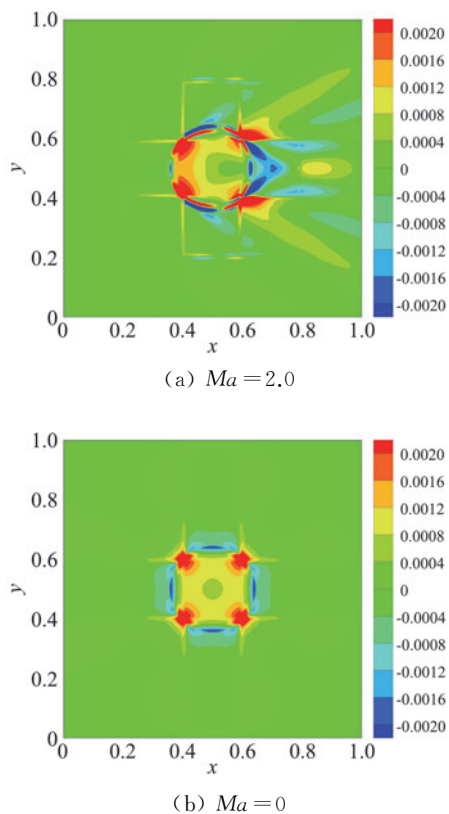


图 5 一阶迎风格式密度误差云图
Fig.5 Contours of density error for the uniform flow with the first-order upwind scheme

选取如图 6 所示 2 个网格点,以 ξ 方向为例,对离散点 x_i 的模板区域内各点的对流量进行计算,一阶迎风格的模板区域为 (x_{i-1}, x_{i+1}) ,五阶 ENO 类格式的模板区域为 (x_{i-3}, x_{i+3}) 。计算模板区域内各个点上对应的 ξ 方向的正通量,将传统 CFD 方法计算的结果记为 $(\hat{f}_{i+k}^+)_1$,采用离散等价方程的相容性算法得到的结果记为 $(\tilde{f}_{i+k}^+)_2$,在上述静止流场参数条件下,两种通量差绝对值 $|(\hat{f}_{i+k}^+)_1 - (\tilde{f}_{i+k}^+)_2| (k \in [-3, 3])$ 如图 7 所示,两种计算方法在离散点 x_i 点处通量计算结果相同。因为计算 $(\tilde{f}_{i+k}^+)_2$ 所使用的坐标变换系数固定为离散点 x_i 的,对于均匀流场各点通量值相同,通量导数为 0,因此可以保持流场的均匀性。但是,计算 $(\hat{f}_{i+k}^+)_1$ 使用当地点 x_{i+k} 的坐标变换系数,各点通量值不等,通量导数不再为 0,导致流场出现误差。从图 7 可以看出,模板越宽,计算所用的点越多,引入的误差越多,因此模板较宽的五阶 ENO 类格式比模板较窄的一阶迎风格的计算结果误差更大是合理的。

对于存在激波的流动,由于模板选择与流动参数

相关,给理论分析带来难度,只能通过数值算例进行研究。对图 1 所示计算网格,在 $x = 0.1$ 处放置一道 $Ma = 3.0$ 的正激波,给定初始计算条件为:

$$(\rho, u, v, p) = \begin{cases} (5.4, 2.222, 0.0, 10.333), & x \leq 0.1 \\ (1.4, 0.0, 0.0, 1.0), & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

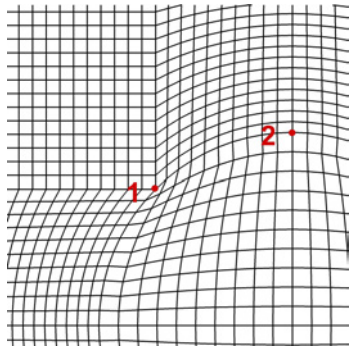
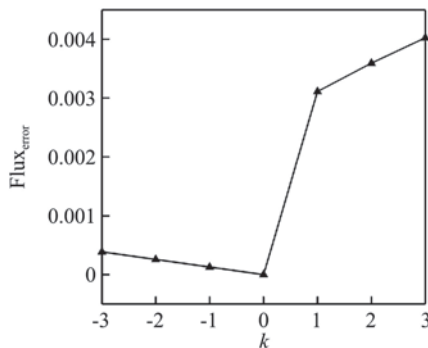
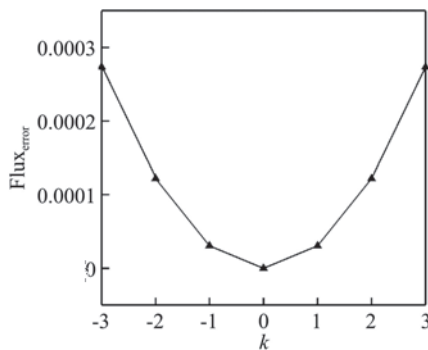


图 6 通量计算选取计算点

Fig.6 Calculation points selected for flux calculation



(a) 网格点 1



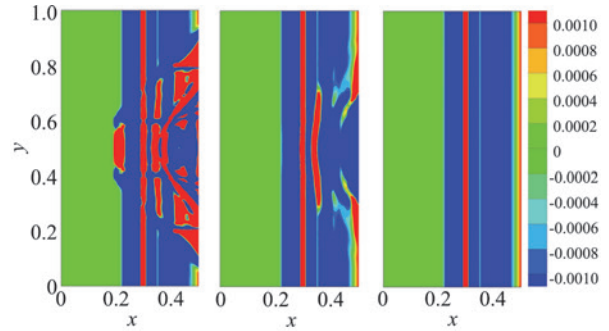
(b) 网格点 2

图 7 不同计算方法得到的对流通量差值

Fig.7 Errors of convex flux obtained by different methods

对流通量导数采用五阶 WENO-Z 格式计算,时间步长参数选取 $CFL = 0.5$,经过时间 $t = 0.25$,激波运动至 $x = 0.85$ 的位置。比较数值解和理论值的计算结果,发现在激波附近密度误差最大,因此,选择 $0 \leq x \leq 0.5$ 区域进行结果分析,密度误差采用同样幅度显示,结果如图 8 所示,其中图 8(a)是传统 CFD 方

法的计算结果,8(b)是采用离散等价方程的相容性算法得到的计算结果,图 8(c)为选择同样网格数目的正方形均匀网格的计算结果。



(a) 方法一 (b) 方法二 (c) 均匀网格

图 8 $x \leq 0.5$ 区域的密度误差云图

Fig.8 Contours of density error in the area of $x \leq 0.5$

对应云图,图 9 给出了 $t = 0.25$ 时刻沿着上下对称线 $y = 0.5$ 的密度分布曲线。三种结果在激波下游都存在明显的波动特性,从分布曲线及误差云图沿纵向的平行度来分析,采用离散等价方程的相容性算法后,误差特性更接近没有坐标变换的正方形均匀网格,表明这种算法对于存在激波的流场也是有效的。

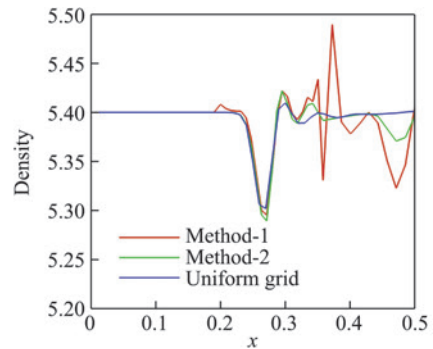


图 9 $y = 0.5$ 线上密度分布

Fig.9 Density distributions along line $y = 0.5$

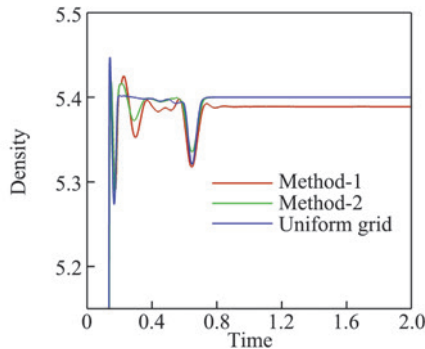
图 10 为计算区域中心点 $(x, y) = (0.5, 0.5)$ 处密度随时间变化曲线,为了更好地分辨及分析计算结果,在其局部放大图中给出一阶迎风格式的计算结果。从图中可以得到如下认识:

(1) 这种波动现象与坐标变换及格式精度无关,高精度格式的低耗散特性在维持波动向下游发展过程中比一阶格式的幅值更高、宽度更窄;

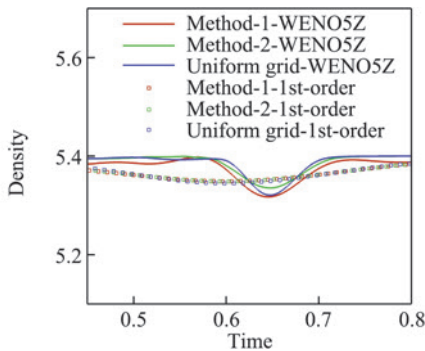
(2) 波动从下游边界离开后流场趋于稳定,收敛解存在可辨识的差异,齐次方程的高精度格式计算结果和一阶迎风接近,曲线坐标离散等价方程和正方形网格的高精度格式计算结果接近。

经过以上数值试验和理论分析,得出如下结论:对于采用模板扩展方式构造的高精度格式,在计算均匀流场时出现曲线坐标变换引起的误差比低精度格

式更大的现象,这是造成高精度格式在复杂工程应用中效果不佳的主要原因。从离散等价方程出发,采用相容性算法时使用高精度格式可以把曲线坐标变换引起的误差降低到直角坐标系量级,有效解决了高精度格式的工程应用难题。



(a) 密度分布曲线



(b) 密度分布曲线的局部放大

图 10 中心点处密度随时间变化曲线及其局部放大

Fig.10 Time-density curves at the central point and its partial enlarged drawing

2 激波捕捉法和 Riemann 分解的匹配问题

很多高精度格式的应用,例如旋涡主导的流动、湍流模拟、气动声学等,大多采用正方形均匀网格,以下算例均采用笛卡尔直角坐标系下 Euler 方程的直接离散,大部分算例是正方形网格,少量算例是长方形网格。

首先,采用正方形均匀网格考察式(4)所描述的流场,其对称线上不同时刻密度和压力的波动曲线如图 11 和图 12 所示。通过比较发现,密度曲线存在两个逐步拉开的波动,而压力曲线只有一个波动,且与密度曲线其中一个波动的位置相同。此外还给出一个阶迎风格式的计算结果,峰值基本一致,影响区域较宽,为便于分辨未标出。

选取时间 $t = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.25, 1.5$ 时的计算结果,画出波 1、波 2 的极小值位置随时间变化曲线如图 13 所示,其斜率正好是激波后流动的

两个特征速度 u_2 和 $u_2 - a_2$,这个规律的发现有助于解释波动现象的机理。

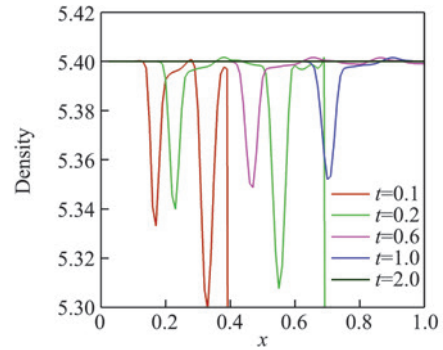


图 11 $y=0.5$ 线上密度随时间变化曲线

Fig.11 Time-varying densities along the line $y=0.5$

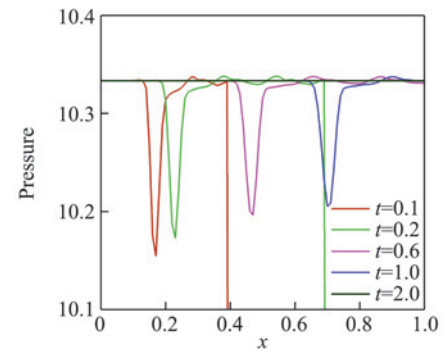
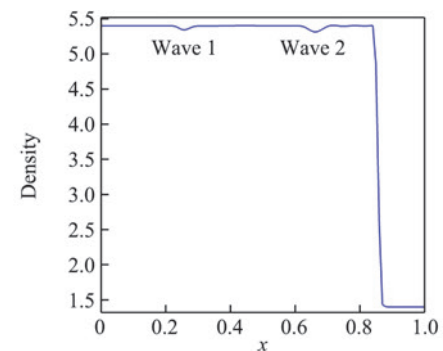
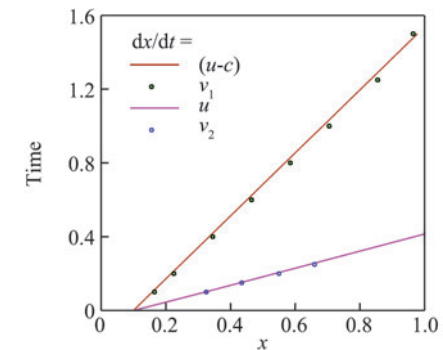


图 12 $y=0.5$ 线上压力随时间变化曲线

Fig.12 Time-varying pressures along the line $y=0.5$



(a) $t = 0.25$ 时波的位置示意图



(b) 波 1、波 2 速度分布

图 13 波后扰动的传播速度

Fig.13 Propagation velocities of these two disturbance waves after the shock

计算网格采用正方形均匀网格时,由图 8(c)看出变量沿纵向没有变化,因此对以上结果下面按照一维 Euler 方程进行理论分析。Euler 方程不考虑黏性,激波是上下游参数满足 R-H 关系式的数学间断。20 世纪 50 年代,Lax 等提出了双曲型守恒律方程的弱解理论,其中的 Reimann 分解理论能够给出 Euler 方程在任意初始流场参数下的解析式。对 CFD 建立在离散空间网格上的求解模型,将相邻网格之间物理量的差异当做间断处理可以很好地利用弱解理论来构建算法。精确 Reimann 分解存在多种结构,计算较为耗时,因此后续发展出 Steger、Van Leer、Roe、HLLC 等通量格式来近似 Reimann 分解以提高计算效率。

激波捕捉法最早是 von Neumann 提出的,他认为激波具有有限的厚度,在离散空间可以由若干网格构成的过渡区描述,因此整个流场可以采用统一的计算格式。由于激波在理论上不存在过渡区,无法评价数值解的精度,只能是定性比较,认为过渡区涉及网格点越少或者曲线斜率较大的格式精度越高。而根据 CFD 理论,即使包含激波的流场,差分格式离散后的数值解也需要满足如下修正方程:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = \sum_{n=2}^{\infty} \gamma_n \frac{\partial^n U}{\partial x^n} \quad (5)$$

以上两个理论在激波处出现了矛盾:

(1) 由于每个网格点上只能存在一个数值解,利

用捕捉法描述的间断存在过渡区,而过渡区在数学上是不存在的,依然要进行 Reimann 分解,从而产生更多的非物理结构。高精度格式采用限制器抑制过渡区内的虚假结构不发散,因此,不同格式的效果不一样(见图 3~图 5)。

(2) 初始时刻根据 R-H 关系式得到的激波本来是 Reimann 分解中的单一结构,由于不满足以上修正方程在计算过程中也会被 Reimann 分解成多个结构。把初始激波分解出来的虚假结构当做输入条件进行计算,不同格式精度的计算结果均会出现这种虚假波动现象(见图 10~图 12)。

很多时候网格和激波不能像以上算例保持完全匹配,为此,把以上正激波旋转一定角度,旋转后的激波与 x 轴的夹角记为 α ,计算初始条件为:

$$(\rho, u, v, p) = \begin{cases} (1.4, 0.0, 0.0, 1.0), & x \geq 0.07, y \leq \tan\alpha + 0.07 \\ (5.4, 2.222\sin\alpha, -2.222\cos\alpha, 10.333), & \text{else} \end{cases} \quad (6)$$

对流通量导数仍然采用五阶 WENO-Z 格式计算,通量分裂采用 VanLeer 格式,时间步长参数 $CFL = 0.5$,计算时间 $t = 0.1$ 。

选取的旋转角度不同,计算结果也不相同,计算得到的密度误差云图和涡量云图分别如图 14、图 15 所示,可以看出小的角度变化会引起非常大的流场差异。同样给出一阶迎风格式的计算结果(图 16)作为对

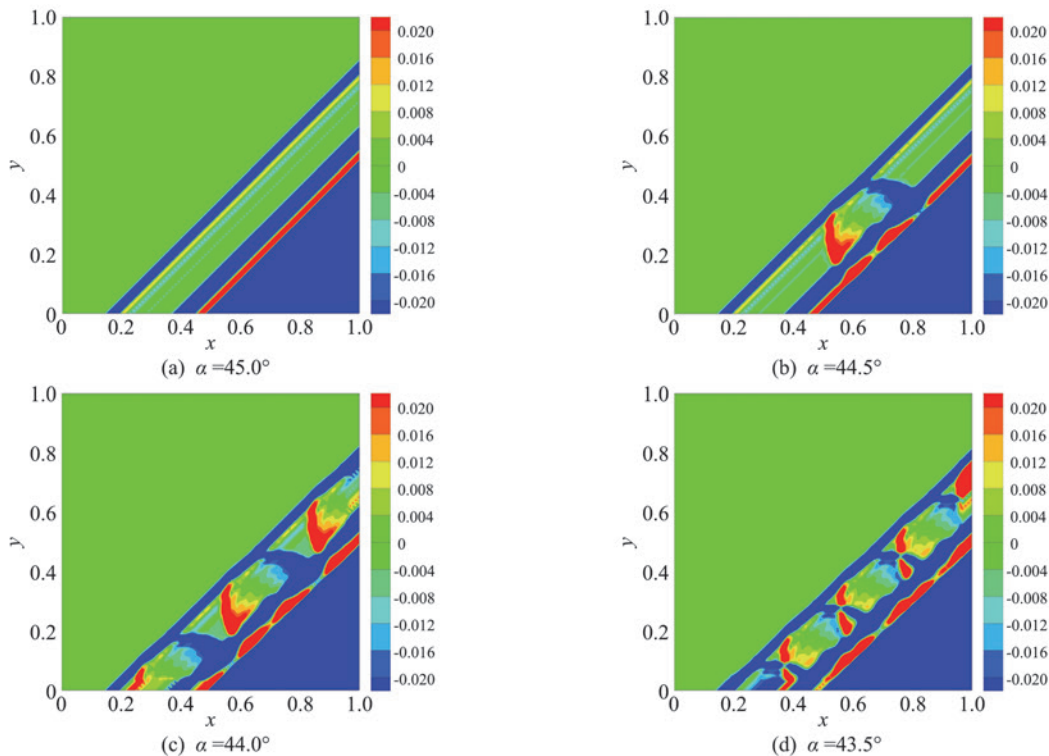


图 14 不同激波运动角度下的密度误差云图

Fig.14 Contours of density error for the shock moving problem with different inclined angles

比,除了验证以上分析结论,还发现高精度格式的高分辨率特性可以使这种虚假结构的结构更为清晰,在网格不匹配条件下相互干扰易出现虚假的“数值湍流”。

在激波捕捉法范围内只能采用网格匹配来消除这种“数值湍流”,图 17 是采用 $\Delta x \neq \Delta y$ 的长方形网格保证初始激波全部落在对角线网格点上的密度误差云图。不管定常或非定常问题,计算过程中激波都是运动的,因此要想实现激波与网格完全匹配只能采用激波装配法。

关于装配法的验证和演示算例可以参考文献[4-5],本文给出以上正激波算例的装配法计算结果来进

行简单比较。给定初始正激波位于 $x = 0.4$, 时间步长参数 $CFL = 0.5$, 运动时间 $t = 0.1$ 时计算停止, 计算过程中网格变化如图 18 所示。图 19 为分别采用传统 CFD 计算方法(方法 1)和基于离散等价方程的相容性算法(方法 2)得到的对称线 $y=0.5$ 上的密度分布曲线, 因为装配法直接采用 R-H 关系式计算激波, 初始激波不会分解出虚假结构, 激波后流动参数理论上为均匀流场的参数。图 19 的计算结果也证明了这一观点, 采用方法 1 计算时, 激波波后有因网格变换而产生的误差, 采用方法 2 后, 误差消除, 激波波后为均匀流场。

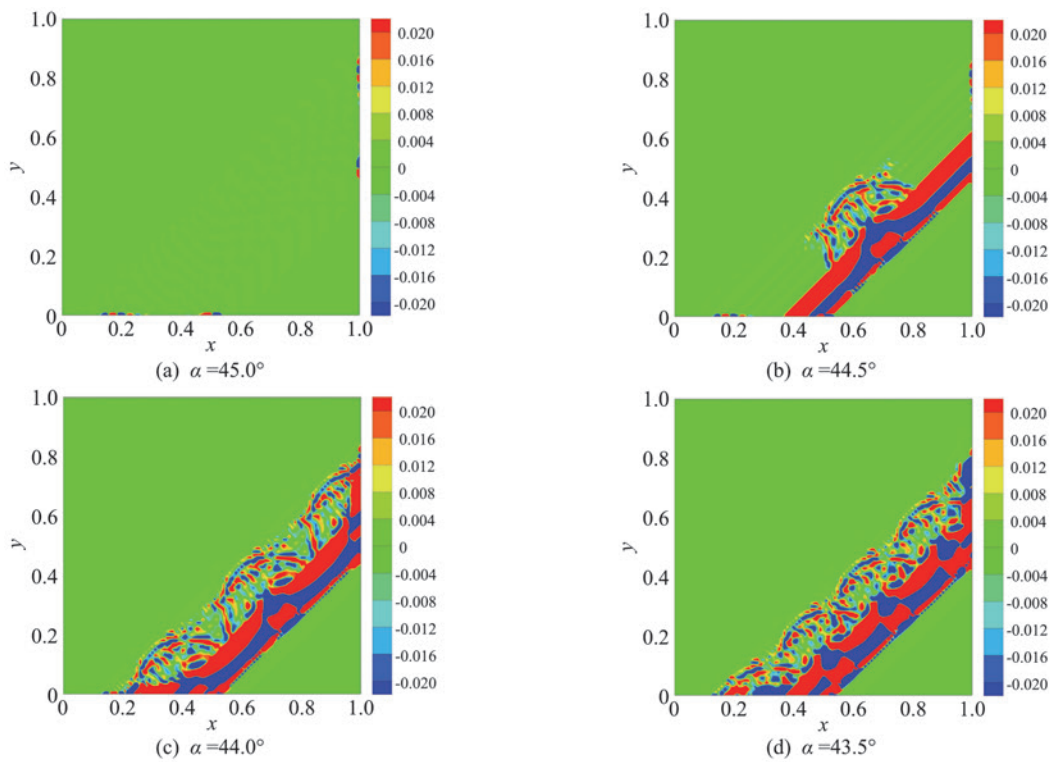


图 15 不同激波运动角度下的涡量分布云图

Fig.15 Contours of vorticity for the shock moving problem with different inclined angles

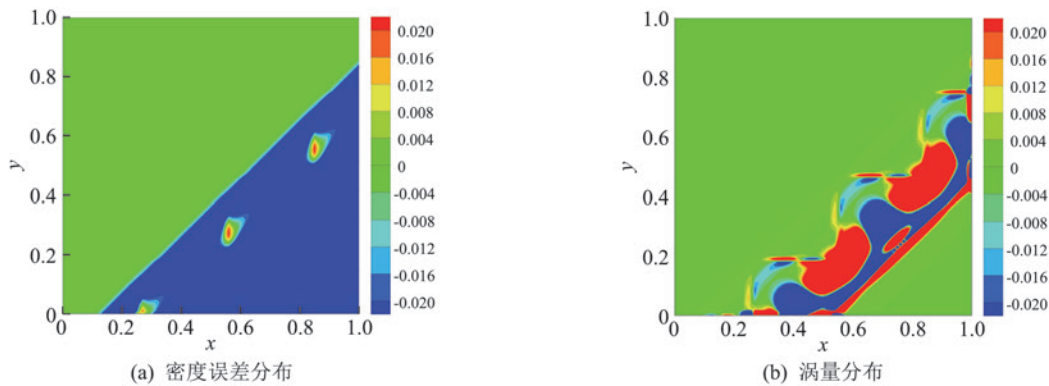


图 16 一阶迎风格式 $\alpha = 44.0^\circ$ 下时的密度误差和涡量分布云图

Fig.16 Contours of density error and vorticity for the shock moving problem at $\alpha = 44.0^\circ$ with the first-order upwind scheme

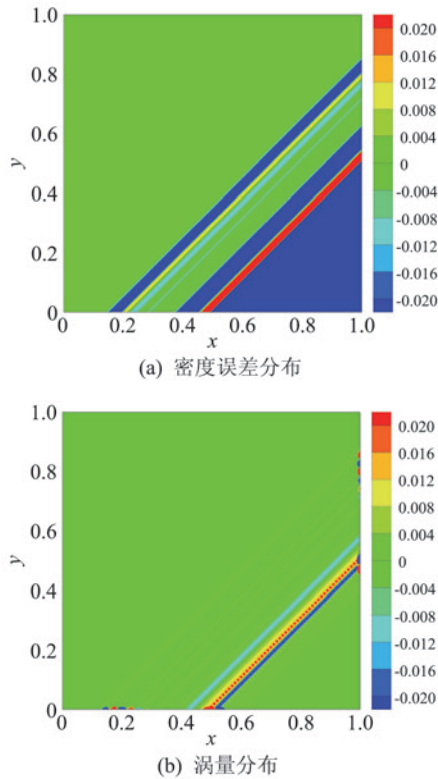


图17 网格匹配时计算得到的密度误差云图及
涡量分布云图($\alpha=44.0^\circ$)

Fig.17 Contours of density error and vorticity
for the shock matched grids ($\alpha=44.0^\circ$)

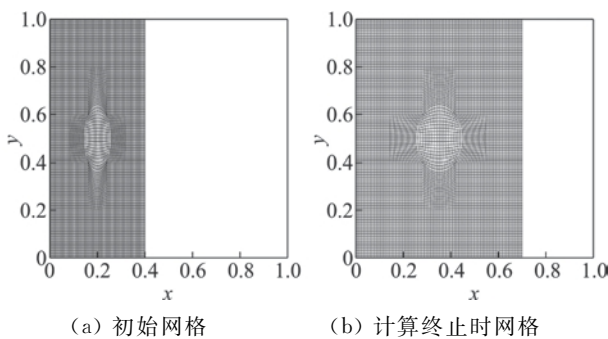


图18 激波装配计算过程中的网格变化

Fig.18 Illustration diagrams of the grid changes
during the shock-fitting process

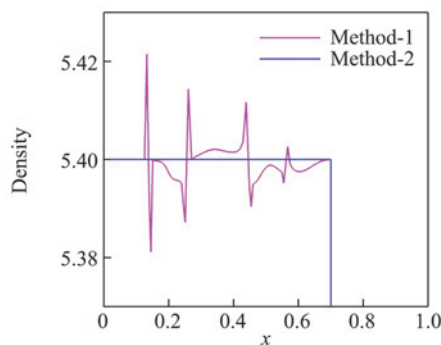


图19 $y=0.5$ 线上密度分布的局部放大图
Fig.19 Partial enlarged drawing of the density
distribution curves along the line $y=0.5$

3 结 论

(1) 有限差分格式应用于贴体坐标系时会因为不满足几何守恒律而产生数值误差,本文通过数值实验发现在同一计算条件下,对均匀流场来说,高阶格式产生的误差比一阶迎风格式要大,经过初步分析认为因为高阶格式选用的模板比一阶格式的模板涉及到的网格点更多,每个网格点上的误差叠加导致引入了更多的误差。作者提出的基于离散等价方程的相容性算法在本文中被证明对高阶格式同样具有适用性,能够消除高精度格式应用于贴体坐标系时产生的数值误差。

(2) 本文在求解正方形均匀网格上的正激波运动问题时发现,在运动激波的波后会产生两个新的波的结构,经过初步分析认为这是通量分裂格式在激波处产生的随着特征线传播的非物理波动。在二维问题中,高精度格式的高分辨特性导致在激波与网格不能完全匹配情况下多维波动相互干扰出现虚假的“数值湍流”现象,激波装配法能够很好地解决这个难题。

参 考 文 献:

- [1] 常思源, 邹东阳, 刘君. 自适应间断装配法模拟弹道靶中超声速弹丸发射[J]. 实验流体力学, 2019, 33(2): 23-29.
CHANG S Y, ZOU D Y, LIU J. Simulating hypersonic projectile launching process in the ballistic range by adaptive discontinuity fitting solver technique [J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2019, 33(2): 23-29. (in Chinese)
- [2] 刘君, 刘瑜, 陈泽栋. 非结构变形网格和离散几何守恒律[J]. 航空学报, 2016, 37(8): 2395-2407.
LIU J, LIU Y, CHEN Z D. Unstructured deforming mesh and discrete geometric conservation law [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(8): 2395-2407. (in Chinese)
- [3] ZOU D Y, XU C G, DONG H B, et al. A shock-fitting technique for cell-centered finite volume methods on unstructured dynamic meshes [J]. Journal of Computational Physics, 2017, 345: 866-882.
- [4] 刘君, 邹东阳, 董海波. 动态间断装配法模拟斜激波壁面反射 [J]. 航空学报, 2016, 37(3): 836-846.
LIU J, ZOU D Y, DONG H B. A moving discontinuity fitting technique to simulate shock waves impinged on a straight wall [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(3): 836-846. (in Chinese)
- [5] 邹东阳, 刘君, 邹丽. 可压缩流动激波装配在格心型有限体积法中的应用 [J]. 航空学报, 2017, 38(11): 139-149.
ZOU D Y, LIU J, ZOU L. Applications of shock-fitting technique for compressible flow in cell-centered finite volume methods [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(11): 139-149. (in Chinese)
- [6] MARCELLO O, RENATO P. Shock fitting: classical techniques, recent developments, and memoirs of gino moretti [M]. Springer, 2017: 131-149.

- [7] ZHANG L P, WANG Z J. A block LU-SGS implicit dual time-stepping algorithm for hybrid dynamic meshes[J]. *Computers & Fluids*, 2004, 33(7): 891-916.
- [8] LI W N, REN Y X. The multi-dimensional limiters for solving hyperbolic conservation laws on unstructured grids II: Extension to high order finite volume schemes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2012, 231(11): 4053-4077.
- [9] THOMAS P D, LOMBARD C K. The geometric conservation law—a link between finite-difference and finite-volume methods of flow computation on moving grids [C]//11th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Seattle, WA, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1978.
- [10] THOMAS P D, LOMBARD C K. Geometric conservation law and its application to flow computations on moving grids[J]. *AIAA Journal*, 1979, 17(10): 1030-1037.
- [11] ABE Y, IIZUKA N, NONOMURA T, et al. Symmetric-conservative metric evaluations for higher-order finite difference scheme with the GCL identities on three-dimensional moving and deforming meshes[J]. *Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD7)*, Big Island, Hawaii, 2012.
- [12] ABE Y, IIZUKA N, NONOMURA T, et al. Conservative metric evaluation for high-order finite difference schemes with the GCL identities on moving and deforming grids[J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 232(1): 14-21.
- [13] DENG X G, MAO M L, TU G H, et al. Geometric conservation law and applications to high-order finite difference schemes with stationary grids[J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(4): 1100-1115.
- [14] DENG X G, MIN Y B, MAO M L, et al. Further studies on geometric conservation law and applications to high-order finite difference schemes with stationary grids [J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 239: 90-111.
- [15] NONOMURA T, TERAOKADO D, ABE Y, et al. A new technique for freestream preservation of finite-difference WENO on curvilinear grid[J]. *Computers & Fluids*, 2015, 107: 242-255.
- [16] ZHU Y J, SUN Z S, REN Y X, et al. A numerical strategy for freestream preservation of the high order weighted essentially non-oscillatory schemes on stationary curvilinear grids [J]. *Journal of Scientific Computing*, 2017, 72(3): 1021-1048.
- [17] 刘君, 韩芳, 夏冰. 有限差分法中几何守恒律的机理及算法[J]. *空气动力学学报*, 2018, 36(6): 917-926.
LIU J, HAN F, XIA B. Mechanism and algorithm for geometric conservation law in finite difference method[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2018, 36(6): 917-926. (in Chinese)
- [18] JIANG G S, SHU C W. Efficient implementation of weighted ENO schemes[J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 126(1): 202-228.
- [19] HENRICK A K, ASLAM T D, POWERS J M. Mapped weighted essentially non-oscillatory schemes: Achieving optimal order near critical points[J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, 207(2): 542-567.
- [20] BORGES R, CARMONA M, COSTA B, et al. An improved weighted essentially non-oscillatory scheme for hyperbolic conservation laws[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(6): 3191-3211.
- [21] FU L, HU X Y, ADAMS N A. A family of high-order targeted ENO schemes for compressible-fluid simulations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 305: 333-359.
- [22] CAI X D, LADEINDE F. Performance of WENO scheme in generalized curvilinear coordinate systems [C]//46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. Reston, Virginia: AIAA, 2008: 36.
- [23] 刘君, 韩芳. 有限差分法中的贴体坐标变换[J]. *气体物理*, 2018, 3(5): 18-29.
LIU J, HAN F. Body-fitted coordinate transformation for finite difference method[J]. *Physics of Gases*, 2018, 3(5): 18-29. (in Chinese)

文章编号: 0258-1825(2020)02-0254-07

合成双射流控制水下圆柱绕流流动 分离数值模拟研究

李潮隆, 夏智勋, 罗振兵*, 邓雄, 杨升科, 王林

(国防科技大学 空天科学学院, 长沙 410073)

摘要:为了探究合成双射流激励器及出口射流参数对圆柱绕流流动分离的控制效果,首次对合成双射流控制水下圆柱绕流流动分离进行了数值模拟。数值计算结果显示:保持激励器出口射流振幅不变的条件下,出口射流频率等于尾迹涡脱落特征频率时,射流控制作用与绕流流场耦合效果最好,控制流动分离效果最佳;保持出口射流频率为尾迹涡脱落特征频率时,在数值计算测试范围内,随着射流振幅的增大,射流对于流场的动量掺混能力增强,控制效果也随之增强。机理分析表明:合成射流位于前驻点的控制,主要通过在前缘形成虚拟气动外型来达到减阻控制的效果;而合成射流位于后驻点的控制,主要是通过增强回流区的动量掺混来提高回流区抑制分离的能力,从而达到减阻控制的效果。

关键词:合成双射流;数值模拟;流动分离;主动流动控制

中图分类号:O355

文献标识码:A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0224

Numerical study on flow separation of underwater cylinder with dual synthetic jets actuator

LI Chaolong, XIA Zhixun, LUO Zhenbing*, DENG Xiong,

YANG Shengke, WANG Lin

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha 410073, China)

Abstract: The effect of dual synthetic jets actuator (DSJA) and jets parameters is studied on the flow separation of cylindrical surface by a two-dimensional numerical simulation. The results show that the characteristics of the simulated flow field are consistent with the theoretical and actual distribution. When the working frequency of the actuator is equal to the characteristic frequency of the wake vortices shedding with constant actuator amplitude, the control effect of flow separation is the best. Keeping the actuator frequency as the characteristic frequency, the momentum blending effect of the jet on the flow field is enhanced by increasing jet amplitude, and the control effect is also enhanced. Finally, the control mechanism of the synthetic dual jet at the front stagnation point and the back stagnation point of the cylinder is illustrated. The control effect at front stagnation mainly decreases the drag through the virtual aerodynamic shape formed by the jet; the control at back stagnation point is realized mainly through the jet forming a low pressure zone at the back edge of the cylinder to accelerate and promote the reattachment of the separation vortex to decreases the drag.

Keywords: dual synthetic jet; numerical simulation; flow separation; active flow control

收稿日期:2018-12-10; 修订日期:2019-02-15

基金项目:国家自然科学基金(11572349,11872374,11602299)

作者简介:李潮隆(1995-),男,硕士研究生,研究领域为主动流动控制。E-mail:lichao13@nudt.edu.cn

通信作者:罗振兵*(1979-),男,教授,研究领域为流动控制。E-mail:luozhenbing@163.com

引用格式:李潮隆,夏智勋,罗振兵,等.合成双射流控制水下圆柱绕流流动分离数值模拟研究[J].空气动力学学报,2020,38(2):254-259,267.
doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0224 LI C L, XIA Z X, LUO Z B, et al. Numerical study on flow separation of underwater cylinder with dual synthetic jets actuator[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 254-259, 267.

0 引言

圆柱绕流属于非定常分离流问题,该问题一直受到研究者的广泛关注,不仅因为它是流体力学领域的一个基本机理问题,更多的是它具有广泛的应用背景^[1-7]。其主要应用领域有航天航空领域、机械设计领域、桥梁建筑领域、海洋装备领域等等。对圆柱绕流加以有效的控制,可以达到增升减阻、推迟或抑制分离的效果,因此控制圆柱绕流一直是流动控制领域的重要方向。

主动流动控制技术近几十年来呈多样化发展,目前研究较为广泛的有声激励^[7-9]、电磁式激励^[10]、微吹气或微射流^[11-12]以及最新的合成射流激励^[13]等方式。从 20 世纪 90 年代中期起,合成射流作为一种新发展的主动流动控制技术,正日益深入到各个领域。Glezer^[14]首先成功研制了一种基于压电式的合成射流激励器,该激励器利用压电陶瓷片在周期性变化电压信号下的逆压电效应,将电能转化为压电陶瓷片的振动能,其工作原理如图 1 所示。压电振动膜在电信号驱动下上下振动,使得腔体内的压强呈周期性变化。当膜片向下振动时,腔体内压强降低,外界出口附近的气流会被吸入腔体;当膜片向上振动时,腔体内的气体受到压缩会在出口形成射流。气体在这种周期性吹/吸过程中,形成一系列向下游发展的涡对,最终在出口形成一股稳定的射流。

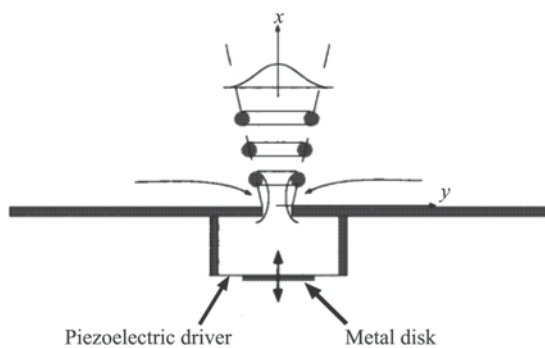


图 1 合成射流工作原理示意图

Fig.1 Schematic diagrams of synthetic jet

Krieg^[15-16]研制了一种活塞型合成射流激励器,证明了零质量射流也可以产生净推力,可用于水下推进和姿态控制。冯立好^[17]在水槽中开展了合成射流对圆柱绕流的实验研究,结论表明将合成射流放置于圆柱前后驻点位置,均可以对流动分离起到较好的控制效果。

罗振兵^[18-19]等研发的新型合成双射流激励器(DSJA)作为合成射流技术的最新发展成果,该型激

励器采用单膜双腔的结构,相比普通单腔体激励器具有能量利用率高、结构紧凑、易于小型化、环境适应能力强等突出优点。该腔体由一个滑块、一片振动膜、两个腔体构成。其工作原理与图 1 类似,如图 2 所示:压电陶瓷振动膜在电信号驱动作用下来回振动,两腔体内流体在这种膨胀/压缩交替进行过程中,于激励器两侧出口分别形成一股非定常射流 1 和射流 2,两股射流在向下游发展过程中相互作用并融合成一股新的合成射流。

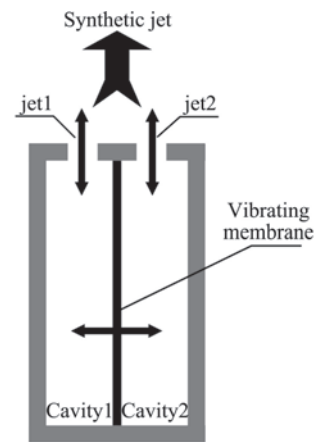


图 2 合成双射流激励器结构

Fig.2 DSJA structure

从目前研究来看,利用合成双射流技术已经在流动分离控制、矢量控制、超声速/高超超声速进气道流场控制、散热冷却、防除冰、水下仿生推进等^[20]领域开展了研究,但还未见采用合成双射流技术控制水下圆柱绕流流动分离的文献资料。由于传统的合成射流激励器应用于水下流动控制时,压载会导致振动膜失效,而合成双射流激励器环境适应能力强,单膜双腔的结构设计能够有效克服压载失效问题。本文基于合成双射流激励器,数值仿真研究了激励器出口射流频率、出口射流振幅对水下圆柱绕流流动分离的影响,为进一步拓展合成双射流应用提供依据。

1 物理模型和数值方法

1.1 物理模型

数值模拟环境为水槽内的二维圆柱绕流,其中设计实验段长 0.9 m,高 0.6 m,圆柱直径 D_h 为 0.03 m,其前缘距来流入口 0.3 m,高度为 0.3 m,圆柱足够长以保证二维的可靠性。激励器射流出口宽度为 0.001 m,来流速度为 0.0345 m/s ($Re \approx 1000$),激励器射流出口位置分别位于圆柱前、后驻点。坐标系原点定义为圆柱截面的几何中心,采用直角正交坐标系, x 轴沿来流方向向下, y 轴垂直向上,如图 3 所示。

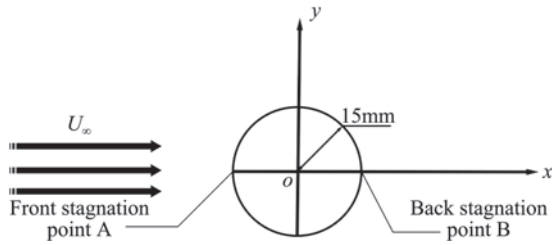


图3 物理模型
Fig.3 Physical model

1.2 湍流模型与计算方法

考虑到 DSJA 出口处会存在较大的旋涡运动和速度梯度,在保证精度较高的情况下,选用带壁面函数的重整化群(RNG) $k-\epsilon$ 湍流模型。相对于标准 $k-\epsilon$ 模型,该模型在对近壁面作适当处理后可有效模拟低 Re 的流动现象。

空间离散采用二阶迎风格式,压力-速度关联算法采用压力基的 PISO 算法,相比 SIMPLE 算法、SIMPLEC 算法,PISO 算法更加适用于非定常流计算,并且允许使用较大的时间步长,可以缩短计算时间。

1.3 网格生成与边界条件

网格划分采用 ICEM 结构化网格方法,圆柱表面附近采用 O-block 进行划分以保证较好的正交性,边界层附近等流动变化剧烈处采用加密处理以提高计算精度,计算域尺寸相比圆柱特征尺寸均高一个数量级,计算域具体划分情况如图 4 所示。

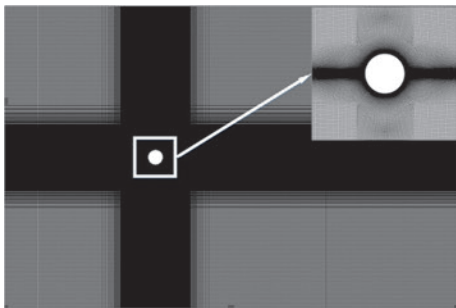


图4 计算域
Fig.4 Computational domain

计算中使用的边界条件类型有:速度入口条件(velocity inlet)、壁面条件(wall)、出流条件(outflow)。来流入口和激励器射流出口采用速度入口边界条件,设置来流入口速度为 0.0345 m/s,激励器射流出口速度采用自定义函数(见 2.1 节公式(2)),静温均为 300 K;圆柱表面采用无滑移壁面条件;考虑到计算域速度较低且计算域比圆柱特征尺寸大一个数量级以上,故出口边界采用出流条件。

1.4 理论验证和试验确认

为检验计算方法的可靠性,一方面利用冯立好等人的实验数据进行实验确认,仿真所用参数与实验条

件完全一致;另一方面,从理论角度出发,根据所给模型参数利用涡脱落公式计算理论涡脱落频率,与仿真结果进行理论验证。

根据实验工况雷诺数为 1000,此时应取斯特劳哈尔数 $St=0.21$,则涡脱落特征频率为:

$$f_0 = St \cdot \frac{v}{d} = 0.2415 \text{ Hz} \quad (1)$$

冯立好^[17]等通过对圆柱绕流的实验结果进行频谱分析,得到实验中涡脱落的频率为 0.24 Hz。

通过数值模拟,取 10 万网格量进行计算,经流场充分发展后,圆柱表面升力曲线变化如图 5 所示。

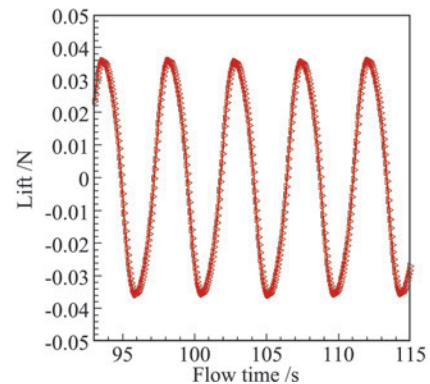


图5 圆柱表面所受升力随时间变化曲线
Fig.5 Time history of lift coefficient

由图 5 数据通过多周期平均的方式,得到数值仿真结果的涡脱落特征频率约为 0.236 Hz,在容许误差范围内,数值模拟结果与实验、理论解对比都比较吻合,表明本计算方法具有一定的可信度。

2 计算结果讨论与分析

2.1 工况设置

为了研究合成双射流激励器、射流频率、射流振幅对圆柱绕流流动分离的影响,采用控制变量的原则设置工况,如表 1 所示。其中 Case 0 为无控状态;Case 1、Case 2、Case 3 对射流频率影响进行了对比仿真;Case 1、Case 4、Case 5 对射流振幅影响进行了对比仿真。射流出口速度边界条件采用自定义函数导入 Fluent 进行计算,速度表达式设置为如下形式:

$$u(t) = A \sin(2\pi ft + \phi_0) \quad (2)$$

表1 激励器工况设置

Table 1 DSJA parameter settings

Case	Jet position	f/f_0	A/D_h
Case 0	/	/	/
Case 1	A+B	1	8.33
Case 2	A+B	0.5	8.33
Case 3	A+B	2	8.33
Case 4	A+B	1	5.33
Case 5	A+B	1	16.67

由于合成双射流激励器工作方式为单膜双腔,两股射流速度相位必然相差 180° ,故 ϕ_0 为0或者 π 。

2.2 无控状态下圆柱绕流流动特性分析

图6为无控状态(Case 0)下一个周期不同时刻的圆柱上表面的相对静压分布(以原点深度处压强为基准)。可以看出:从圆柱前缘至圆柱后缘表面压力先降低后升高,圆柱前缘压力最高是因为来流在前驻点处速度滞止;随后来流沿圆柱表面流动但未发生分离,此时由于型面变化速度不断增快而导致压强逐渐降低;当压力曲线达到最小值($\theta \approx 84^\circ$)时,此时发生了流动分离,分离后速度减小,压力曲线又开始爬升,而分离后流体在分离区内速度变化不大,因此压力上升阶段表现较为缓慢。从图6可以看出,分离最早发生于 $\theta \approx 84^\circ$ 附近,即分离发生于圆柱前缘,分离点未过圆柱上表面顶点。

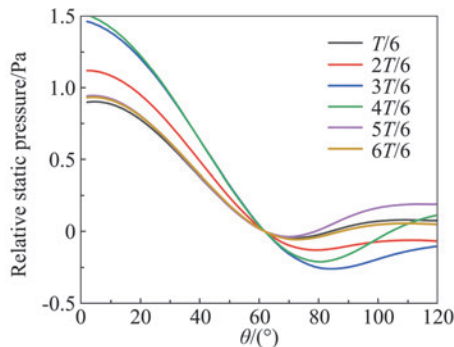


图6 圆柱上表面的相对静压分布
Fig.6 Relative static pressure distributions on the upper wall of the cylinder

2.3 合成双射流控制下圆柱绕流流动特性分析

为了探究合成双射流对圆柱绕流流动分离控制的典型影响,这里取Case 1的仿真结果进行分析。流动分离是一个非定常的变化过程,分离点也会随着时间从前向后推移直至最终分离涡脱离,为了方便比较控制效果,图7取自Case 1最靠近前缘分离时刻的速度矢量图。可以发现,加入合成射流进行主动控制后,分离发生于圆柱后缘,相比无控状态分离点($\theta \approx 84^\circ$)得到明显推迟,不仅改善了圆柱前缘的流场结构,同时还进一步提前了分离涡的再附着,这是因为在后驻点布置射流,形成的低压区域提高了圆柱后缘抗逆压梯度的能力,使得那些即将要脱落的涡在低压的诱导下又重新附着在圆柱后表面。

如果可以确定各工况分离区尺寸的相对大小,在同等来流情况下,阻力的相对大小也可以进行比较,这样就可以评判各类控制流动分离方法的效果优劣。这里主流速度为 0.0345 m/s ,首先对充分发展后多个周期的工况进行时间平均处理,之后提取流场中速

度低于主流速度 $1/3$ (这里约取 0.01 m/s)以下的区域,认定其与分离的低速区尺寸相当,显然低速的区域越大,分离区尺寸也会越大。图8是Case 1的速度时间平均云图,为方便比较,速度大于 0.01 m/s 的区域统一处理为白色。

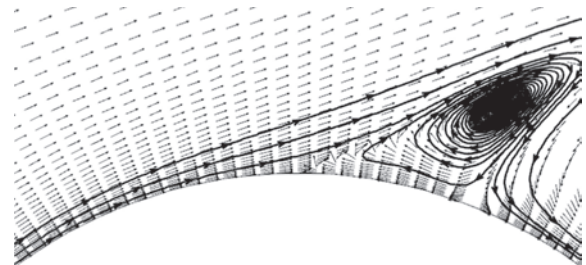


图7 圆柱分离区域的速度矢量图
Fig.7 Velocity vector of cylindrical separation domain

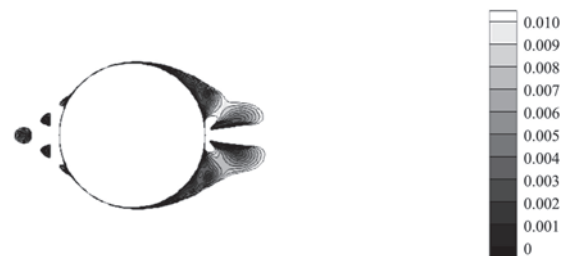


图8 Case 1 时间平均的速度云图
Fig.8 Time-averaged velocity contours of Case 1

从图8看出前驻点射流的控制作用体现在圆柱前缘形成虚拟流动外形,改善绕流型面减阻;而后驻点的控制作用体现为在靠近分离涡的区域形成低压区加速分离涡的再附,减小前后压差阻力。

2.4 出口射流频率对控制效果的影响分析

激励器出口射流频率是影响控制效果的重要参数。尾迹涡脱落的特征频率约为 0.24 Hz ,因此在数值模拟中设置了单倍频、半倍频、2倍频三种工况,分别对应Case 1、Case 2、Case 3。图9是该三种工况的时间平均的速度云图。

从图9可以看出,2倍频控制效果最差,单倍频控制效果最好。这说明在其他条件一致的情况下,并不是频率越高,动量掺混的能力就越强,对流场的控制效果就越好。结果表明,当出口射流频率等于尾迹涡脱落的特征频率时,控制效果最好。控制过程中存在激励器射流频率与尾迹涡脱落的耦合过程,如果频率一致,可以达到一种比较“理想和谐”的控制状态。频率过高会打破原流场,并且带来不利的扰动;而频率过低则吸附作用较弱,控制效果不强。

2.5 出口射流振幅对控制效果的影响分析

激励器出口射流振幅也是影响控制效果的重要

参数,其直接表现为射流动量的大小。研究中保持频率为最佳控制频率,即单倍频。振幅分别设置为 0.16 m/s、0.25 m/s、0.5 m/s,对应 Case 4、Case 1、Case 5 三种工况,图 10 为上述三种工况的时间平均的速度云图。

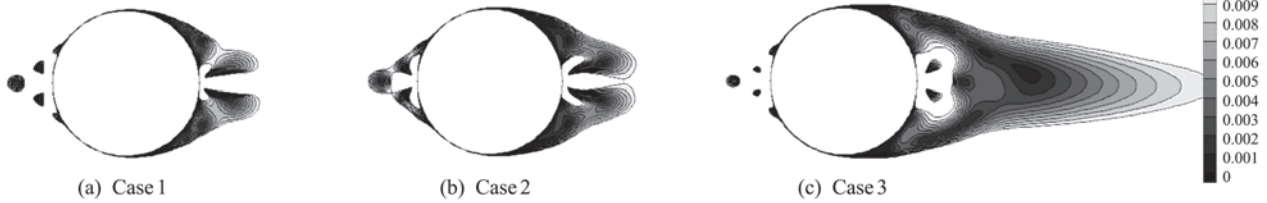


图 9 Case 1、Case 2、Case 3 时间平均的速度云图
Fig.9 Time-averaged velocity contours for Case 1, 2, and 3

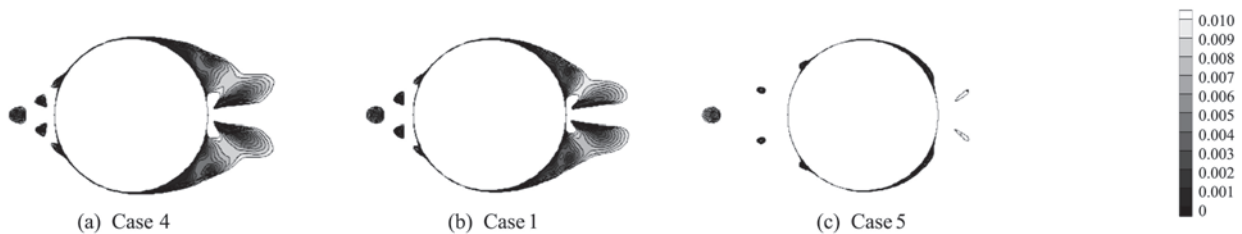


图 10 Case 4、Case 1、Case 5 时间平均的速度云图
Fig.10 Time-averaged velocity contours for Case 4, 1, and 5

2.6 合成双射流控制圆柱绕流流动分离的机理探讨

表 2 为圆柱表面所受压阻和摩阻的时间平均统计。从表中可以看出加入合成双射流控制后,圆柱表面所受压差阻力和摩擦阻力都有所减小。但是在该雷诺数下,圆柱所受阻力的主要来自于压差阻力。从 Case 1、Case 2、Case 3 可以看出,随着频率接近卡门涡脱落特征频率,压差阻力减小较多,从而总阻力也得以减小。由 Case 1、Case 4、Case 5 可以看出,在给定频率的情况下,增大射流的振幅可以明显减小阻力,这是由于随着振幅增大,射流的动量掺混能力增强,从而抑制分离的能量更多。

表 2 圆柱表面的压差阻力和摩擦阻力

Table 2 Drag of pressure and friction on cylindrical surface

Case	D_p/N	D_f/N	Total/N
Case 0	0.0202	0.0019	0.0221
Case 1	0.0153	0.0011	0.0164
Case 2	0.0172	0.0010	0.0173
Case 3	0.0186	0.0008	0.0204
Case 4	0.0169	0.0012	0.0185
Case 5	0.0146	0.0010	0.0147

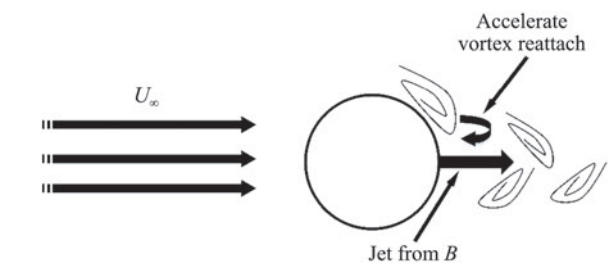
图 11 是合成双射流分别置于前后驻点控制圆柱绕流的示意图。射流出口位于前驻点,则可以通过出口射流对附近流体的卷吸作用形成一个涡对,不间断地在圆柱前缘形成虚拟气动外形改善型面,从而减小迎面来流流过圆柱表面的阻力。表 2 的统计数据结

果表明主要是减小了压差阻力。而射流出口位于后驻点,则会在靠近分离涡的区域形成一个低压区,加速分离涡的再附或抑制涡的分离,从而减小分离区尺寸,同样是通过降低前后压差阻力来达到控制效果。

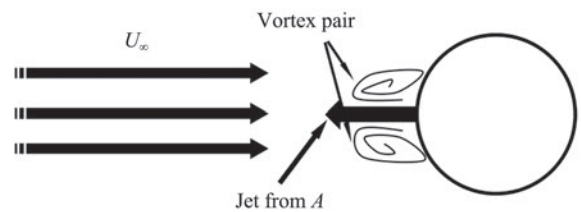
从图 10 可以看出,保持激励器出口射流频率为尾迹涡脱落特征频率条件下,随着出口射流振幅的增大,射流动量掺混的能力增强,控制流动分离的效果越好,从而流场低速区域越小,分离区域也越小,起到了较好的控制效果。

最佳频率主要的控制作用除了体现为增强动量掺混能力来抑制分离的作用之外^[21-22],本文还发现了射流频率与涡脱落同频带来的减阻增益。该减阻效

果表明主要是减小了压差阻力。而射流出口位于后驻点,则会在靠近分离涡的区域形成一个低压区,加速分离涡的再附或抑制涡的分离,从而减小分离区尺寸,同样是通过降低前后压差阻力来达到控制效果。



(a) Jet at front stagnation point A



(b) Jet at back stagnation point B

图 11 射流位于前后驻点控制过程示意图
Fig.11 Control process at the stagnation point A and B

果主要体现在后驻点射流的控制过程。如果射流与尾迹涡脱落同频率,每当涡即将要脱落时,射流刚好这时形成一个低压区又把涡给吸附到圆柱表面,从而减小压差阻力;如果射流频率过大,则后驻点的出口射流不与尾迹涡脱落同频,会把原本即将要脱落的涡冲碎形成更大的分离区,还会加大阻力,起到不利的效果;如果射流频率低于涡脱落的特征频率,此时不会打破原本的分离涡,同时还会起到一定的吸附作用,只是吸附作用比同频的射流小一些,因为同频射流对每个分离涡都可以起到吸附作用,而半倍频只能对“一半”的分离涡起到吸附作用。

对于射流振幅的影响探究,把射流频率设置为最佳控制频率下研究,这样才能保证频率对绕流控制只会起到好的控制效果,否则后缘涡的破碎有可能是振幅过大或者频率不适应涡脱落导致的。当固定频率为最佳频率时,对振幅的影响因素探究才是单变量研究。随着振幅的增大,射流对流场的动量掺混能力增强,可以更加快速地形成更低压强的区域,增大对分离涡的吸附作用。数值模拟结果也表明,固定激励器工作频率为涡脱落特征频率时,在振幅变化一定范围内,随着振幅的增大,控制效果越强。

3 结 论

文章研究了合成双射流的流动控制特性以及激励器出口射流参数对圆柱绕流流动分离控制效果的影响,通过比较各工况分离区尺寸相对大小来评判流动分离的控制效果,得到以下结论:

(1) 相比无控状态下的圆柱绕流,加入合成双射流激励器进行主动流动控制可以改善前缘迎流型面和加速后缘分离涡的再附,同时减小摩擦阻力和压差阻力。

(2) 在保持激励器出口射流振幅不变的情况下,出口射流频率越接近尾迹涡的脱落频率,射流扰动与原绕流流场的耦合效应越好,控制流动分离的效果越好。

(3) 保持激励器出口射流频率为尾迹涡特征频率,出口射流振幅在一定变化范围内,随着振幅的增大,射流对流场的动量掺混能力增强,控制绕流流动分离的效果越好。

(4) 初步探究了合成双射流控制圆柱绕流流动分离的机理:前后驻点不论是通过形成虚拟气动外形还是增强回流区的动量掺混,都主要是通过减小前后压差阻力来达到控制效果。

参 考 文 献:

- [1] REHMAN N M A, KUMAR A, SHUKLA R K. Influence of hydrodynamic slip on convective transport in flow past a circular cylinder[J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2017, 31(3): 251-280.
- [2] GAO D L, CHEN W L, LI H, et al. Flow around a circular cylinder with slit[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2017, 82: 287-301.
- [3] JIANG H Y, CHENG L, AN H W. On numerical aspects of simulating flow past a circular cylinder[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2017, 85(2): 113-132.
- [4] LIU Y G, FENG L H. Suppression of lift fluctuations on a circular cylinder by inducing the symmetric vortex shedding mode[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2015, 54: 743-759.
- [5] PASIOK R, STILGER-SZYDŁO E. Sediment particles and turbulent flow simulation around bridge piers[J]. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 2010, 10(2): 67-79.
- [6] 尹纪富, 尤云祥, 李巍, 等. 电磁力控制湍流边界层分离圆柱绕流场特性数值分析[J]. *物理学报*, 2014, 63(4): 044701-15. YIN J F, YOU Y X, LI W, et al. Numerical analysis for the characteristics of flow control around a circular cylinder with a turbulent boundary layer separation using the electromagnetic force[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(4): 044701-15. (in Chinese)
- [7] 程霄翔, 赵林, 葛耀君. 高超临界雷诺数区间内二维圆柱绕流的实测研究[J]. *物理学报*, 2016, 65(21): 232-247. CHENG X X, ZHAO L, GE Y J. Field measurements on flow past a circular cylinder in transcritical Reynolds number regime [J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(21): 232-247. (in Chinese)
- [8] 董宇飞, 魏中磊, 徐诚, 等. 钝圆柱体分离流动声振控制的实验研究[J]. *空气动力学学报*, 1999, 17(2): 130-140. DONG Y F, WEI Z L, XU C, et al. Experimental investigation of control of a separated shear layer of a blunt circular cylinder by means of an acoustic forcing[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 1999, 17(2): 130-140. (in Chinese)
- [9] BLEVINS R D. The effect of sound on vortex shedding from cylinders[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, 161: 217.
- [10] KALRA C, ZAIDI S, ALDERMAN B, et al. Magnetically driven surface discharges for shock-wave induced boundary-layer separation control[C]//45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Reston, Virginia: AIAA, 2007.
- [11] 叶楠, 程克明, 顾蕴松, 等. 微吹气前体非对称涡控制[J]. *航空学报*, 2016, 37(6): 1763-1770. YE N, CHENG K M, GU Y S, et al. Forebody asymmetric vortex control with microblowing [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(6): 1763-1770. (in Chinese)
- [12] BERNHARDT J E, WILLIAMS D R. Proportional control of asymmetric forebody vortices[J]. *AIAA Journal*, 1998, 36(11): 2087-2093.
- [13] 罗振兵, 夏智勋. 合成射流技术及其在流动控制中应用的进展[J]. *力学进展*, 2005, 35(2): 221-234. LUO Z B, XIA Z X. Advances in synthetic jet technology and applications in flow control[J]. *Advances in Mechanics*, 2005, 35(2): 221-234. (in Chinese)
- [14] SMITH B L, GLEZER A. The formation and evolution of synthetic jets[J]. *Physics of Fluids*, 1998, 10(9): 2281-2297.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0260-08

Φ1 m 高超声速风洞小滚转力矩测量技术

赵俊波, 梁彬*, 付增良, 张旭, 张石玉

(中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘要: 为了满足再入飞行器的不断发展需求, 准确测量再入过程中烧蚀作用所产生的小量级滚转力矩, 本文在近年来小口径高超声速风洞中再入飞行器小滚转力矩测量技术研究工作基础上, 创新改进以气浮轴承为核心建立的低阻尼自由滚转测量试验技术, 利用传统试验数据处理方法结合飞行动力学仿真等多种设计和数据分析手段, 最终实现大口径高超声速风洞高马赫数、大迎角条件下多个状态点的再入飞行器试验模型滚转气动力矩精细化测量。风洞试验结果表明, 试验系统工作稳定可靠, 试验数据完善、合理, 能够为再入飞行器的相关设计工作提供重要依据。

关键词: 再入飞行器; 小滚转力矩; 气浮轴承; 测量技术

中图分类号: V211.78

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0089

Measurement technique for micro rolling moments based on Φ1 m hypersonic wind tunnel

ZHAO Junbo, LIANG Bin*, FU Zengliang, ZHANG Xu, ZHANG Shiyu

(China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074, China)

Abstract: With the development of re-entry vehicle, accurately measuring the micro rolling moments generated by ablation is increasingly required. In this paper, a low damping free-rolling measurement technique based on gas bearing is presented. This technique which was applied to Φ1 m hypersonic wind tunnel based on the innovation and improvement of corresponding work in small-scale hypersonic wind tunnel. The micro rolling moments can be well deducted and analyzed with multiple test design and data processing method, including the traditional data processing method and flight dynamics simulation technology. The related re-entry vehicle model tests were conducted in Φ1 m hypersonic wind tunnel with series test conditions, especially at high angle of attack and high Mach number. The reasonable and reliable test results show the robustness of the proposed testing system, which can provide support for the related design work of re-entry vehicle.

Keywords: re-entry vehicle; micro rolling moments; gas bearing system; measurement technique

0 引言

再入飞行器再入过程中由于气动烧蚀和侵蚀的作用, 气动外形呈现小不对称特征, 从而产生较小量级的滚转力矩。在此小量级滚转力矩作用下, 当飞行

器滚转速率与俯仰速率接近时易发生滚转共振现象, 极大降低飞行性能^[1-2]; 当飞行器滚转速率接近零时, 将导致落点精度下降^[3]; 同时也可能由于配平迎角过大而产生过大的横向过载, 带来结构强度方面的问题。如何准确地测定此小量级滚转力矩, 为再入

收稿日期: 2018-04-25; 修订日期: 2018-08-17

作者简介: 赵俊波(1979-), 男, 博士, 高级工程师, 研究方向: 风洞特种试验技术。E-mail: zjbo503@sina.com

通信作者: 梁彬*(1987-), 男, 博士, 高级工程师, 研究方向: 风洞特种试验技术。E-mail: zippolb@163.com

引用格式: 赵俊波, 梁彬, 付增良, 等. Φ1 m 高超声速风洞小滚转力矩测量技术[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 260-267.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0089 ZHAO J B, LIANG B, FU Z L, et al. Measurement technique for micro rolling moments based on Φ1 m hypersonic wind tunnel[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 260-267.

飞行器的滚控设计提供依据显得尤为重要。

但是,由于烧蚀产生的外形小不对称所引起的滚转力矩非常小,平均滚转力矩系数低至 $10^{-6} \sim 10^{-5}$ 量级,波动量低至 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 量级,所以测量难度非常大,传统静态天平测量方法难以满足要求。针对小滚转力矩试验测量的这一难点,国内外作出了一定的研究工作^[3-14]。在研究早期,Williams^[4]以圆锥模型等作为研究对象,试验给出了烧蚀的产生和变化结果,并采用直接测量方式确认了烧蚀产生的滚转力矩作用。随着测量技术的不断发展,为了对小滚转力矩进行精确测量,其中一种思路是固定天平测量法,对测量天平进行结构优化,提高滚转力矩量的测量精度。如蒋忠东等^[5]、王树民等^[6]采用气浮轴承与固定天平相结合的方式,天平仅受到滚转力矩量的作用,避免了天平强度和灵敏度间的矛盾,实现了固定姿态模型的小滚转静力矩系数测量。刘明霞等^[7]、于卫青等^[8,9]、秦永明等^[10]利用滚珠轴承、简支梁等机构对测量天平进行结构改进,抑制其他五个测量单元干扰的同时减小摩擦阻尼对滚转力矩单元的影响,从而达到提高滚转力矩测量灵敏度的目的。Wang 等^[11]采用复合式结构,在提高滚转力矩量测量的同时兼顾了其他分量的测量。另一种思路是自由滚转测量法,如白葵等^[12]利用基于气浮轴承的自由滚转试验方法,实现了平均小滚转气动力矩系数和滚转阻尼力矩系数测量。赵俊波等^[13-14]在基于气浮轴承系统试验技术的基础上,进一步获取了滚转静力矩的周期性动态波动量。

由于设备条件所限,上述针对再入飞行器小量级滚转力矩系数测量试验研究工作均在 $\Phi 0.5\text{ m}$ 量级高超声速风洞中展开,且各自具有一定的局限性:固定天平测量方式测量精度较低,且不能兼顾滚转阻尼力矩系数的测量;传统气浮轴承自由滚转测量方式试验迎角范围较小,最大迎角约 6° 。随着对再入战略武器有效突防要求的不断提高,再入飞行器型号的不断创新发展,研制过程中出现了大口径风洞、大迎角范围试验测量的迫切需求,随之出现气动载荷增加、模型转动惯量增大等问题以及一系列衍生技术难题。

本文在近年来 $\Phi 0.5\text{ m}$ 量级风洞以气浮轴承为核心建立的低阻尼自由滚转测量试验技术的研究工作^[13-14]基础上,针对大口径风洞进行了试验系统的优化改进和创新,发展了 $\Phi 1\text{ m}$ 高超声速风洞再入飞行器小滚转气动力矩测量试验技术,并完成试验模型高马赫数、大迎角条件下多个状态点的小滚转力矩精细化测量试验研究。

1 试验系统

$\Phi 1\text{ m}$ 高超声速风洞再入飞行器小滚转气动力矩测量试验系统如图 1 所示,主要由风洞、气浮轴承、测控系统和模型构成,其中气浮轴承和测控系统是试验系统的主要组成部分。

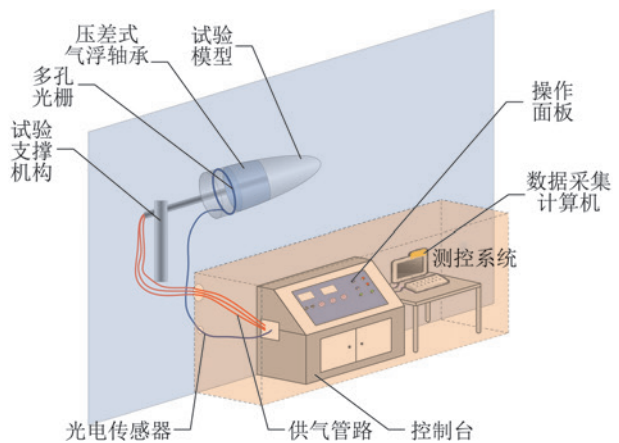


图 1 再入飞行器小滚转力矩测量试验系统

Fig.1 Measurement system for micro rolling moments of re-entry vehicle

风洞试验前,首先对气浮轴承供气使其正常工作,同时利用轴承中的涡轮将轴承转子和与转子固连的模型驱动至试验所需转速,然后开始进行风洞试验。在试验吹风过程中测量系统采集模型转速变化过程数据,最后通过试验数据辨识获得模型滚转力矩和滚转阻尼力矩系数。

1.1 风洞

本文研究工作在中国空气动力研究与发展中心超高速空气动力研究所的 $\Phi 1\text{ m}$ 高超声速风洞(FD-30)中进行。风洞喷管出口直径 1 m ,采用高压下吹真空抽吸的运行方式,试验马赫数范围为 $4 \sim 10$,具有运行参数范围宽、运行时间长、口径大等优点,利于特种试验的开展^[15-16]。

1.2 压差式气浮轴承

气浮轴承作为试验系统的核心设备,优点在于摩擦阻尼极小,能够在小量级滚转力矩的测量中将摩擦阻尼的干扰最大程度降低,但抗载荷能力较弱。当风洞口径较大时,缩比模型尺寸增大使得风洞试验中有量纲气动载荷成倍增加,气浮轴承抗载荷能力不足造成旋转不畅、卡死等问题,甚至损坏气浮轴承,导致试验失败。因此在大口径风洞中进行试验,需要气浮轴承具有较好的抗载荷能力。本文在传统气浮轴承的基础上进行了优化改进,设计加工了适用于 $\Phi 1\text{ m}$ 高

超声速风洞、具有较好抗载荷能力的大尺寸压差式气浮轴承。

压差式气浮轴承实物在风洞中安装照片如图 2 所示。基本原理如图 3 所示,由于气浮轴承转子和定子之间缝隙约为 0.05 mm,供气后形成一层合适的薄空气膜,因此轴承阻尼极低。轴承内部气膜面分为前后气膜面和周向气膜面,保证了转子的浮起和轴向、周向定位。

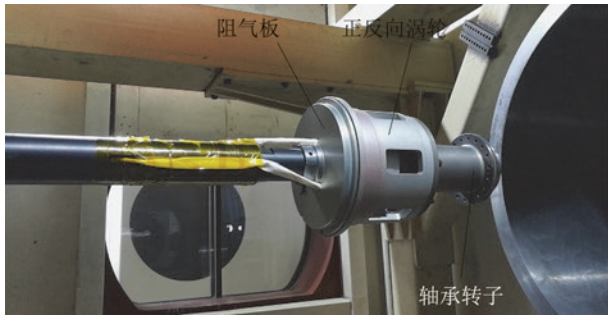


图 2 压差式气浮轴承

Fig.2 Photo of differential pressure gas bearing

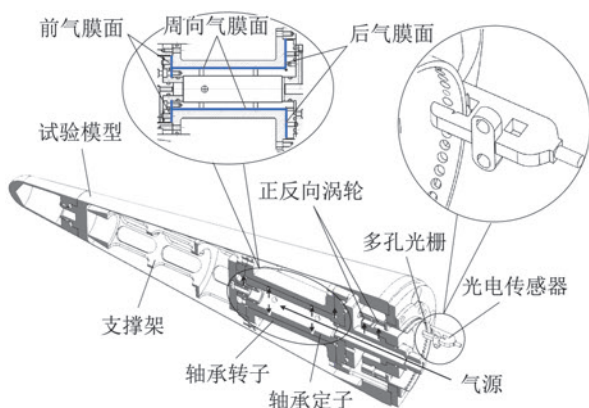


图 3 压差式气浮轴承原理

Fig.3 Principle of differential pressure gas bearing

压差式气浮轴承充分利用模型内腔增大的空间,增加了轴承内部气膜总面积,提高气浮轴承的抗法向载荷能力。同时,将前后气膜面设计为前小后大,利用前后气膜面气浮面积差异带来的压差(图 3),进一步提高轴承的抗轴向载荷能力。表 1 中给出了传统气浮轴承与大尺寸压差式气浮轴承的性能对比。表 1 中可以看到,两种气浮轴承转速下降速率近似,阻尼性能无明显差别。压差式气浮轴承的承载能力远高于传统气浮轴承,特别是轴向承载能力优势明显。同时由于轴承整体和气膜面尺寸的增大,压差式气浮轴承的供压需求也相应增大,但可用供压压力范围较小。原因在于供压压力较小时不足以支持转子正常浮起工作,而供压压力较大时前后气膜面面积差异带来的压力差使得在无风测试状态下对转子产生较大

的向前作用力,造成前气膜面变薄,超出理想工作范围。这里需要说明的是,由于气浮轴承为精密器件,超负荷运转、抱死、磕碰等行为极易造成内部气膜接触面损伤,导致性能下降甚至损坏。为保护气浮轴承,性能测试时未进行重复性测试,且未试探其临界工作状态,测试结果仅为单次近似结果。同时,无风测试状态和风洞试验状态下气浮轴承工况存在差别,性能测试仅具有对比定性和初步分析作用,并非风洞试验时的实际工作性能。但是,在风洞试验前进行气浮轴承无风状态性能测试非常关键,不仅能够估算气浮轴承承载、阻尼、供压范围等基本性能,为风洞试验提供重要参考;还能起到试验前的系统调试作用,及时发现和解决异常现象,确保风洞试验顺利开展。

表 1 传统式与大尺寸压差式气浮轴承性能对比

Table 1 Comparison of properties of different gas bearing

	尺寸 /mm	供压 /MPa	转速下降速率 /($r \cdot \text{min}^{-2}$)	轴向承载 /N	法向承载 /N
传统式	$\Phi 104 \times 172$	0.4~0.7	61	440	470
大尺寸 压差式	$\Phi 160 \times 270$	0.7~0.82	78	590	540

另外,轴承后端安装了可以进行正、反向气流驱动的涡轮机构,通过对气路的控制能够方便的对模型转向和转速进行控制。同时,针对以往研究中出现的风洞低压或近似真空环境下气浮轴承承载能力下降的问题,在气浮轴承中新设计了阻气装置,尽量减弱外界环境对轴承性能的影响(图 2)。同时,由于整体尺寸的增大,对气浮轴承的加工精度提出了更高要求。

1.3 测控系统

如图 1 所示,测控系统硬件设备主要包括多孔光栅和光电传感器、供气管路、控制柜和数据采集计算机等。测控系统主要实现气路的控制和试验数据的采集功能,其工作原理与文献[13]类似,本文简述如下:中压气源经控制柜分三路分别实现气浮轴承内部气膜供气和正反向涡轮驱动。多孔光栅和试验模型均固定于轴承转子上,试验时多孔光栅和模型随转子旋转,而固定于定子上的光电传感器保持不动。光电传感器根据和光栅间相对运动生成电压信号,并由数据采集计算机采集(图 1)。其中,光栅孔对应低电压信号(约 0 mV),反之为高电压信号(约 5000 mV)。根据信号采集频率、光栅孔间隔角度等系统信息,可通过电压信号计算获得模型转动角速度随时间的变化(图 4)。

在前期 $\Phi 0.5$ m 风洞自由滚转测量试验技术的研究工作^[13-14]中,完成了对模型转速变化曲线周期性波动规律的测量,但并未对模型滚转角位置进行精确

定位和测量。为了满足再入飞行器日益增长的设计需求和试验技术发展需求,本文测控系统中光栅进行了改进,准确获取了试验中模型滚转角的位置变化信息。采用了 1 个较小的光栅孔作为模型滚转角度定位,起到标识作用。如图 4 所示差异化多孔光栅机构,宽度较小的光栅孔与模型对称面之间相对位置已知。试验过程中通过追踪小光栅孔的位置实现模型对称面方位的辨识,从而实现气动力测量与模型滚转位置的精确匹配。标识孔的标识作用可在原始电压数据上轻易识别标志点位置,进而在模型转速变化曲线上对模型滚转角位置进行一一对应标识(图 4)。除标识孔外,光栅板共有 72 个孔,每孔角度间隔为 5° 。

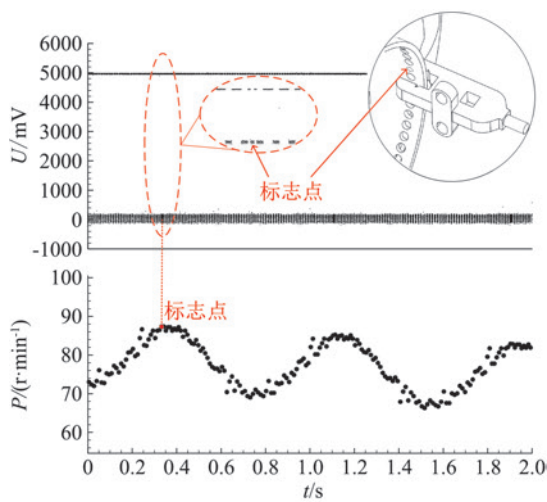


图 4 多孔光栅和原始电压信号
Fig.4 Grating and original voltage signals

1.4 试验模型

根据风洞喷管堵塞比要求以及气浮轴承尺寸等限制,确定本文试验模型缩比和尺寸。本文中所采用的研究对象为自主设计的非轴对称再入飞行器模型,底部直径 200 mm,模型示意图如图 5 所示。为达到准确测量再入飞行器烧蚀作用造成的小滚转力矩的研究目的,试验模型分为无烧蚀外形和烧蚀外形。

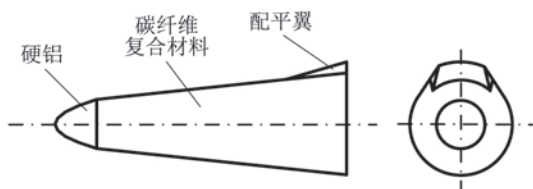


图 5 模型示意图
Fig.5 Sketch of model

本文中,由于风洞口径和模型尺寸较大,若采用钢、铝等常用材料进行加工,模型滚转转动惯量大增,将严重影响试验结果的气动参数辨识,无法保证预期试验效果(详细分析和结果见 2.2 节)。因此,

为了避免高超声速风洞中高温等恶劣条件对模型造成的损伤,同时兼顾试验模型滚转转动惯量较小的设计要求,模型后部主体材料为碳纤维复合材料整体编织,头部材料为硬铝。

为计算无量纲滚转气动力参数,必须对模型滚转转动惯量进行测量。由于试验过程中模型与气浮轴承转子固连,实际滚转转动惯量为试验模型和气浮轴承转子转动惯量之和。本文采用附加质量法^[3]对模型和气浮轴承转子的滚转转动惯量进行准确测量,测量结果如表 2 所示。

表 2 滚转转动惯量测量结果

Table 2 Measurement results of rolling moment of inertia

	轴承转子	无烧蚀模型	烧蚀模型
$I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.018 36	0.009 56	0.009 10

2 试验原理和性能预估

2.1 试验原理

根据以往的研究结果^[13],再入飞行器基本外形的不对称及再入烧蚀造成的小不对称导致滚转静力矩随滚转角变化而变化,传统将小滚转力矩系数视为常数的气动建模方法无法精细化描述小不对称滚转力矩的周期性变化情况,首先应建立能够合理描述滚转静力矩周期性变化的滚转运动控制方程模型:

$$I \frac{dP}{dt} - C_{IP}qsD \frac{D}{v} P - (\bar{C}_{I_0} + A \sin\phi)qsD = 0$$

(1)

其中: P 为模型转速, I 为模型滚转转动惯量, D 为模型底部直径, v 为来流速度, q 为来流动压, s 为模型底部面积, C_{IP} 为滚转阻尼力矩系数, \bar{C}_{I_0} 为滚转静力矩系数, A 为滚转静力矩周期性波动幅值, ϕ 为模型滚转角位置。该气动模型在前期的研究^[13]中已得到工程估算和试验结果的验证。

在气动力建模的基础上,利用最小二乘法结合动力学仿真分析方法,采用打靶法不断迭代接近试验曲线,设立合理的判据,最终获得滚转气动力矩的平均量和动态变化量。详细的数据辨识方法和流程与文献^[13]一致,本文不再赘述。该数据分析技术在进行数据辨识和分析的同时还能对试验结果进行有效验证,监测试验异常现象。模型转速随时间变化的结果中,体现了风洞试验曲线和数据分析仿真模拟曲线的一致性,将在后文试验结果与分析中给出。

2.2 试验系统性能预估

在大口径风洞中进行试验时,随着风洞口径和模型尺寸增大,模型滚转转动惯量和有量纲气动载荷等参数与小口径风洞试验相比有明显区别,结合模型转

速、来流动压等其他影响模型转动运动试验条件的综合作用下,模型转速变化曲线特征相应发生改变。风洞试验时,若各因素设计或选择不合理,将造成模型转速变化曲线可辨识度降低,直接影响试验的测量能力和精度。

为了在 $\Phi 1\text{ m}$ 高超声速风洞中进行有效的试验,保证试验曲线的可辨识度,特别是精确测量和辨识滚转静力矩系数波动幅值和任意周向角位置的滚转静力矩系数,本文研究中在试验方案设计阶段创新引入了试验系统的性能预估,进一步指导完成系统优化设计。主要方法是通过动力学仿真手段在试验前期进行了仿真模拟试验。根据仿真结果综合分析了滚转转动惯量、模型转速、来流动压和气动载荷等多种因素与试验曲线可辨识度间关系,最终给出了综合性性能预估结果。

图6中显示了以动压 16.2 kPa 时为例,仿真分析结果给出的模型-转子系统转动惯量、模型转速与转速波动幅度间关系。其中,转速波动幅度直接决定了试验模型转速变化曲线中滚转静力矩系数周期性变化量的可辨识度,根据以往的研究结果,设定转速波动幅度 3.5 r/min 为试验曲线可辨识区域下限。如图6所示,模型-转子系统转动惯量和模型转速越低,越有利于试验曲线的辨识,即滚转静力矩系数周期性变化量的辨识和测量。其物理原因如下:转动惯量和转速较低时,滚转运动控制方程(1)中惯性项 $I \frac{dP}{dt}$ 和阻尼力矩项 $C_{lr}qsD \frac{D}{v}P$ 较小、静力矩项 $(\bar{C}_{l0} + A\sin\phi)qsD$ 相对较大,因此滚转静力矩系数波动幅值 A 更容易在转速曲线变化中以波动形式明显体现。但转速较低时由于滚转阻尼力矩作用的降低,模型转速下降缓慢、变化范围缩小,会在一定程度上影响滚转静力矩系数平均值和滚转阻尼力矩系数

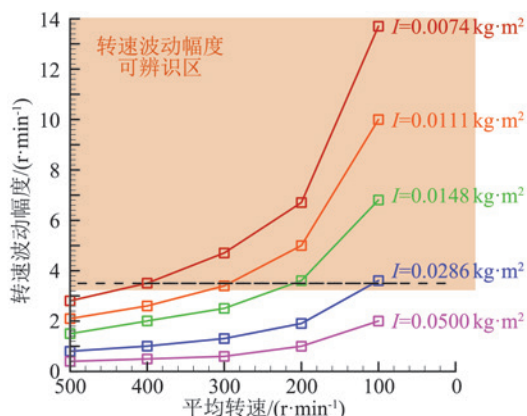


图6 试验性能预估结果

Fig.6 Prediction of test performance

的最小二乘法辨识精度。同理,试验来流动压的变化也会带来类似的影响:来流动压增高,有利于各滚转力矩系数的辨识,但气动载荷增大至一定程度将损害气浮轴承的稳定工作性能,导致试验失败。

综合考虑上述分析结果,在大口径风洞中进行试验,选择合理的试验条件和方案尤其重要,试验系统的性能预估和优化设计是必不可少的关键环节。首先如1.4节所述,在选取合适的模型缩比基础上,采用轻质的碳纤维复合材料作为模型加工的主要材料,同时调整模型内部结构分布,在保证结构强度、模型实际滚转轴心与气浮轴承转心重合的前提下最大限度降低模型转动惯量(表2)。同时,风洞试验时,对试验动压和转速测量范围进行了合理选择,大部分状态点分为高、低多个转速测量段分别进行试验,兼顾了滚转静力矩系数平均值、滚转阻尼力矩系数与滚转静力矩系数周期性变化量的有效辨识。

最终,风洞试验表明,试验现象和试验结果与前期性能预估结果完全一致,试验方案合理有效,试验中不仅保证了滚转静力矩系数平均值和滚转阻尼力矩系数的准确测量,还成功对任意周向角位置的滚转静力矩系数瞬时量进行了测量和辨识,对转速测量范围的合理分配也显著减少了风洞试验次数,提高了风洞试验效率。试验结果将在后文中详细列出和分析。

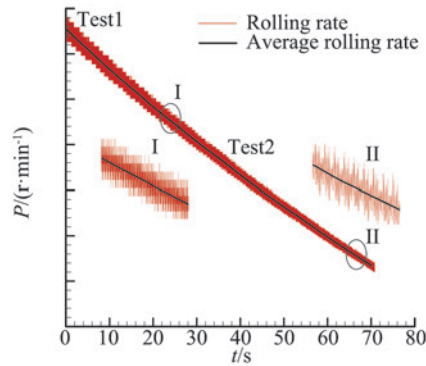
3 试验结果与分析

本文研究中,试验马赫数 $Ma = 6.0$,试验迎角 $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$,来流动压 $q = 16.2\text{ kPa}$,来流速度 $v = 900\text{ m/s}$ 。试验时模型角速度变化范围约为 $500 \sim 50\text{ r/min}$ (包括高、低转速车次)。

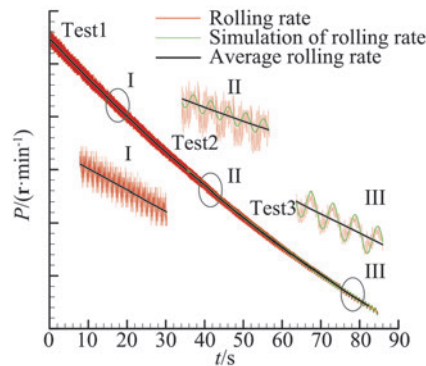
图7以无烧蚀外形模型为例显示了典型试验状态下各车次的模型转速变化曲线、平均转速变化曲线和仿真转速变化曲线(便于对比,仿真曲线仅在转速波动明显时给出)。图中可见:同试验状态下不同转速段模型转速变化规律一致,试验具有良好的重复性和连续性。

图7中结果可以看到,当迎角为零时(图7(a)),因滚转静力矩系数无周期性变化,故转速变化曲线上无论高、低转速范围均未出现转速波动现象,此时数据辨识时认为滚转静力矩系数波动幅值 A 为零值。当迎角不为零时(图7(b,c)),在模型转速较低的范围,均可在转速变化曲线上明显体现出滚转静力矩系数周期性变化所造成的转速波动现象,且迎角越大、转速越低,转速波动就越明显、越有利于滚转静力矩系数变化量的辨识,试验现象如前文2.2节所述,与前期试验性能预估一致。因此数据处理获取滚转静

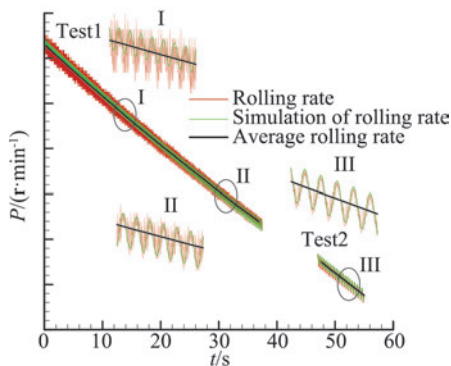
力矩系数波动幅值 A 时,采用较低转速范围的结果进行辨识。烧蚀外形模型的试验结果相似。



(a) $\alpha = 0^\circ$



(b) $\alpha = 2^\circ$



(c) $\alpha = 10^\circ$

图 7 无烧蚀外形模型转速变化曲线

Fig.7 Time courses of rolling rate of model of non-ablation shape

图 8 至图 10 中给出了无烧蚀外形和烧蚀外形模型各试验状态下平均滚转静力矩系数 \bar{C}_{l0} 、滚转阻尼力矩系数 C_{lp} 和滚转静力矩系数周期性波动幅值 A 的辨识结果。可见同一状态不同转速范围内 \bar{C}_{l0} 和 C_{lp} 结果基本一致,进一步验证了试验良好的重复性和可靠性。另外,如 2.2 节试验系统性能分析,转速下降变化越快,越有利于 \bar{C}_{l0} 和 C_{lp} 的数据辨识。因此,对于 \bar{C}_{l0} 和 C_{lp} ,初始转速较高、下降较快转速范围的辨识结果具有更高的可信度。

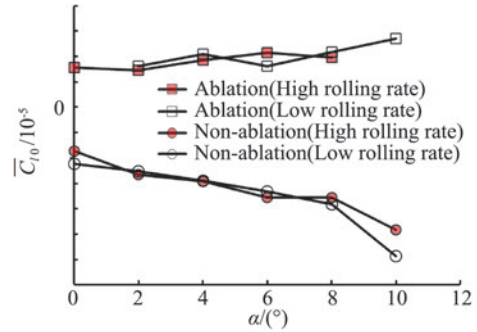


图 8 平均滚转静力矩系数 \bar{C}_{l0} 变化曲线

Fig.8 Experimental results of average rolling-moment coefficient \bar{C}_{l0}

首先分析平均滚转静力矩系数 \bar{C}_{l0} ,如图 8 所示,由于无烧蚀外形和烧蚀外形各迎角状态下均不存在滚转舵偏作用,理论上模型旋转一周后各滚转角位置滚转力矩相互抵消, \bar{C}_{l0} 为零,但由于模型安装误差、碳纤维模型加工误差、数据处理中最小二乘拟合误差等实际因素,试验结果中平均滚转力矩 \bar{C}_{l0} 为一小量级数,约为 10^{-5} 量级,属于试验的系统误差,且试验迎角越大,系统误差越明显,但并不影响本文研究对象和试验范围的数据结果有效性。

其次分析滚转阻尼力矩系数 C_{lp} 。图 9 可见,所有试验状态中 C_{lp} 均起到了阻碍滚转运动的作用。迎角变化和烧蚀作用对 C_{lp} 无明显影响, C_{lp} 量值约为 10^{-3} 。

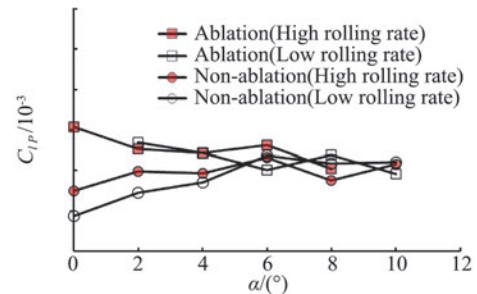


图 9 滚转阻尼力矩系数 C_{lp} 变化曲线

Fig.9 Experimental results of roll-damping moment coefficient C_{lp}

接下来分析滚转静力矩系数的周期性波动变化规律。滚转静力矩系数随滚转角以正弦函数变化,其波动幅值 A 可描述其波动特征。如图 10 所示,无烧蚀外形和烧蚀外形滚转静力矩系数周期性波动幅值 A 随迎角增大而增大,结果合理、符合基本气动规律。烧蚀作用造成的滚转静力矩系数周期性波动更为明显,同一迎角下烧蚀外形的波动幅值 A 量值比无烧蚀外形稍大。在获得 \bar{C}_{l0} 和 A 的基础上,可得到滚转静力矩系数 C_{l0} 在不同滚转角位置的瞬时量。图 11 以无烧蚀外形为例显示了 C_{l0} 随模型滚转角变化的周期性变化规律。

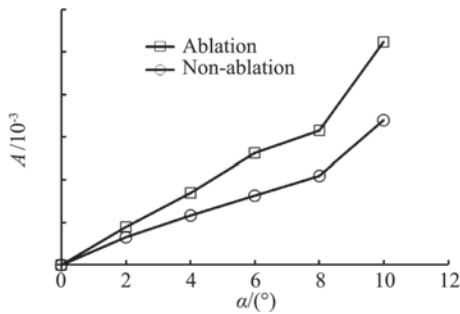


图 10 滚转静力矩系数波动幅值 A 变化曲线
Fig.10 Experimental results of rolling-moment coefficient amplitude A

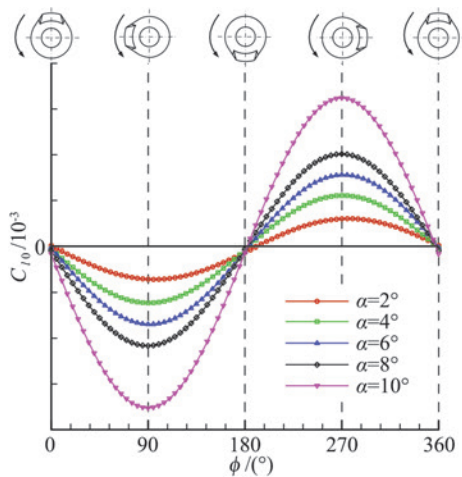


图 11 无烧蚀外形 C_{l_0} 随滚转角变化曲线

Fig.11 Experimental results of C_{l_0} of non-ablation shape

4 结论

在近年来 $\Phi 0.5$ m 量级高超声速风洞小滚转力矩测量试验技术研究工作基础上,本文针对大口径风洞进行了试验技术的优化改进和创新,最终研究结果表明:

(1) 本文中应用于 $\Phi 1$ m 高超声速风洞的小滚转气动力测量技术通过对模型和试验系统的优化改进,解决了风洞口径增大带来的气动载荷增加、模型转动惯量增大等问题以及一系列衍生技术难题。试验技术测量精度高,试验系统性能稳定可靠,最大试验迎角达到 10° ,实现了大迎角、高载荷的 $\Phi 1$ m 高超声速风洞试验能力。

(2) 作为大口径风洞中试验实施的关键环节,创新引入了试验系统的性能预估,为试验方案优化设计提供了重要依据,并最终得到了风洞试验的验证。试验现象和结果与预估结果完全一致,试验方案合理有效,极大提高了试验效果和效率。

(3) 试验结果符合基本气动特性规律,各滚转气动力矩系数均得到了准确测量和辨识。试验模型受

烧蚀作用的气动影响在试验中也得到了有效测量:滚转静力矩系数周期性波动幅值随迎角增大而增大;迎角一致时烧蚀外形的滚转静力矩系数变化幅度比无烧蚀外形稍大。

致谢:感谢李潜研究员、毕志献研究员、秦永明研究员以及中国航天空气动力技术研究院空气动力实验与工程应用研究所科技处在本文工作开展过程中给予的指导与帮助,同时感谢中国空气动力研究与发展中心超高速空气动力研究所 FD-30 风洞运行组在试验过程中的配合与支持。

参 考 文 献:

- [1] GLOVER L S, HAGEN J C. The motion of ballistic missiles [R]. AD731662, 1971.
- [2] 蔡金狮,董能力. 再入弹头滚转共振概率估算[J]. 宇航学报, 1995, 16(1): 1-7.
- [3] CAT J S, DONG N L. Roll resonance probability prediction for re-entry vehicle[J]. Journal of Astronautics, 1995, 16(1): 1-7.
- [4] 付光明,冯明溪. 小不对称弹头滚转气动阻尼试验[R]. 北京:北京空气动力研究所, 1996.
- [5] FU G M, FENG M X. Experiment for rolling aerodynamic damping of slight asymmetric re-entry body [R]. Beijing: Beijing Institute of Aerodynamics, 1996. (in Chinese)
- [6] WILLIAMS E P. Experimental studies of ablation surface patterns and resulting roll torques[J]. AIAA Journal, 1971, 9(7): 1315-1321.
- [7] 蒋忠东,赵忠良,王树民,等. 高超声速风洞小滚转力矩测量技术研究[J]. 航空学报, 2001, 22(6): 486-490.
- [8] JIANG Z D, ZHAO Z L, WANG S M, et al. Research on the measurement techniques for micro-rolling-moment in a hypersonic wind tunnel[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2001, 22(6): 486-490.
- [9] 王树民,谢斌,刘伟. 带气浮轴承的小滚转力矩气动天平的研制[J]. 流体力学实验与测量, 2002, 16(1): 94-98.
- [10] WANG S M, XIE B, LIU W. The development of the wind tunnel balance measuring for tiny roll moment with gas bearing [J]. Experiments and Measurements in Fluid Mechanics, 2002, 16(1): 94-98.
- [11] 刘明霞,田锋,杨辉. 带五分量抑制机构的高精度滚转力矩测量技术[J]. 实验流体力学, 2013, 27(5): 71-74.
- [12] LIU M X, TIAN F, YANG H. A high-precision rolling moment measuring technique of five components restraining system[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2013, 27(5): 71-74.
- [13] 于卫青,解亚军,刘高计,等. 小量程滚转力矩天平设计[J]. 弹箭与制导学报, 2013, 33(6): 125-128, 132.
- [14] YU W Q, XIE Y J, LIU G J, et al. The design of a novel micro-scale roll moment balance [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2013, 33(6): 125-128, 132.
- [15] 于卫青,刘高计,袁先士,等. 微量滚转力矩天平测量技术研究[J]. 弹箭与制导学报, 2015, 35(1): 107-110, 117.
- [16] YU W Q, LIU G J, YUAN X S, et al. The study of measurement technology of micro-scale roll moment balance [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2015, 35(1): 107-110, 117.
- [17] 秦永明,田晓虎,董金刚. 无翼/舵布局导弹小载荷滚转力矩测量研究[J]. 弹道学报, 2014, 26(2): 48-51.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0268-06

激波加热超声速燃烧室直连式试验台喷管中的 化学非平衡流动

翟小飞^{1,*}, 张扣立², 白菡尘¹, 李国志²

(1. 中国空气动力研究与发展中心 高超声速冲压发动机技术重点实验室, 绵阳 621000;
2. 中国空气动力研究与发展中心 超高速空气动力研究所, 绵阳 621000)

摘要:为了开展飞行马赫数 8 和 9 的超燃冲压发动机直连式试验研究, 将中国空气动力研究与发展中心的 FD-14 激波风洞改造成了激波加热超声速燃烧室直连式试验台。设计了两组喷管, 喷管出口马赫数为 3.5 和 4.5, 分别用于模拟飞行马赫数 8 和 9 的超燃冲压发动机燃烧室入口气流条件。采用 Park、Gupta、Dunn/Kang 三种纯空气化学反应动力学模型, 对马赫数 3.5 及马赫数 4.5 喷管中的化学非平衡流动进行了数值模拟研究, 并对三种纯空气化学反应模型进行了比较分析。研究表明: 在喷管收缩段, N_2 和 O_2 的离解效应显著, 而在喷管扩张段, N 原子和 O 原子的复合效应更加显著; 马赫数 3.5 及马赫数 4.5 喷管出口的 NO 摩尔分数分别为 2.3%~2.57% 和 4.8%~6.0%, O 原子摩尔分数分别为 0.04%~0.11% 和 0.75%~1.25%, N 原子摩尔分数几乎为零; 在喷管扩张段, 流动为典型的“冻结流”; 三种化学反应模型中, 采用 Gupta 模型时 O_2 和 N_2 的离解程度最大, 相应生成的 NO 及 O 原子含量更高, 但是三个反应模型计算获得的各个组分在喷管内部及喷管出口截面的分布规律是一致的。

关键词:激波加热; 直连式试验台; 喷管; 化学非平衡流动; 离解

中图分类号: O642.1

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0100

Chemical nonequilibrium flow in nozzle of a supersonic combustor direct-connected test bed with shock heating

ZHAI Xiaofei^{1,*}, ZHANG Kouli², BAI Hanchen¹, LI Guozhi²

(1. Science and Technology on Scramjet Laboratory of China Aerodynamics Research and
Development Center, Mianyang 621000, China;

2. Hypervelocity Aerodynamics Institute of China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: In order to carry out direct-connected tests of scramjet with flight Mach number 8 and 9, the shock tunnel named FD-14 of China Aerodynamics Research and Development Center was reconstructed to be a supersonic combustor direct-connected test bed with shock heating. Two nozzles were designed for the direct-connected test bed and their outlet Mach numbers are 3.5 and 4.5, which can simulate the combustor entrance conditions of scramjet with flight Mach number 8 and 9, respectively. Using three different chemical reaction models of pure air developed by Park, Gupta and Dunn/Kang, chemical nonequilibrium flows in Mach number 3.5 and 4.5 nozzles are studied by numerical simulation. Besides, differences between the three chemical reaction models are compared and analyzed. Calculation results indicate that, in contraction section of the two nozzles, dissociations of N_2 and O_2 are obvious, but in expansion section of the two nozzles, recombinations of N and O are more remarkable. On the outlet planes of Mach number 3.5 and 4.5 nozzles, mole fractions of NO are respectively 2.3%~2.57% and 4.8%~6.0%, mole fractions of O are respectively 0.04%~0.11% and 0.75%~1.25%, and mole

收稿日期: 2018-05-13; 修订日期: 2018-07-11

基金项目: 高超声速冲压发动机技术重点实验室基金项目(STS/MY-ZY-2015-003)

作者简介: 翟小飞*(1982-), 男, 陕西宝鸡人, 博士, 助理研究员, 研究方向: 超燃冲压发动机燃烧组织技术. E-mail: zhaixiaofei0@126.com

引用格式: 翟小飞, 张扣立, 白菡尘, 等. 激波加热超声速燃烧室直连式试验台喷管中的化学非平衡流动[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 268-273. doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0100 ZHAI X F, ZHANG K L, BAI H C, et al. Chemical nonequilibrium flow in nozzle of a supersonic combustor direct-connected test bed with shock heating[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 268-273.

fractions of N are both nearly zero. In the expansion section of two nozzles, the flows are freezing. Among three chemical reaction models, the dissociation degrees of O_2 and N_2 are maximum by using Gupta chemical reaction model, which leads to the maximum mole fractions of NO and O on nozzle outlet. However, distribution laws of each component are same in nozzles and on outlet planes of nozzles acquired from three chemical reaction models.

Keywords: shock heating; direct-connected test bed; nozzle; chemical nonequilibrium flow; dissociation

0 引言

当前,超燃冲压发动机研究和发展的一个重要方向是研究飞行马赫数 7 以上的超燃冲压发动机技术。在这方面,美国、澳大利亚等国已经开展了广泛的数值计算、风洞试验及飞行试验研究^[1-3]。相比之下,国内前些年致力于马赫数 4~7 飞行范围的冲压发动机技术攻关,针对马赫数 7 以上飞行条件的超燃冲压发动机技术研究很少,因此急需开展这方面的研究工作。

当飞行器飞行马赫数在 7 以上时,自由来流的总温很高(达 2500 K 以上),因此,为了开展马赫数 7 以上的超燃冲压发动机地面试验研究,需要能够提供高焓值条件的试验设备,比如激波风洞。当模拟马赫数 7 以上的飞行条件时,激波风洞喷管入口温度很高,喷管中的纯空气将发生离解反应及复合反应等一系列化学反应,这些化学反应过程将对喷管出口的气流温度、压力及组分浓度等参数产生影响。

对于高焓激波风洞喷管中的化学非平衡流动,Kaneko 和 Schramm 等均进行了研究。Kaneko 等^[4]采用 5 组分(N_2 、 O_2 、N、O、NO)17 反应纯空气化学反应模型,对高焓激波风洞启动过程中喷管中的化学非平衡过程进行了计算。Schramm 等^[5]对德国宇航中心高焓激波风洞喷管中的化学非平衡流动进行了数值计算。该喷管用来模拟飞行高度 28 km、飞行马赫数 7.4 的工况。计算时采用了 Gupta 的 5 组分 17 反应纯空气化学反应模型。国内,中科院力学所的周凯等^[6]分别选择 Dunn/Kang 的 5 组分 17 反应、11 组分(N_2 、 O_2 、N、O、NO、 N_2^+ 、 O_2^+ 、 N^+ 、 O^+ 、 NO^+ 、 e^-)31 反应热平衡及 5 组分热非平衡模型,对比研究了 3 种不同热化学反应模型对双楔试验模型数值模拟结果的影响,评估了超高速流动模拟时热化学反应模型的适用范围。此外,曾明^[7]对高焓激波风洞流场中的非平衡效应进行了数值模拟研究。

上述研究工作均是针对自由射流式激波风洞喷管中的化学非平衡流动展开研究,且大多采用单一的纯空气化学反应模型。本文将本单位现有的自由射流式激波风洞改造成了直连式试验台(试验台模拟的飞行马赫数为 8 和 9),对直连式试验台喷管中的化

学非平衡流动进行了研究,定量获得了喷管内部及出口各个组分的分布规律,从而为燃烧室中的燃烧过程研究提供了依据。此外,将对文献中典型的三种纯空气化学反应模型 Park 模型^[8]、Gupta 模型^[9]及 Dunn/Kang 模型^[10]进行对比研究。

1 激波加热超声速燃烧室直连式试验台

为了开展飞行马赫数 8 和 9 的超燃冲压发动机直连式试验研究,对中国空气动力研究与发展中心的 FD-14 激波风洞进行了改造,改造后的激波加热超声速燃烧室直连式试验台如图 1 所示。试验台由激波管、喷管、燃烧室、转接段及真空箱等组成。设计了两组喷管,喷管出口马赫数为 3.5 和 4.5,分别用于模拟飞行马赫数 8 和 9 的超燃冲压发动机燃烧室入口气流条件。该直连式试验台模拟的飞行条件如表 1 所示,其中 Ma_e 为喷管出口马赫数, Ma_∞ 为飞行马赫数, H 为飞行高度。

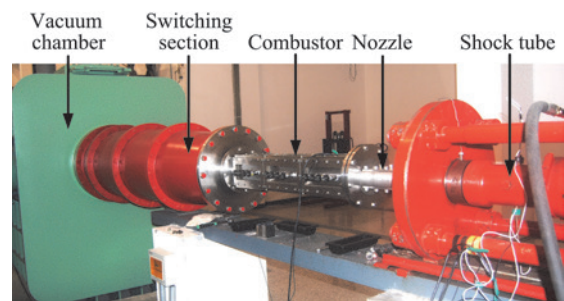


图 1 激波加热超声速燃烧室直连式试验台
Fig.1 Supersonic combustor direct-connected test bed with shock heating

表 1 直连式试验台模拟的飞行条件

Table 1 Flight conditions simulated by the direct-connected test bed

Ma_e	Ma_∞	H/km
3.5	8.0	28~35
4.5	9.0	30~37

马赫数 3.5 和马赫数 4.5 喷管均为二维型面喷管。马赫数 3.5 喷管如图 2 所示,喷管入口截面和出口截面均为 45 mm×45 mm 的正方形,收缩段长度为 45 mm,扩张段长度约为 219 mm,喉部高度为 5.2 mm。马赫数 4.5 喷管的喉部高度为 1.5 mm,扩

张段长度为 149 mm,其余结构尺寸与马赫数 3.5 喷管相同。

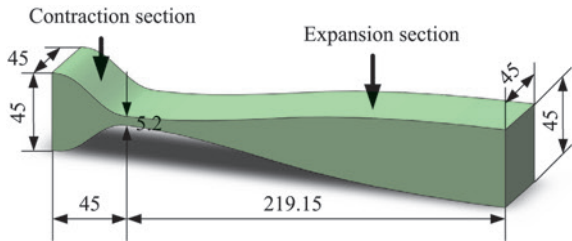


图2 Ma 3.5 喷管示意图(单位:mm)

Fig.2 Sketch map of Mach 3.5 nozzle(Unit:mm)

本试验台为反射型激波风洞,风洞运行模式为过缝运行模式,驱动气体为氢气和氮气的混合气。采用氮气代替空气作为实验气体,对飞行马赫数 8(对应 Ma 3.5 喷管)和 9(对应 Ma 4.5 喷管)两个状态进行了调试,图 3 为试验获得的 p_5 (即激波管 5 区的压力,也就是喷管入口总压)压力曲线。由图可以看出,飞行马赫数 8 和 9 两个状态的有效试验时间分别为 8 ms 和 5 ms,平均总压分别为 5.9 MPa 和 9.5 MPa。两个状态的总温通过试验测得的激波马赫数计算求得,分别为 2520 K 和 3380 K。试验状态均达到了设计状态。

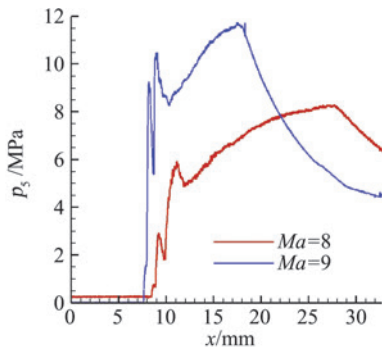


图3 飞行马赫数 8 和 9 两个试验状态获得的 p_5 压力曲线

Fig.3 Pressure curves of p_5 obtained from flight
Mach number 8 and 9 tests

2 数值模拟方案

由于直连式试验台模拟的飞行马赫数为 8 和 9,此时喷管入口总温很高(2500 K 以上),喷管中的纯空气(在超声速燃烧室燃料喷射及燃烧性能试验中,激波风洞的试验气体为纯空气)会发生离解等一系列化学反应,这些化学反应会导致喷管出口的气流组分发生变化,进而对燃烧室中的燃烧过程及燃烧性能产生影响。因此,有必要对喷管中的化学非平衡流动进行研究,并定量获得喷管出口气流各组分的含量。

本文分别采用 Park、Gupta、Dunn/Kang 三种纯空气化学反应动力学模型,对 Ma 3.5 和 Ma 4.5 两个

喷管中的化学非平衡流动进行数值模拟研究。计算时采用的喷管入口条件见表 2,其中 T_0 和 p_0 分别表示总温和总压, Y_{N_2} 、 Y_{O_2} 、 Y_O 、 Y_{NO} 分别表示 N_2 、 O_2 、 O 、 NO 的质量分数,各个组分的入口质量分数由 CHEMKIN 软件计算求得,两个喷管入口的 N 原子质量分数均为 0。

表 2 Ma 3.5 及 Ma 4.5 喷管入口计算条件

Table 2 Calculation conditions at Mach number 3.5 and Mach number 4.5 nozzle inlets

	T_0/K	p_0/MPa	Y_{N_2}	Y_{O_2}	Y_O	Y_{NO}
Ma 3.5	2600	6.5	77.8%	19.7%	0.1%	2.4%
Ma 4.5	3300	5.0	76.1%	17.9%	1.0%	5.0%

计算采用 FLUENT 计算流体力学软件,湍流模型采用标准 $k-\epsilon$ 模型。由于激波风洞的有效试验时间为毫秒量级,在此时间内喷管壁面的温升很小,因此,计算时将喷管的固壁设置为等温壁(温度 300 K)。由于 Ma 3.5 和 Ma 4.5 喷管均为二维喷管,且上下结构对称,因此,只需对喷管上半部分进行二维数值模拟即可。两个喷管的计算网格均采用结构网格,喷管近壁面第一层网格厚度均为 0.01mm。为了更准确地模拟流动,在喷管近壁面区域和喉部区域均进行了网格加密。 Ma 3.5 喷管和 Ma 4.5 喷管沿流向和法向的网格数目分别为 320×110 及 260×110 。 Ma 3.5 喷管的网格如图 4 所示, Ma 4.5 喷管的网格划分方法与 Ma 3.5 喷管类似。



图4 Ma 3.5 喷管的计算网格

Fig.4 Calculation grid of Mach 3.5 nozzle

3 计算结果及分析

计算获得的 Ma 3.5 喷管和 Ma 4.5 喷管内的马赫数、静温及各个组分摩尔分数分布如图 5~图 11 所示,图中 $x=0$ 的位置表示喷管喉部截面, $y=0$ 的位置表示喷管中心对称面。需要说明的是,采用三种纯空气化学反应动力学模型计算获得的马赫数及静温分布基本一致,因此,在图 5、图 6 中,只给出了采用 Park 反应模型求得的计算结果。

由图 5 可以看出, Ma 3.5 喷管和 Ma 4.5 喷管内部流场均没有杂波,喷管出口流场均匀性较好,两个喷管的出口壁面速度边界层厚度分别为 6.3 mm 和 7.7 mm,边界层厚度均在可接受的范围内。

温度是影响化学反应的一个重要因素。由图 6 可知,在两个喷管的喉部区域,静温下降非常快,这就导致在喷管喉部附近,各个组分的摩尔分数变化非常

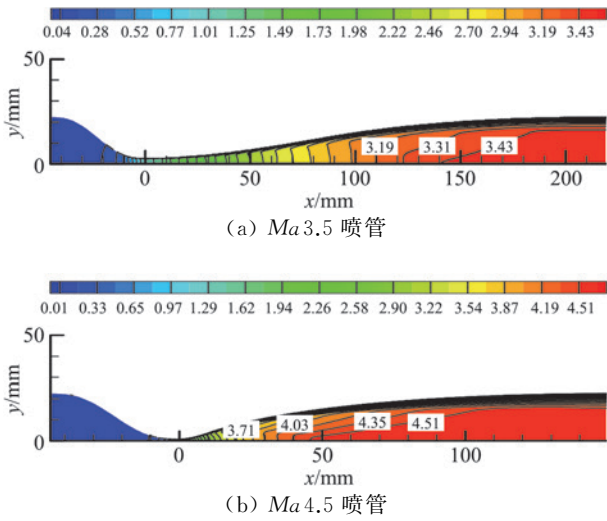


图 5 喷管的马赫数分布
Fig.5 Mach number distribution of nozzle

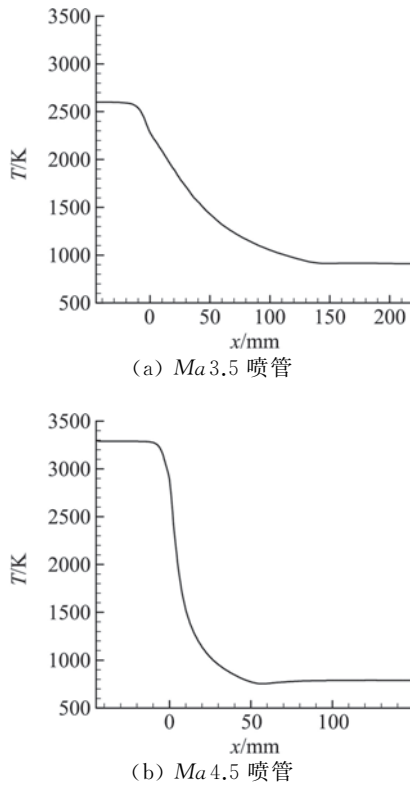


图 6 静温沿喷管轴线分布
Fig.6 Distribution of static temperature along nozzle axis

剧烈,图 7~图 11 均清楚地表明了这一点。

在两个喷管的收缩段,气流速度很低,静温很高,这就导致 N_2 和 O_2 的离解效应显著,进而导致 N_2 和 O_2 的摩尔分数在喷管收缩段相对较低(图 7、图 8 所示);而在喷管扩张段,气流速度较高,静温较低,此时 N 原子和 O 原子的复合效应显著,这就导致在喷管扩张段 N_2 和 O_2 的摩尔分数相比收缩段升高。

由图 7~图 11 可以看出,在两个喷管的扩张段,气流流速很高,此时流动特征时间小于化学反应时

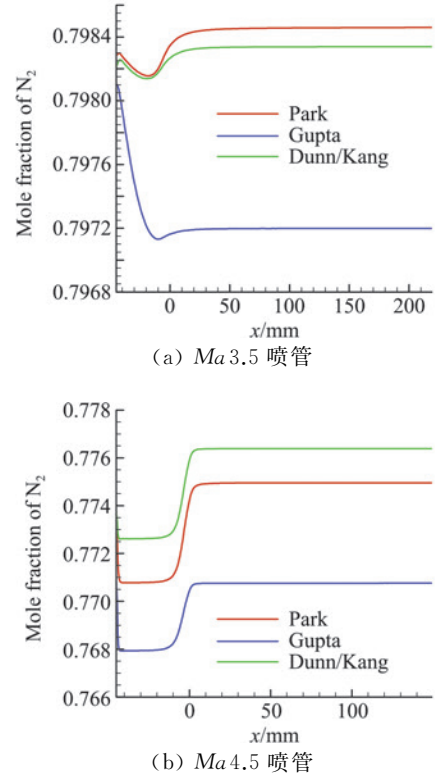


图 7 N_2 摩尔分数沿喷管轴线分布
Fig.7 Distribution of N_2 mole fraction along nozzle axis

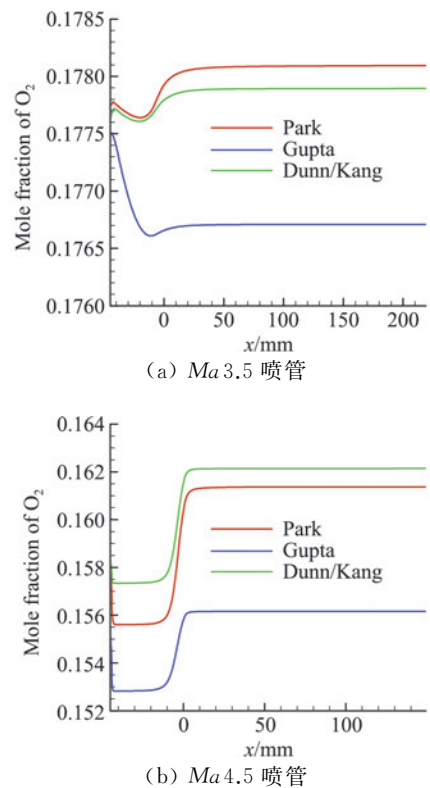


图 8 O_2 摩尔分数沿喷管轴线分布
Fig.8 Distribution of O_2 mole fraction along nozzle axis

间,这就使得在喷管扩张段, N_2 、 O_2 、N、O、NO 等各个组分的摩尔含量基本不再发生变化,即在喷管扩张段,流动为典型的“冻结流”。

与不发生化学反应的情形相比,当喷管中发生化学反应时,会产生 NO、O 原子、N 原子等组分。这些组分会对燃烧室中的燃料/空气燃烧过程产生影响,例如 O 原子的存在会对燃烧起促进作用,而 NO 由于化学性质稳定,对燃烧有抑制作用。因而,获得喷管出口各个组分的含量对进一步研究燃烧室中的燃烧过程有重要意义。计算结果表明:由于 Ma 4.5 喷管对应飞行马赫数 9 的状态,此时,喷管入口总温更高,这就导致 N_2 和 O_2 的离解程度更大,进而产生的 O 原子及 NO 含量就比 Ma 3.5 喷管的高。 Ma 3.5 喷管和 Ma 4.5 喷管出口的 O 原子摩尔分数分别为 0.04%~0.11% 和 0.75%~1.25% (图 10 所示),NO 在两个喷管出口的摩尔分数分别为 2.3%~2.57% 和 4.8%~6.0% (图 17 和图 18 所示),与此同时,N 原子在两个喷管出口的含量几乎为零 (图 9 所示)。

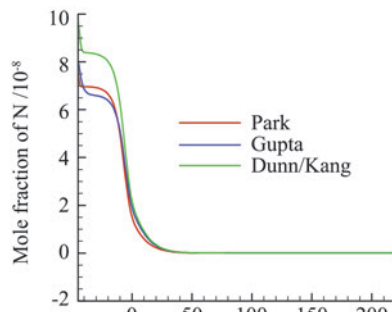
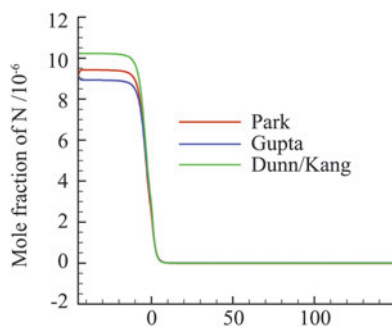
(a) Ma 3.5 喷管(b) Ma 4.5 喷管

图 9 N 原子摩尔分数沿喷管轴线分布

Fig.9 Distribution of N mole fraction along nozzle axis

对比 Park、Gupta、Dunn/Kang 三种纯空气化学反应动力学模型可以看出,当采用 Gupta 反应模型时, N_2 和 O_2 的离解程度最大 (图 7、图 8 所示),因而产生的 O 原子及 NO 含量相比其他两个反应模型而言更高 (图 10、图 11 所示)。在 Ma 3.5 喷管出口,采用 Gupta 模型计算获得的 O 原子含量比其他两个反应模型高 37.5% 或 175%,NO 含量比其他两个反应模型高 8.7%;在 Ma 4.5 喷管出口,采用 Gupta 模型计算获得的 O 原子含量比其他两个反应模型高 19% 或

78.6%,NO 含量比其他两个反应模型高 7% 或 19.8%。但是总的来说,三个反应模型计算获得的各个组分在喷管内部及喷管出口截面的分布规律是一致的。

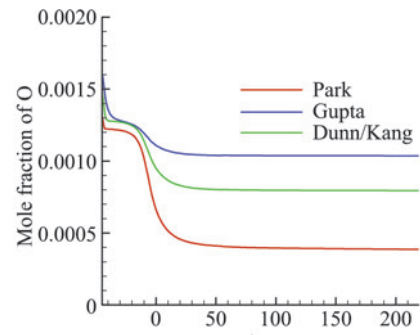
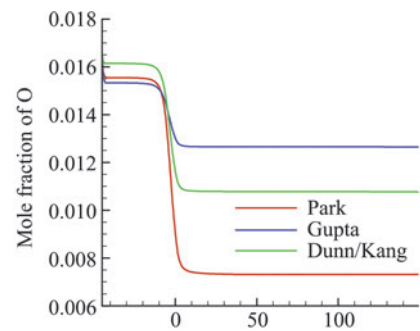
(a) Ma 3.5 喷管(b) Ma 4.5 喷管

图 10 O 原子摩尔分数沿喷管轴线分布

Fig.10 Distribution of O mole fraction along nozzle axis

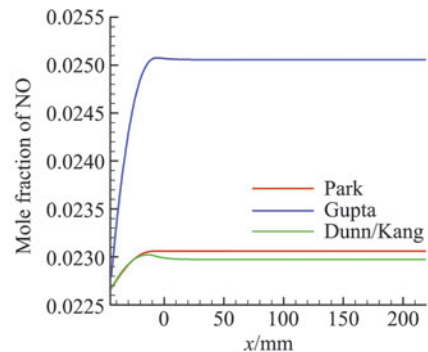
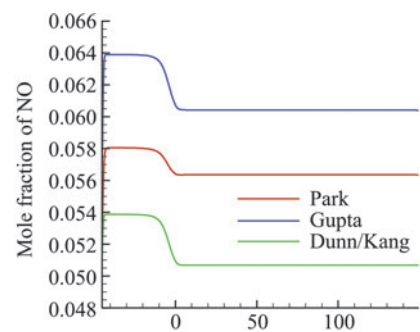
(a) Ma 3.5 喷管(b) Ma 4.5 喷管

图 11 NO 摩尔分数沿喷管轴线分布

Fig.11 Distribution of NO mole fraction along nozzle axis

图 12 为喷管出口截面的 NO 摩尔分数分布, $y=0$ 表示喷管出口中心位置, $y=22.5$ mm 表示喷管出口壁面。由图可以看出, 无论对于 Ma 3.5 喷管还是 Ma 4.5 喷管, NO 在喷管出口核心流内的含量与边界层内的含量相差不大。对于 Ma 3.5 喷管来说, NO 在喷管出口边界层内的含量比在核心流内的含量略高, 而对 Ma 4.5 喷管而言, NO 在喷管出口边界层内的含量比在核心流内的含量略低。

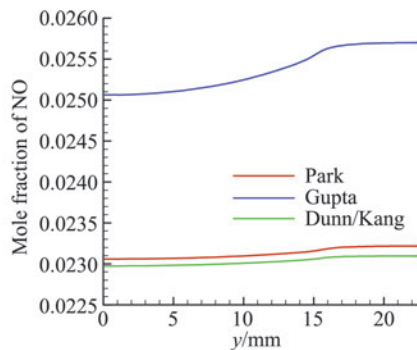
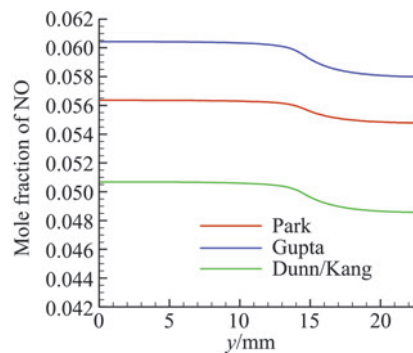
(a) Ma 3.5 喷管(b) Ma 4.5 喷管

图 12 喷管出口截面 NO 摩尔分数分布

Fig.12 Distribution of NO mole fraction at nozzle outlet

4 结 论

为了开展飞行马赫数 8 和 9 的超燃冲压发动机直连式试验研究, 将本单位现有的 FD-14 激波风洞改造成了激波加热超声速燃烧室直连式试验台。调试试验结果表明: 飞行马赫数 8 和 9 两个状态的有效试验时间分别为 8 ms 和 5 ms, 平均总压分别为 5.9 MPa 和 9.5 MPa, 总温分别为 2520 K 和 3380 K, 试验状态均达到了设计状态。

采用 Park、Gupta、Dunn/Kang 三种纯空气化学反应动力学模型, 对两个直连式试验台喷管中(喷管出口马赫数分别为 3.5 和 4.5)的化学非平衡流动进行了研究。计算结果表明: 在喷管喉部附近, 由于静温下降很快, 导致在该区域各个组分的摩尔分数变化非常剧烈。在喷管收缩段, N_2 和 O_2 的离解效应显著, 而在喷管扩张段, N 原子和 O 原子的复合效应更

加显著。在喷管扩张段, 各个组分的摩尔分数基本不变, 流动呈现典型的“冻结流”特征。马赫数 3.5 喷管和马赫数 4.5 喷管出口 NO 摩尔分数分别为 2.3%~2.57% 和 4.8%~6.0%, O 原子摩尔分数分别为 0.04%~0.11% 和 0.75%~1.25%。对于 Park、Gupta、Dunn/Kang 三种纯空气化学反应动力学模型而言, 采用 Gupta 反应模型时, N_2 和 O_2 的离解程度最大, 相应地产生的 NO 及 O 原子含量更高, 但是三个反应模型计算获得的各个组分在喷管内部及喷管出口截面的分布规律是一致的。

下一步, 将对飞行马赫数 10 及以上的试验状态进行调试, 并对相应喷管中的化学非平衡流动进行计算分析。此外, 由于激波加热超声速燃烧室直连式试验台喷管入口总温很高, 可以进一步考虑喷管内部的热非平衡效应, 进而对喷管内部的非平衡流动开展进一步研究。

参 考 文 献:

- [1] LAURENCE S J, SCHRAMM J M, KARL S, et al. An experimental investigation of steady and unsteady combustion phenomena in the HyShot II combustor: AIAA 2011-2310[R]. Reston: AIAA, 2011.
- [2] KARL S, HANNEMANN K, MACK A, et al. CFD analysis of the HyShot II scramjet experiments in the HEG shock tunnel: AIAA 2008-2548[R]. Reston: AIAA, 2008.
- [3] KINDLER M, LEMPKE M, BLACHA T, et al. Numerical investigation of the HyShot supersonic combustion configuration: AIAA 2008-5167[R]. Reston: AIAA, 2008.
- [4] KANEKO M, MENSHOV I, NAKAMURA Y. Computation of nozzle starting process with thermal and chemical nonequilibrium in high-enthalpy shock tunnel: AIAA 2002-0142[R]. Reston: AIAA, 2002.
- [5] SCHRAMM J M, KARL S, HANNEMANN K, et al. Ground testing of the HyShot II scramjet configuration in HEG: AIAA 2008-2547[R]. Reston: AIAA, 2008.
- [6] 周凯, 李旭东, 胡宗民, 等. 超高速流动模拟及热化学反应模型对比研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(6): 1173-1181.
ZHOU K, LI X D, HU Z M, et al. Comparative study of thermal-chemical reaction models on simulation of hypervelocity flow[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(6): 1173-1181. (in Chinese)
- [7] 曾明. 高焓风洞流场测量的数值重建和非平衡效应的数值分析[D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2017.
- [8] PARK C, JAFFE R L, PARTRIDGE H. Chemical-kinetic parameters of hyperbolic earth entry [J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2001, 15(1): 76-90.
- [9] GUPTA R N, YOS J, THOMPSON R A, et al. A review of reaction rates and thermodynamic and transport properties for an 11-species air model for chemical and thermal nonequilibrium calculations to 30000 K[R]. NASA RP-1232, 1990.
- [10] DUNN M G, KANG S W. Theoretical and experimental studies of reentry plasmas[R]. NASA CR-2232, 1973.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0274-07

双山情况下水平风的加速效应

沈国辉^{1,*}, 姚剑锋¹, 王 昌², 金仁云², 楼文娟¹

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 杭州 310058; 2. 国网浙江省电力有限公司, 杭州 310007)

摘要:为获得双山情况水平风的加速效应,采用计算流体动力学(CFD)方法对左右排列、前后排列和斜列情况双山水平风的加速比和分布特征进行了研究,通过典型工况风洞试验验证了CFD模拟的准确性。研究表明:山体上水平风加速比的分布特征为山前、山顶和山后分别是减速区、最大加速位置和尾流区;左右排列双山的加速比随着山体间距的减少而增加,双山间距为0 m时加速比最大,单山情况加速比最小,单山相当于双山间距无穷远情况;前后紧密排列双山情况下,前山对后山有遮挡效应,后山使得前山的水平风速略微降低,水平风速加速比呈现单山>前山>后山的规律,但三者差别较小;斜列情况下风向角对山顶水平风加速比的影响较小;山体的CFD计算结果与澳大利亚/新西兰规范比较接近,中国规范关于山体加速比的规定比较保守。

关键词:CFD;水平风速;加速比;山地地貌;双山

中图分类号:TU312

文献标识码:A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0109

Speed-up effect of horizontal wind velocities on two adjacent hills

SHEN Guohui^{1,*}, YAO Jianfeng¹, WANG Chang², JIN Renyun², LOU Wenjuan¹

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. State Grid Zhejiang Electric Power Company Limited, Hangzhou 310007, China)

Abstract: In order to study the horizontal wind speed-up effect on two adjacent hills, computational fluid dynamics (CFD) simulation was employed and systematic analysis was made. The speed-up ratios of the two hills in parallel, tandem, and staggered arrangement were obtained and their distribution characteristics were investigated. The speed-up ratios of typical cases obtained from the CFD simulations were compared with those obtained from the wind tunnel tests in order to validate the present CFD simulation. Results show that, typical characteristics of horizontal wind speed-up ratio on a hill are that the front part, hill crest and rear part are the deceleration zone, the maximum acceleration position and the wake zone, respectively. The speed-up ratios of the two adjacent hills in tandem arrangement increase with the decrease of the hill distance and reach their maximum values when the hill distance is zero. The speed-up ratios of the isolated hill are less than those of the two adjacent hills with arbitrary hill distance, indicating that the isolated hill case is equivalent to the two hills with infinite hill distance. For two adjacent hills in gapless staggered arrangement, the front hill has shielding effect on the rear hill to some extent, and the existence of the rear hill slightly reduces the wind velocity of the front hill. Therefore, the speed-up ratios of the front hill are bigger than those on the rear hill and smaller than those on the isolated hill; however, the discrepancy between them is insignificant. The speed-up ratios of the hills obtained by the CFD simulation are close to those obtained from Australian and New Zealand Code, and the regulation in the Chinese Code regarding the horizontal speed-up ratio is relatively conservative.

Keywords: CFD; horizontal wind velocity; speed-up ratio; hilly terrain; two adjacent hills

收稿日期:2018-05-28; 修订日期:2018-08-24

基金项目:国家自然科学基金(51838012)

作者简介:沈国辉*(1977-),男,浙江台州人,副教授,研究方向:结构风工程和结构计算分析. E-mail: ghshen@zju.edu.cn

引用格式:沈国辉,姚剑锋,王昌,等. 双山情况下水平风的加速效应[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 274-280.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2018.0109 SHEN G H, YAO J F, WANG C, et al. Speed-up effect of horizontal wind velocities on two adjacent hills[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 274-280.

0 引言

山区地形比平地更为复杂,特别是双山风场,风经过山地时会引起风场的较大变化。现有关于山地风场的规范中,均采用在平地风场基础上考虑修正因子来表达山地风场。但目前关于山地风场的规范公式只针对二维或三维的单个山体,对于双山风场没有规定。

现场实测^[1-3]、数值模拟计算^[4-6]和风洞试验^[7-13]是研究山地风场常用的研究方法。现场实测能获得风流经山体时的实际情况,数据可用做其他研究方法的基准,但代价十分昂贵,更常规的是采用CFD模拟和风洞试验进行山地风场的研究。De Bray^[5]和Jackson等^[6]提出了上下游的风速模型和平面对称山体的风速剖面模型;Kim等^[7]和Breuer等^[8]给出了二维山体的风场分布;肖仪清等^[9]利用CFD对复杂地形进行模拟计算,并与实测结果进行对比;李朝^[10]、孙毅等^[11]、沈国辉等^[12]和姚旦等^[13]利用风洞试验方法研究了不同形状山体的风场,给出了水平风速的加速比。以上研究成果主要体现了单山的风场特征,而双山的风场特征有待进一步研究;各国规范没有给出双山风场的规定。

基于以上背景,本文采取CFD数值模拟方法研究双山地形的风场特性,分析双山左右排列、前后排列和斜列三种情况下水平风的加速效应,给出加速比等值线图以探讨双山的风场特征,对比了CFD模拟和风洞试验结果,最后将研究结果与各国规范规定进行对比,研究成果供相关工程设计人员参考。

1 各国规范关于山体风场的规定

(1) 中国规范GB 50009-2012^[14]采用风压高度变化系数的地形修正系数来考虑山地地形的影响,其中山顶处修正系数 η_B 的表达式为:

$$\eta_B = \left[1 + \kappa \cdot \tan\alpha \cdot \left(1 - \frac{z}{2.5H} \right) \right]^2 \quad (1)$$

式中: $\tan\alpha$ 为迎风面坡度(山峰或山坡);当坡度大于0.3时, $\tan\alpha$ 取0.3; κ 对于山峰和山坡分别为2.2和1.4; H 为山顶或山坡的高度; z 为离山体表面的高度。

(2) 美国规范ASCE 7-10^[15]采用基于风压的修正因素 K_{zt} 来考虑山地风场:

$$K_{zt} = (1 + K_1 K_2 K_3)^2 \quad (2)$$

式中: K_1 为增速因子, K_2 为水平距离换算因子, K_3 为垂直距离的换算因子。

(3) 欧洲规范EN 2004-1-4^[16]采用基于风速的修正因素来考虑山地风场:

$$C_0 = 1 + ks\phi \quad (3)$$

式中: k 为常数; s 为地形系数; ϕ 为迎风面的坡度。

(4) 澳大利亚/新西兰规范AS/NZS 1170.2: 2011^[17]采用基于风速的修正因素 M_h 来考虑山地风场。当 $0.05 \leq H/2L < 0.45$ 时:

$$M_h = 1 + \frac{H}{3.5(z + L_1)} \left(1 - \frac{|x|}{L_2} \right) \quad (4)$$

式中: $L_1 = \max(0.36L, 0.4H)$; L 为山顶至迎风坡上高度为山顶1/2处的水平距离;对山坡而言, L_2 在迎风面取 $4L_1$,在背风面取 $10L_1$,对山脊而言, L_2 在迎风面和背风面都取 $4L_1$ 。

(5) 日本规范AIJ 2004^[18]采用修正系数 E_g 来考虑山地风场:

$$E_g = (C_1 - 1) \left[C_2 \left(\frac{Z}{H_s} - C_3 \right) + 1 \right] \cdot \exp \left[-C_2 \left(\frac{Z}{H_s} - C_3 \right) \right] + 1 \quad (5)$$

式中: H_s 为山坡高度,计算参数 C_1 、 C_2 、 C_3 采用相关图表给出。

2 双山工况的CFD数值模拟计算

双山工况山体采用常见的余弦形三维山体,底部直径 D 为300 m,高度 H 为100 m,平均坡度为 33.69° 。余弦形三维山体的轮廓方程满足:

$$z(x, y) = H \cos^2 \left[\frac{\pi(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}{D} \right] \quad (6)$$

式中: z 为高度方向, x 、 y 为水平方向。

采用FLUENT软件计算双山情况的平均风速,网格划分如图1所示,计算域划分为:长度方向上双山中心与入流面距离为 $3D$,双山中心与出流面距离为 $4.5D$;高度方向为 $8H$;宽度方向随双山位置的改变而改变。流场内采用结构化六面体单元网格进行划分,所有工况下山体的阻塞率均小于3%。

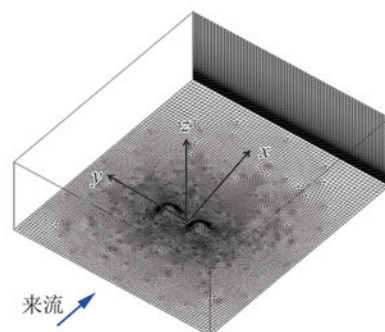


图1 双山的网格划分

Fig.1 Grid meshing of two adjacent hills

湍流采用Realizable $k-\epsilon$ 模型,依据荷载规范^[14]定义来流风剖面及湍流度,地貌类型为B类,地貌粗

糙度指数 α 为 0.15, 基本风速为 30 m/s。风剖面、湍流度、湍流动能 k 和湍流耗散率 ϵ 均通过 UDF (User-defined function) 输入, 各物理量表达如下:

$$u = u_{10}(z/10)^{0.15} \quad (7)$$

$$I_u = 0.14(z/10)^{-0.15} \quad (8)$$

$$k = 3(uI_u)^2/2 \quad (9)$$

$$\epsilon = C_\mu^{3/4} k^{3/2}/l \quad (10)$$

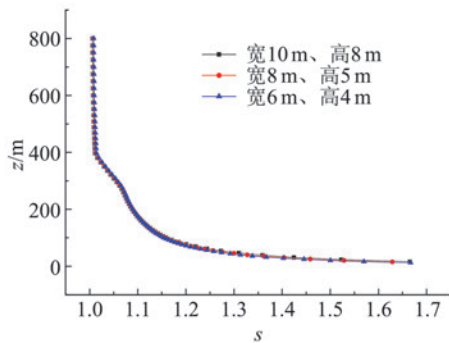
式中: $C_\mu = 0.09$; l 为湍流积分尺度。入流面和出流面分别设定速度入口和压力出口, 流场侧面、顶面设定为对称面, 山体表面和流场底面设为壁面, 计算时近壁面的流动采用非平衡壁面函数进行模拟, 数值离散格式采用二阶格式。山体表面的粗糙高度设为 1 m, 地面的粗糙高度设为 0 m。

为定量表征双山地形风速对于平地地形的加速效应, 定义水平风的加速比 s 为:

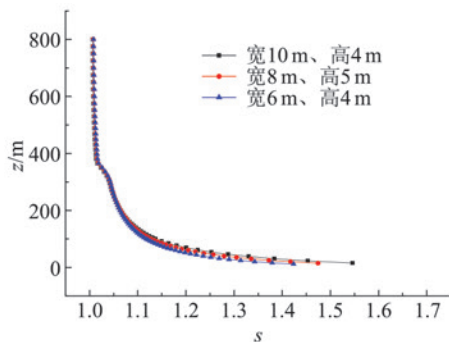
$$s(z) = u(z)/u_0(z) \quad (11)$$

式中: $u(z)$ 为离山表面 z 高度的风速, $u_0(z)$ 为无干扰来流情况离平地 z 高度处的风速。

针对双山左右排列且间距为 0 的情况进行网格独立性验证, 分别计算了: ①宽 10 m、高 8 m, ②宽 8 m、高 5 m, ③宽 6 m、高 4 m 的网格结果, 网格数分别为 101 万、113 万和 130 万, 计算结果的收敛性均较好, 其中山顶和内侧半山高的加速比如图 2 所示, 可见宽 8 m、高 5 m 网格划分的计算结果已非常接近宽



(a) 山顶



(b) 内侧半山高

图2 网格独立性验证

Fig.2 Grid independence verification

6 m、高 4 m 网格划分的结果。考虑到大规模计算的需要, 本文后续采用宽 8 m、高 5 m 的网格划分。

为验证 CFD 模拟的准确性, 针对典型工况进行风洞试验, 几何缩尺比为 1 : 500, 山体形状为余弦形, 左右排列山体间距分别为 $d = 0$ m 和 100 m。试验在 B 类地貌下进行, 如图 3 所示, 采用五孔风速探针进行风速测试。CFD 模拟与风洞试验在两山间距 $d = 0$ m、100 m 时山顶位置的加速比如图 4 所示, 可知: 1) CFD 和风洞试验结果总体上比较接近; 2) CFD 结果比较光滑, 风洞试验结果较离散; 3) 当 $z > 60$ m 时风洞试验结果略大, 当 $z < 50$ m 时 CFD 结果略大; 4) 两者差异主要由湍流模型、表面粗糙度处理、数值计算误差和风洞试验误差等原因引起。

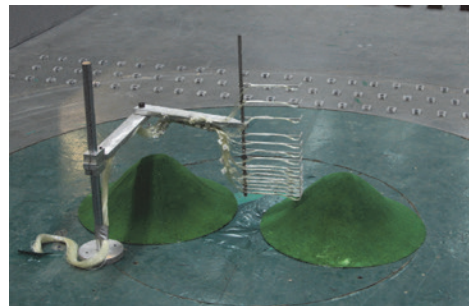


图3 左右排列双山的风洞试验

Fig.3 Testing of two adjacent hills in parallel arrangement

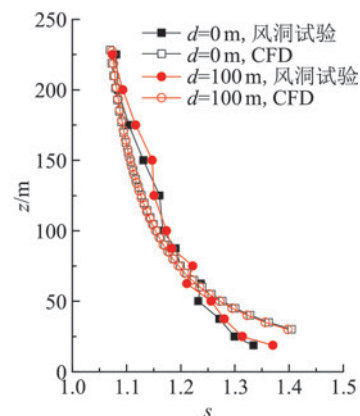


图4 山顶位置的加速比对比

Fig.4 Comparison of acceleration ratios on hill top

3 左右排列双山的水平风加速比

左右排列双山的网格划分如图 5 所示, 其中双山间距 d 分别取 0 m、50 m、100 m、200 m 和 300 m。

山体间距 d 为 0~300 m 时山顶、内侧半山高和双山中心的加速比如图 6 所示, 由图可知: 1) 山顶加速比最大, 双山中心加速比最小, 各加速比均随着高度的增加而减小; 2) 山顶加速比与山体间距的关系很小, 且与单山结果非常接近; 3) 内侧半山高位置的

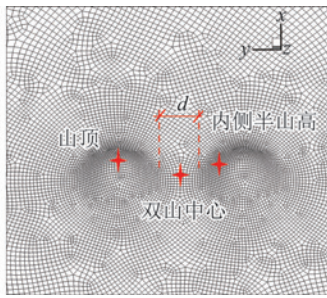


图 5 左右排列双山的网格划分

Fig.5 Grid meshing of two hills in parallel arrangement

加速比随着山体间距增大略有减小趋势,但均大于单山结果;4) 双山中心的加速比随着山体间距增大呈减小趋势,单山的山体侧风面的山脚处的加速比最小,单山相当于双山间距无穷远情况。

图 7 给出了双山 $d=0\text{ m}$ 时距离山体(平地)表面 $z=10\text{ m}$ 、 30 m 和 100 m 的加速比等值线,由图可知:1) 山前存在减速区,加速区出现在山顶及横风方向的山坡,最大加速比出现在山顶,山后为尾流区;2) $z=10\text{ m}$ 高度的加速比较大,而 $z=100\text{ m}$ 高度的加速比较小,且开始趋向均匀,可以预见,离表面高度更大时加速比会趋向于 1;3) 不同高度情况下双山中心的加速比不大,不如山顶显著。

图 8 给出了 $z=10\text{ m}$ 高度 $d=100\text{ m}$ 和 200 m

时加速比等值线, $d=0\text{ m}$ 时加速比见图 7(a),由图可知:1) 山顶和山体上的加速比非常接近,山体间距的影响较小;2) 双山尾流区在 $d=0\text{ m}$ 时连在一起,随着山间距的增大尾流区慢慢分离,成为两个独立的尾流区;3) 双山中心在 $d=0\text{ m}$ 时加速比在 $1.1\sim 1.2$ 之间,随着山间距的增大,减小至 1。

4 前后排列双山的水平风加速比

前后紧密排列双山工况的网格划分如图 9 所示,前后双山距离 $d=0\text{ m}$ 。

前后紧密排列双山工况加速比如图 10 所示,可知:1) 山顶的加速比较大,加速比随着高度的增加而减小;2) 山顶处,前山、后山和单山的加速比非常接近,后山山顶的加速比略小,主要是受前山的遮挡;3) 半山高处,存在单山 $>$ 前山 $>$ 后山的规律,主要是前山对后山有一定的遮挡效应,而后山的存在使得前山流速略有降低,单山情况的加速比最大。

图 11 给出了前后紧密排列双山 $z=10\text{ m}$ 、 30 m 和 100 m 的加速比,可知:1) 总体上后山处于前山的尾流区,后山的加速比小于前山,加速比呈单山 $>$ 前山 $>$ 后山的规律;2) $z=10\text{ m}$ 高度的加速比变化较大, $z=100\text{ m}$ 高度的加速比变化较小,且开始趋向均匀,可以预见,离表面高度更大时加速比均会趋向 1。

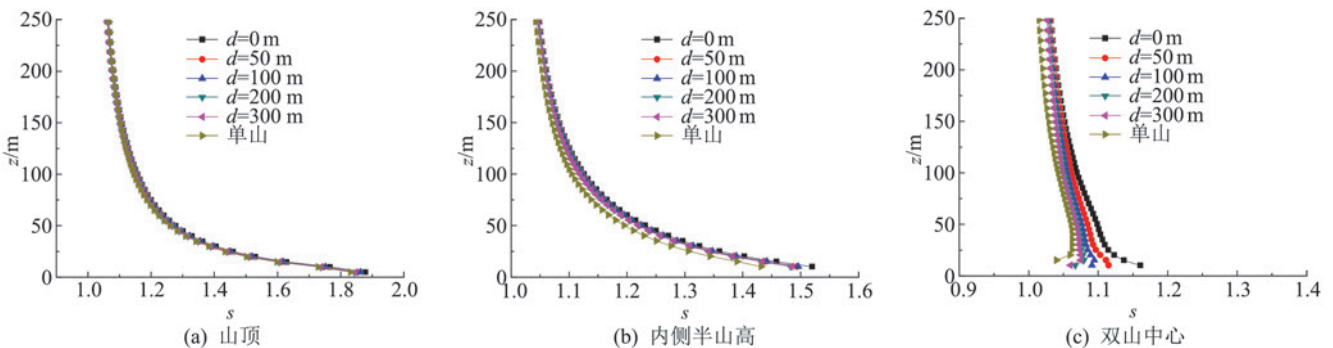


图 6 左右排列双山的加速比

Fig.6 Speed-up ratios of two hills in parallel arrangement

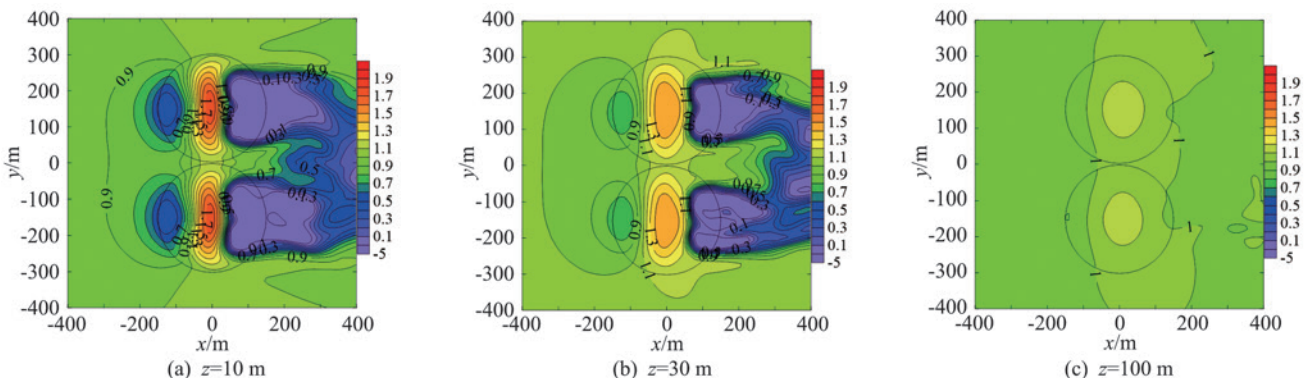


图 7 不同高度的加速比等值线

Fig.7 Contour of speed-up ratios on different heights

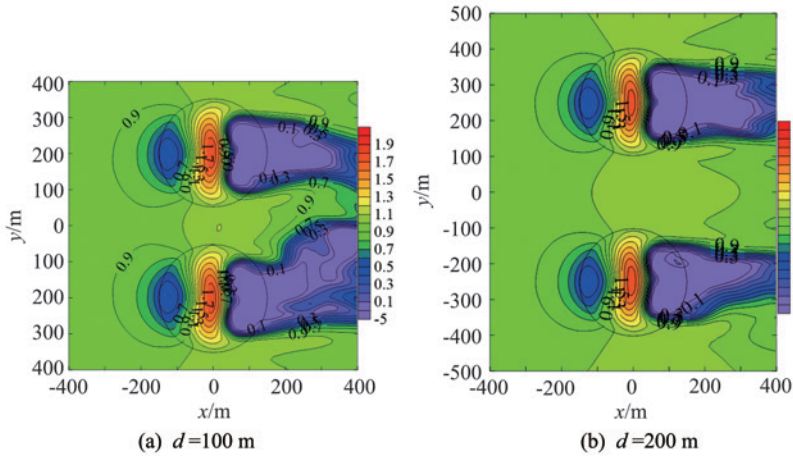


图8 不同山间距的加速比等值线图
Fig.8 Contour of speed-up ratios on different hill distances

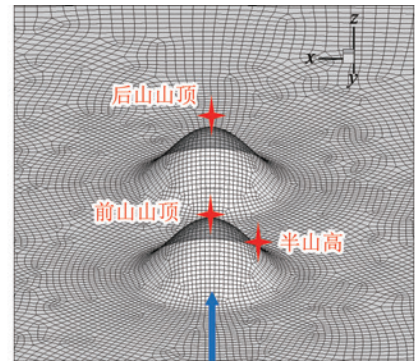


图9 前后排列双山的网格划分
Fig.9 Grid meshing of two hills in tandem arrangement

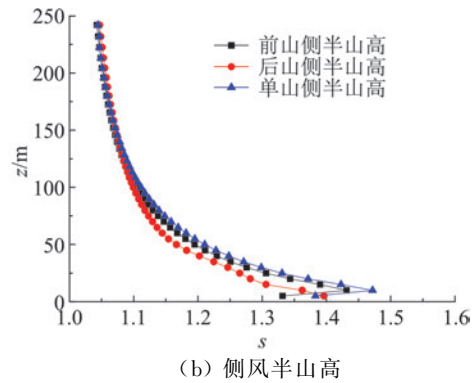
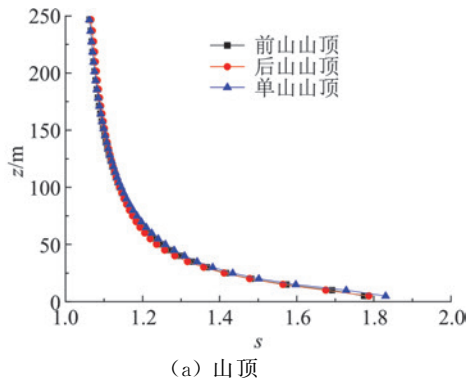


图10 前后排列双山的加速比
Fig.10 Speed-up ratios of two hills in tandem arrangement

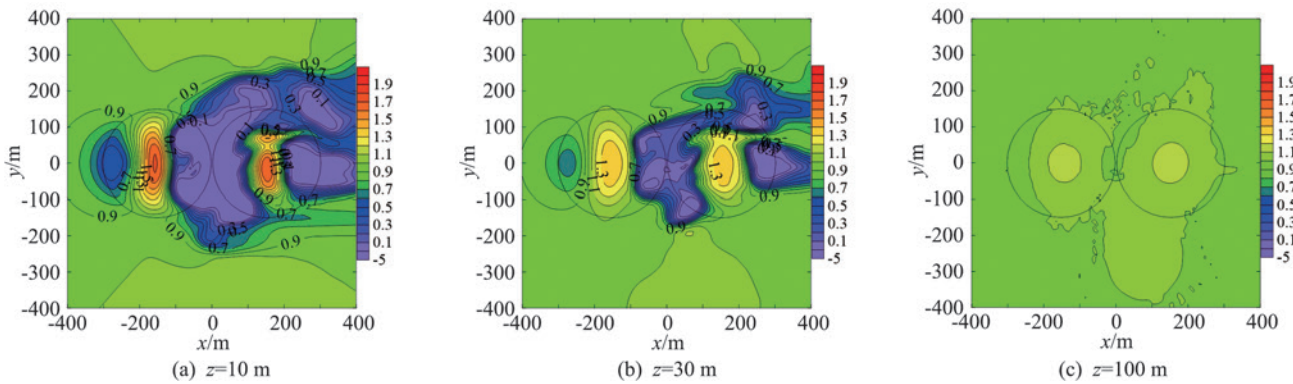


图11 不同高度的加速比等值线图
Fig.11 Contour of speed-up ratios on different heights

5 斜列情况双山的水平风加速比

由于斜列工况较多,限于篇幅,本文只给出干扰效应最显著的紧密排列工况,即 $d=0$ m。同时风向角 β 取狭道风效应最显著的几个角度,即 0° 、 5° 、 10° 、 15° 和 20° 。斜列情况下双山的网格划分和风向角定义如图12所示,风向角取 $0^\circ\sim 20^\circ$,两山间距 d 取 0 m。

斜列情况下前山山顶、后山山顶和双山中心的加

速比如图13所示,可知:1)斜列情况下前山和后山山顶的加速比差别不大,均与单山山顶结果非常接近;2)双山中心的加速比随着风向角的增大而减小,说明风向角增大后双山中间的流速降低。

图14给出了双山在风向角 $\beta=10^\circ$ 和 20° 时 $z=10$ m高度加速比的等值线, $\beta=0^\circ$ 情况见图7(a),由图可知:1)总体上不同角度风情况下山体上的加速比分布比较相似,即山前是减速区,山顶是加速区,山后

是尾流区；2)山顶和山体上的加速比比较接近，山间距的影响较小；3)双山尾流区在 $\beta = 0^\circ$ 时连在一起，随着风向角的增大，双山的尾流区慢慢分离，成为两个独立的尾流区。

6 双山情况加速比与规范比较

对于山地风场，各国规范只对于孤立单山进行了详细的相关规定，没有对双山风场进行说明。而山区建筑物或者构筑物高度一般不会太高，取 z 为 20 m ~ 150 m 时的加速比进行比较。

图 15 给出了单山和左右排列双山典型位置加速

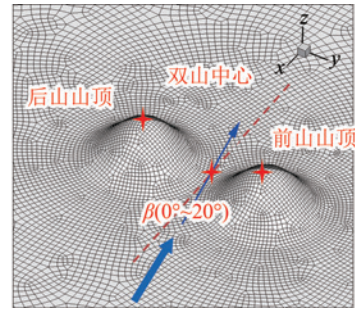


图 12 斜列情况下双山的网格划分

Fig.12 Grid meshing of two hills in staggered arrangement

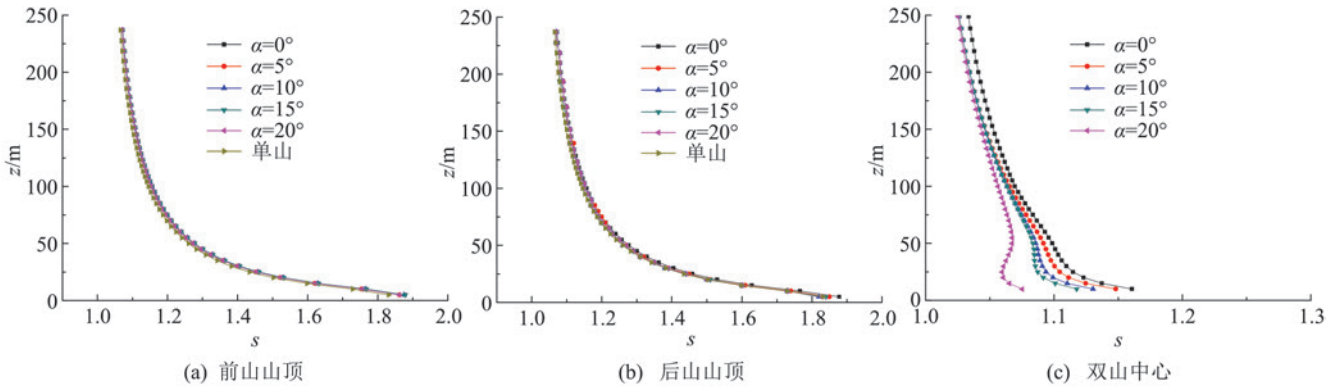


图 13 斜列情况双山的加速比

Fig.13 Speed-up ratio of two hills in staggered arrangement

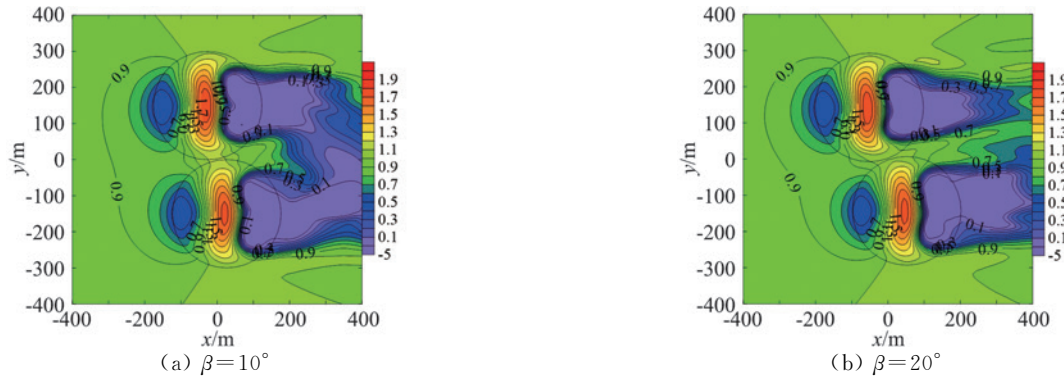


图 14 斜列情况加速比的等值线

Fig.14 Contour of speed-up ratios in staggered arrangement

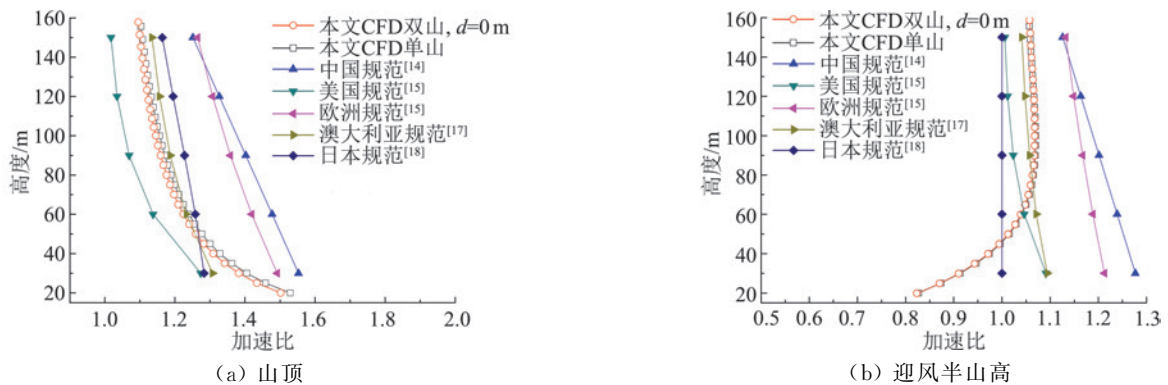


图 15 典型位置加速比与规范数据的比较

Fig.15 Comparison of speed-up ratios of typical positions with those calculated by Codes

比及与规范比较,由图可知:1)本文单山和双山在两个典型位置处加速比几乎一样;2)山顶加速比最大的是中国规范,其次为欧洲规范,美国规范最小,当 $z > 60$ m时本文CFD结果与澳大利亚、日本规范比较接近,当 $z < 60$ m时本文CFD结果与澳大利亚、欧洲规范比较接近;3)在迎风半山高处,加速比最大为中国规范,欧洲规范次之,日本规范最小,在 $z > 80$ m时与澳大利亚规范非常接近,在50 m以下本文CFD结果的加速比小于1,而规范的值都大于等于1;4)总体而言本文CFD结果与澳大利亚规范比较接近,中国规范比较保守。

7 结 论

本文对双山地形风场进行研究,有以下结论:

1)左右排列双山情况下,双山加速比的分布与单山基本相同;随着山体间距的减少,双山的加速比呈稍微增加的趋势,双山间距为0 m时加速比最大,单山加速比最小,单山相当于双山间距无穷远的情况;典型工况下本文CFD结果与风洞试验结果比较接近,验证了本文CFD方法的可靠性。

2)前后紧密排列双山情况下,前山对后山有一定的遮挡效应,而后山的存在使得前山的流速略有降低,单山情况的加速比最大;加速比总体上呈单山 $>$ 前山 $>$ 后山的趋势,但差别较小。

3)斜列情况下,角度风对前山和后山山顶的加速比影响很小;双山中心位置的加速比随着风向角的增大而减小,说明风向角增大后双山中间的流速降低了;双山尾流区在风向角 0° 时连在一起,随着风向角的增大,双山的尾流区慢慢分离成为两个独立的尾流区。

4)各国规范中,中国和欧洲规范的数据较大;与本文CFD结果最接近的为澳大利亚规范,中国规范对山地风场的规定相对比较保守;规范只给出了单山迎风剖面上的风速加速比,本文给出了各种工况下双山的风速加速比。

参 考 文 献:

[1] MICKLE R E, SALMON J R, TAYLOR P A. Kettles Hill 1984: velocity profile measurements over a low hill [R]. Atmospheric Environment Service, Downsview, Canada, 1984.
 [2] MASON P J. Diurnal variations in flow over a succession of ridges and valleys [J]. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 2007, 113(478): 1117-1140.
 [3] WALMSLEY J L, TAYLOR P A. Boundary-layer flow over topography: Impacts of the Askervein study [J]. Boundary-Layer Meteorology, 1996, 78(3/4): 291-320.

[4] 吉柏锋,柳广义,尹旭,等.地面粗糙度对下击暴流风剖面特征影响[J].空气动力学学报,2019,37(3):393-399.
 JI B F, LIU G Y, YIN X, et al. Effects of terrain roughness on downburst wind profile characteristics [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2019, 37(3): 393-399. (in Chinese)
 [5] DE BRAY B G. Atmospheric shear flows over ramps and escarpments [J]. Industrial Aerodynamics Abstracts, 1973, 9 (1-4).
 [6] JACKSON P S, HUNT J C R. Turbulent wind flow over a low hill [J]. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 1975, 101(430): 929-955.
 [7] KIM H G, LEE C M, LIM H C, et al. An experimental and numerical study on the flow over two-dimensional hills [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 66(1): 17-33.
 [8] BREUER M, PELLER N, RAPP C, et al. Flow over periodic hills-Numerical and experimental study in a wide range of Reynolds numbers [J]. Computers & Fluids, 2009, 38(2): 433-457.
 [9] 肖仪清,李朝,欧进萍,等.复杂地形风能评估的CFD方法[J].华南理工大学学报(自然科学版),2009,37(9):30-35.
 XIAO Y Q, LI C, OU J P, et al. CFD approach to evaluation of wind energy in complex terrain [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2009, 37 (9): 30-35. (in Chinese)
 [10] 李朝.近地湍流风场的CFD模拟研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2010.
 LI C. Study on CFD simulation of turbulence wind field near ground [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
 [11] 孙毅,李正良,黄汉杰,等.山地风场平均及脉动风速特性试验研究[J].空气动力学学报,2011,29(5):593-599.
 SUN Y, LI Z L, HUANG H J, et al. Experimental research on mean and fluctuating wind velocity in hilly terrain wind field [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(5): 593-599. (in Chinese)
 [12] 沈国辉,姚旦,余世策,等.单山和双山风场特性的风洞试验[J].浙江大学学报(工学版),2016,50(5):805-812.
 SHEN G H, YAO D, YU S C, et al. Wind tunnel test of wind field characteristics on isolated hill and two adjacent hills [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, 50 (5): 805-812. (in Chinese)
 [13] 姚旦.山丘地形风场特性及对输电塔的风荷载作用研究[D].杭州:浙江大学,2014.
 YAO D. Research on characteristics of wind field on hilly terrain and its wind load effect on lattice transmission towers [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014. (in Chinese)
 [14] 建筑结构荷载规范:GB50009-2012[S].北京:中国建筑工业出版社,2012.
 Load code for the design of building structures: GB50009-2012 [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2012. (in Chinese)
 [15] ASCE. Minimum design loads for buildings and other structures [M]. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2003.
 [16] European standard EN1991-1-4. Actions on structures [S]. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.
 [17] Australian/New Zealand standard: AS/NZS 1170.0[S]. Sydney: AS/NZS, 2002.
 [18] AIJ recommendations for loads on buildings [S]. Tokyo: Architectural Institute of Japan, 2004.

“中国流动稳定性和转捩研究 40 年”专栏简介

流动稳定性与转捩在科学上是个“世纪难题”，在工程上是空天技术发展不可避免的关键技术问题。在我国，天津大学周恒院士最早开启了此领域的研究工作。经过 40 多年的发展，我国流动稳定性与转捩研究队伍从小到大，研究力量从弱到强，研究成果也已在国际上占有重要的一席之地。

为了回顾、总结过去 40 年的历程和成就，交流最新研究进展，展望未来发展趋势，2019 年 10 月 26 日至 27 日在北京举办了“中国流动稳定性与转捩研究 40 年：成就、机遇和挑战”研讨会，会议由中国空气动力学会主办、天津大学承办。力学界的 140 余位同仁齐聚北京，开展学术研讨，并以此祝贺天津大学周恒院士 90 华诞。会上，周恒院士回顾了一生五个阶段的科研经历，以自己的科研之路来说明力学科技工作者如何才能做出有创新性的工作。我刊有幸邀约到周恒院士将此次发言整理成文发表，以期能对力学青年更好地从事科研工作有所裨益。

同时，依托此次研讨会议成果，我刊组织了“中国流动稳定性和转捩研究 40 年”专栏，精心组织遴选了 11 篇学术论文，系统介绍了我国在流动稳定性与转捩领域的最新研究成果，以飨读者。

在组稿过程中，得到了天津大学吴雪松教授、曹伟教授、中国空气动力研究与发展中心袁先旭研究员、陈曦助理研究员等人的大力支持与帮助，在此一并表示感谢！

《空气动力学学报》编辑部

2020 年 04 月

专栏组稿专家简介：



吴雪松，1985 年毕业于复旦大学，同年入天津大学，在周恒教授指导下开始从事流动稳定性研究。1988 年入帝国理工学院数学系，于 1992 年获得博士学位。自 1993 年起，历任帝国理工学院数学系讲师、副教授、教授，天津大学长江特聘教授。先后作为顾问或访问科学家/教授，在 NASA Glenn、NASA Langley、NASA Ames 研究中心以及斯坦福大学、普林斯顿大学和法国巴黎高等工程学校进行合作研究。研究领域为流动稳定性和层流-湍流转捩、气动声学 and 燃烧学理论。美国航空航天学会通讯会士 (Associate Fellow of AIAA)，“南开大学天津大学刘徽应用数学中心”学术委员会委员，任 *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*、*International Journal of Applied Mechanics*、*Journal of Applied Mathematics and Mechanics*、《气体物理》等编委。



陈曦 (1989-)，男，四川仁寿人，博士。2008 年—2012 年就读于北京大学工学院航空航天工程系，2012 年—2018 年师从李存标教授攻读北京大学流体力学博士学位，后任职于中国空气动力研究与发展中心，主要从事高超声速边界层转捩研究，近期研究方向：斜波转捩，大迎角圆锥、升力体等复杂外形边界层转捩。共发表学术论文 10 余篇，其中作为第一作者在 *Journal of Fluid Mechanics* 上发表论文两篇。
E-mail: chenxicoe@pku.edu.cn

文章编号: 0258-1825(2020)02-0282-04

我的科研经历

周 恒*

(天津大学 机械学院 高速空气动力学研究室, 天津 300072)

在如何发展力学上, 20 世纪 80 年代在我国曾经有过一次争论。一种观点认为力学是基础科学, 因此就应该按基础科学的路子去发展。也就是说, 要强调科学上的创新而不宜强调面向应用。另一种观点则认为力学应该按技术科学的路子发展, 即面向技术发展的需求而发展相关的力学。

一百多年前, 恩格斯曾经说过, “社会上一旦有技术上的需要, 则这种需要会比十所大学更能把科学推向前进”。看来恩格斯的观点是接近于后一种看法的。而 20 世纪以来力学学科的发展似能证实恩格斯的论断是对的。

但力学的具体发展, 是通过一个个人的工作而实现的。为了说明就个人来说, 如何做才能做出有创新性的工作, 我愿以自己的经历加以说明。我的科研之路大体上可以分为五个阶段。

第一阶段

在科学创新上, 首要的问题是选择什么问题去研究。在我年轻的时候, 中国的科学技术水平很低, 想要找研究题目, 只能从文献中去找, 或者在年长学者指导下做, 因此, 基本上是跟着先进国家的路子走。我的第一次科研做的是与控制论有关的问题。钱学森先生 1955 年回国后, 在 1956 年上半年开了一个系列讲座, 讲授他刚出版不久的“工程控制论”。当年夏天, 我就在他讲过的与后来被称为最优控制有关的问题上研究了一个小问题。由于当时我国总体上做研究的单位和人还非常少(大多数高校老师还都不做科研), 我的这个小成果还得到了钱先生的赞赏, 而且他还答应我每周有三天的时间到自动化所(当时由钱伟

长先生负责, 和力学所共用一个办公楼, 即现在的力学所的主楼), 在他的指导下进修和做科研。可惜不久就开始了反右运动, 几乎所有的业务都停顿了, 我的进修也就自然中断了。反右后又接着大跃进, 学校中也批判资产阶级名利思想, 后又加上三年困难时期, 也就谈不上做科研了。

1961 年后, 困难时期逐步过去, 我又尝试着做科研。但这时已不可能再找钱先生指导了, 只好自己摸索, 从文献上找一些问题做。虽然也写了几篇文章, 甚至也得到过年长学者的肯定, 但现在看来, 实在谈不上有什么价值。其中靠后的时候, 我已开始做流动稳定性的问题。但由于不了解实际, 并没有把流动稳定性问题和工程技术中所需要的转捩预测联系起来, 而只是想把一般力学中的运动稳定性的方法移植到流体力学中来, 结果是虽然写了论文, 实际上目的不对。这一段的研究, 还受到另一个因素的影响。1952 年高校院系大调整后, 仿照前苏联, 在综合性大学设立了数学力学系。这给人一种印象, 力学家应该也是数学家。所以在这一段时间内, 我写的论文也带有一定的数学味。从历史角度看, 直到 20 世纪初, 的确有不少著名的科学家兼为力学家和数学家。但随着力学所面对的问题越来越复杂, 常常牵涉到其他的问题, 解决起来就不仅是数学的问题了。

第二阶段

1966 年文革开始, 学校所有教学科研全部停摆。

进入 70 年代, 我有机会被邀请去参与原六机部所属的一个航海仪表厂对“气体动压轴承二自由度陀螺仪”的研制, 因为他们在研制过程中遇到了一个难

收稿日期: 2019-12-25; 修订日期: 2020-03-21

作者简介: 周恒* (1929-), 男, 福建浦城人, 中国科学院院士, 主要研究方向: 流动稳定性非线性理论, 可压缩流的转捩问题, 高超声速剪切流中新的稀薄气体效应问题。E-mail: hzhou1@tju.edu.cn

引用格式: 周恒. 我的科研经历[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 282-285. doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0149

ZHOU H. My experience of scientific research[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 282-285.

题,需要力学工作者帮助。他们遇到的难题是,陀螺仪的转子一启动,轴承就会卡死。在理论力学教科书中有刚体绕定点转动的问题,典型的例子就是陀螺仪。但那里所讲的显然与我们遇到的问题无关。当时(后来知道)美国已有以这类陀螺仪为核心的导航仪,但一点详细资料都没有,也不知道他们是否遇到过同类问题。所以我们只能参考能找到的一些零星资料,自己想办法解决问题。经过两年的努力,解决了他们的问题。客观地讲,在力学的原理上,并没有什么新东西,但在综合运用不同力学分支的知识来解决实际问题上也还是有一点创新。最近遇到我国研制惯性导航仪器的主要单位之一的负责人,他说他们在研制过程中,仍然会参考我在当时解决问题后和上海交通大学的刘延柱教授合写的一本小书。可见当时的研究是有一些价值的。

当时还有一件事对我触动很大。实际的陀螺仪不是像理论力学书中那样的一个简单的转子,它要有具体的设计。它的主要部件包括转子、驱动马达、轴承,每一件都要精心设计,以使得转子的动量矩尽可能大。当时那个研制组实际的核心是一个中年的“老工人”(实际年龄刚过四十)。他的干劲十足而又充分尊重像我这样的知识分子。他试了多种结构形式,最终选择了一种和书本、文献上不同的结构。改革开放后,我国从美国购买了 10 架波音 707 飞机,其导航仪就是用的二自由度气体动压轴承陀螺仪。后来,我国的一个导航仪表厂解剖了一个它的陀螺仪,发现其结构和上述“老工人”设计的非常相似。这说明,技术创新不可迷信书本,要亲自实践才能取得真知。

第三阶段

改革开放后,在相当长的一段时间内,虽然我国的经济的发展很快,但技术水平的提高基本上是靠引进先进国家的技术,对自己的创新没有迫切的需求。因此,就我本人来说,研究课题仍然基本上是从文献上找。

我和年轻同事赵耕夫一起,开始了流动稳定性的非线性问题的研究。这是线性稳定性理论的自然发展。1981 年,我有机会访问英国,正好去的是流动稳定性弱非线性理论的最早提出者 Stuart 教授那里,所以很自然地了解了他的工作。实际上,我们的方法和他的方法是相似的,但他比我们早了 6 年,表达的形式也略有差别。当时已知道,他的方法的应用受到

很大的限制。因此,我就尝试做解除或至少放宽所受限制的工作。接着又设法将弱非线性理论推广到三维问题上。这些工作当时得到了英国人的肯定,后来也得到了钱伟长先生的肯定。

但是,有讽刺意味的是,我接着做下去的结果是最终否定了原来的弱非线性理论。

一切理论都要受实践的检验。到 1987 年,前苏联的学者 Kachanov 提供了比较详细的有关边界层内周期性扰动的风洞试验结果。我发现,有不少地方,流动稳定性弱非线性理论提供的结果与实验结果不符。经过四年多的研究,最终和日本学者藤村薰的合作下,弄清楚了原来的弱非线性理论出问题的原因,我也相应地提出了改进的办法。单纯从理论上讲,这一研究应该说是有价值的。但是,随着计算技术的提高,对边界层内扰动的演化有可能直接求数值解,弱非线性理论的价值也就相应地减小。现在已经几乎没有人再对这一问题感兴趣了。

第四阶段

20 世纪 80 年代,主要是美国的流体力学界从实验中发现,在充分发展的湍流中,存在着所谓的拟序结构(或称相干结构)。这引起了很多人的关注,因为这种结构一旦发生,在该结构的范围内,流动不完全是随机的。

随即,理论工作者就试图来解释为何会出现这种现象。对射流和剪切层这类流动,其平均流剖面存在拐点,而且除了在拐点周边外,不存在其他类似的结构,因此用流动稳定性理论可以较好地解释这一现象。但对槽道流和边界层流,就不那么容易。我们当时也加入了这一研究,写了一些文章,也得到了一定的承认。但后来感觉这种研究不能真正解决问题。因为槽道流和边界层流是有固壁边界的,流动是受固壁影响的。因此,任何孤立研究流体的一部分的运动而不考虑固壁的影响都不能真正解决问题。而且,所谓的拟序结构并没有明确的范围,不是一个可以严格定义的研究对象(这一观点我想也适用于以涡或其他结构作为研究对象的问题)。因此,最终我们终止了对其研究,也没有取得真正有意义的成果。

但是,在这段时间内,由于计算机和计算方法发展得很快,使得在高校也能够对简单的流动,如槽道流和边界层流做一些直接数值模拟的工作。所以,罗纪生教授的一个学生就做了槽道流转捩的直接数值

模拟。我们注意到,在转捩过程中,平均流的剖面从层流转为湍流剖面的过程中,一度出现了拐点。这意味着其稳定性特性有了变化。于是,我们就分析了转捩过程中平均流剖面的稳定性特征。具体说就是在不稳定波的波数和频率空间内,不稳定区的范围有什么有规律性的变化。结果发现,在转捩开始后,不稳定区会急剧扩大,使得更多的不稳定波快速增长,而其结果又使得不稳定区进一步扩大。这样就出现了一种正反馈,使得转捩过程具有“灾变(catastrophic)”的特点。随后,对更多的槽道流和边界层流(包括直至马赫数为 6 的边界层流)的转捩过程做了直接数值模拟,发现这一规律具有普遍意义。这为我们后来做转捩预测研究时提出转捩的物理判据打下了基础。

第五阶段

在我国,原来在国防口和民口的研究人员基本上没有业务上的直接交流,这和我国的保密制度有关。但到 20 世纪 90 年代,有了一些变化。先是我与舒玮教授受张涵信院士的邀请访问了中国空气动力研究与发展中心。随后不久,他们送袁湘江同志到我们这里做博士生,后又继续做博士后工作。我们之间开始有了少量业务上的直接接触,同时也促使我们开始进入可压缩流的领域。而且,袁湘江也带来了一些计算空气动力学的程序,帮助我们更顺利地进入空气动力学领域。罗纪生教授随即带领他的学生编制了适用于可压缩流稳定性研究的程序,使我们顺利转入可压缩流的稳定性研究。

到本世纪初,原航天 701 所主持了一个有关湍流和转捩研究的大项目,重点是和超声速、高超声速流有关的问题。我们也参加了该项目,这是我们正式进入该领域的开始。

之前,我们研究流动稳定性问题,主要是从科学角度上的研究,着重点是扰动演化过程的精细化。参加了上述项目后,重点就变成了转捩预测,就不能仅限于扰动演化了。要考虑的是从边界层内扰动的生成、演化、直至转捩发生,演化只是其中之一。而且从转捩预测的角度看,扰动演化的精细化研究有时就显得不是必须的了。而扰动的生成,即来流中的扰动如何进入边界层的感受性问题,演化到什么阶段就开始转捩,即转捩判据问题等则变成必须面对的问题。而且,原来边界层中的扰动主要关注的是所谓的 T-S 波,而实际转捩预测则还要考虑其他形式的扰动,如

横流涡等。这样,就大大扩大了研究范围,研究的重点也有所改变。

由于转捩问题的复杂性,我们离成功预测转捩还有不小距离,但还是有进展的。而且,过去研究扰动演化,我们实质上还是在做别人已经提出的问题,而现在则也有我们自己提出的问题。

近十年来,通过和张涵信院士、叶友达研究员等的接触,我了解了一些有关近空间飞行器的一般性问题,知道计算空气动力学在用于该种飞行器时的不足。这引起了我的兴趣。2013 年,我向力学所樊菁所长请教该问题是否是由于空气的稀薄效应所导致。樊菁所长也无法明确回答这一问题,但他请力学所孙泉华研究员用两种不同的方法做了在 70 km 高空以 15 倍声速飞行的无迎角、无厚度平板的流场计算,以显示空气稀薄效应的影响。随后,国家计算流体力学实验室李志辉研究员又用 4 种不同方法(其中两种和孙泉华的相同)对同一问题做了计算。我和张涵信院士分析了他们的计算结果,在我们共同撰写的《空气动力学新问题》一文中,提出了一种可能的新的气体稀薄效应。

对上述平板来说,70 km 高空来流的空气分子自由程约为 2 mm,但在边界层内的温度可以很高,因而该处的空气分子自由程可以更大。而由于飞行速度很高,边界层内的速度梯度可以很大。我们提出,如果沿壁面法向相差一个分子自由程的两层气体,其宏观速度有很大的差别,而这个差别相对于当地气体分子热运动的平均速度不是一个小量,则气体分子热运动速度分布函数一定会显著偏离 Maxwell 分布。现有的各种以分子热运动速度分布函数相对于 Maxwell 分布仅为小偏离的假设为基础提出的方法都不可取。而从上面的分析,可以提出一个决定这个偏离程度的参数 Z_h :

$$Z_h = \frac{\lambda \times |\text{grad}(v)|}{u}$$

其中 λ 是当地分子自由程, v 是当地气体宏观速度值, u 是当地气体分子热运动速度平均值。

因此,我们提出了一个新的科学问题,即当参数 Z_h 的值增大时,气体分子热运动速度的分布函数是否的确会显著偏离 Maxwell 分布? 这种偏离,对气体的宏观物理参数,特别是黏性系数、热传导系数等会有什么影响?

这个问题,无法用物理实验来解决,也无法从气

体分子运动论的基本方程,即 Boltzmann 方程出发来解决。幸而对于气体分子运动,有一个经过几十年考验的数值模拟方法。它直接模拟大量气体分子的运动,包括它们相互之间的碰撞,从中可以通过统计方法得到气体的宏观物理参数。这个方法称为“蒙特卡罗直接模拟法”。

天津大学青年教师陈杰对我们提出的问题做了研究。她通过对简单剪切流的模拟,发现当上述参数 Zh 增大时,气体分子运动速度的分布函数的确会越来越偏离 Maxwell 分布。她接着又发现,气体的黏性系数会随着 Zh 的增大而变小,而且变小的程度和 Zh 值是一一对应的关系。而对气体热传导问题则要用另一个参数,也是随着该参数的增大,气体的热传导系数会单调减小。

有了这一具有规律性的结果,我们提出了一个在工程技术中能很方便地应用的计算方法。初步看来,这一方法是正确和有效的。

举这个例子的目的就是要说明如何从技术发展的需求,提炼出相应的新的科学问题。通过对科学问题的研究,找到解决技术问题的方法。而且,还要考

虑在解决技术问题中如何纳入新的科学成果而又不使问题复杂化。这后一点也是很重要的,因为如果应用起来很不方便,也会使得从事工程技术开发的人员无法利用这一新的成果。

因此,就我个人的看法来说,在力学上创新的主要途径就是要从工程技术发展的需求中发现并解决有关的科学问题。为此就要深入了解具体的工程技术,而不是从书本或他人的论文中去找问题。其实,这就是钱学森先生提倡的发展力学的途径。

需要指出的是,这种发展力学的途径,力学并不是完全被动地适应技术发展的需求。当力学得到发展的同时,还可以促使新技术的发展。上面所提到的新的飞行器,其实就是基于钱学森先生几十年以前提出的概念。钱学森先生因为既是力学大师,又对航空航天技术有深入而具体的了解,因而能在发展力学的基础上,预见到新技术发展的可能性。这是值得我们从事基础研究的人好好思考的地方。不仅能解决已有的问题,还能预见技术发展的新的可能性,才配称为一个顶级的科学家。

文章编号: 0258-1825(2020)02-0286-13

边界层转捩预测中的局部散射理论

董明*

(天津大学 机械学院 高速空气动力学研究室, 天津 300072)

摘要:随着航空航天技术的发展,工程上对转捩预测精度的要求越来越高。由于飞行器表面经常出现如粗糙元、台阶、缝隙等局部突变,而传统的基于光滑壁面边界层建立的转捩预测模型已无法满足精度要求。因而,发展考虑壁面突变影响的转捩预测方法有重要的实际意义。对于由边界层中模态扰动的累积所触发的自然转捩,局部突变通过局部感受性与线性模态的局部散射两种机制影响转捩位置,故可以通过在传统 e^N 转捩预测方法的基础上引入这两种机制影响的方法建立新的转捩预测模型。为了量化这两种机制的影响,作者与其合作者们提出了一套通用的理论框架——局部散射理论。该理论框架采用大雷诺数渐近理论与有限雷诺数理论相结合的分析与计算方法,定量刻画局部散射系统的两个特征参数——局部感受性系数与透射系数,以预测在局部突变影响下转捩位置的改变量。文章综述了近年来局部散射理论的研究进展,重点展示了该理论在二维层流边界层中黏性与无黏两种失稳机制下的应用。

关键词:边界层;转捩;感受性;局部散射;线性稳定性

中图分类号: O357.4

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0140

Local scattering theory for transition prediction in boundary-layer flows

DONG Ming*

(Laboratory for High-Speed Aerodynamics, School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: With the development of aerospace technology, higher and higher accuracy for transition prediction is required in engineering. Because the traditional transition prediction approaches based on smooth boundary layers do not satisfy the accuracy requirement when surface imperfections, e.g. roughness, steps and gaps, are present, it is of practical importance to develop a new model to predict transition with the impacts of surface imperfections being taken into account. For natural-route transition triggered by the accumulation of the boundary-layer normal modes, the transition onset may be affected through the local receptivity and linear-mode local scattering regimes, therefore, a new transition-prediction model can be developed by adding the quantitative impacts of the two regimes to the traditional e^N transition-prediction approach. In order to quantify these impacts, the author and his collaborators developed a generic theoretical framework, the local scattering theory. Through combination of large-Reynolds-number asymptotic and finite-Reynolds-number theories, this framework describes the two system characteristic parameters, i.e. the local receptivity and transmission coefficients, which are used to predict the variation of the transition onset influenced by the surface imperfections. The present paper reviews the progress of the local scattering theory in the recent years, and highlights the applications of the theory in the viscous and inviscid instability regimes in two-dimensional laminar boundary layers.

Keywords: boundary layer; transition; receptivity; local scattering; linear instability

收稿日期:2019-12-25; 修订日期:2020-02-17

基金项目:国家自然科学基金(11772224)

作者简介:董明*(1981-),男,河北人,副教授,研究方向:流动稳定性与湍流。E-mail: dongming@tju.edu.cn

引用格式:董明. 边界层转捩预测中的局部散射理论[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 286-298. doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0140

DONG M. Local scattering theory for transition prediction in boundary-layer flows[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 286-298.

0 引 言

从层流到湍流的转捩问题是航空航天工程中所关注的重要基础问题^[1-2]。一般来说,层流边界层表面的摩擦阻力明显小于湍流边界层,因而,若能通过有效的设计手段推迟转捩的发生,则有利于减少燃料的消耗或在携带有限燃料的前提下使飞行器飞得更远。在航空领域,美国的波音公司^[3]、欧洲的空客公司^[4]以及我国的商飞公司等投入了大量的人力与物力,致力于发展可靠、有效的层流控制方法。在航天领域,人们在关注如何推迟转捩的同时,还通过大量的实验和计算研究高速飞行器表面由材料编织、烧蚀等引起的粗糙度对转捩的影响。另一方面,考虑在逆压梯度下,湍流边界层的分离区明显小于层流边界层,因而,在有些情况下,人们希望采取措施促进转捩的发生。一个典型的例子就是在高超声速吸气式飞行器的前体进气道布置有限尺寸的三维粗糙元^[5-8]。此外,对于航天飞行器,转捩区域往往伴随着高热流的出现,对转捩的准确预测也是热防护设计的前题。

当环境扰动的强度较低时,边界层转捩由模态扰动的失稳导致,这一过程包括如图 1 所示的四个阶段^[9]。(a) 在感受性(receptivity)阶段,自由流中的声波、涡波和熵波进入边界层并激发边界层中的不稳定模态;(b) 激发出的不稳定模态在线性稳定性机制下呈指数规律增长;(c) 当扰动累积到有限幅值以后,扰动与扰动、扰动与平均流之间的非线性作用导致层流的 breakdown;(d) 最后流动进入湍流状态,表现为脉动强度达到平稳状态,而边界层的厚度迅速增长。

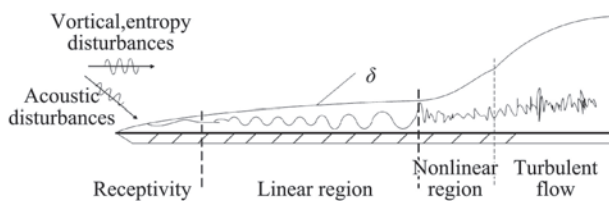


图 1 边界层转捩的示意图^[9] (略作修改)
Fig.1 Sketch of boundary-layer transition
(Ref.[9] with minor modification)

由于不稳定模态的线性增长占据了层流阶段的绝大部分区域,因而很自然的想法就是基于由线性稳定性理论给出的扰动增长率来预测转捩。根据图 1 所给出的转捩途径,这一预测方法需要考虑三个子问题:确定扰动的初始幅值、描述扰动的线性演化以及确定转捩的判据。这一思想早在 20 世纪 50 年代就被提出,Smith^[10]基于不可压缩边界层中的 Tollmien-Schlichting(T-S)波(其是 Orr-Sommerfeld

或 O-S 方程的特征解)的增长率,给出了早期的转捩预测准则,即当 T-S 波被线性放大 e^N 倍时转捩发生。因而,该方法也被简称为 e^N 法。实际上,该方法只是较准确地考虑了上述三个子问题中的第二个,而把达到转捩的门限幅值与感受性阶段的初始幅值的比值的对数刻画为人为参数 N 。由于感受性过程较复杂,对扰动初始幅值的确定往往需要通过经验。而 e^N 方法中的人为参数只有一个,因而,该方法广受欢迎。其后,一直到 20 世纪 70 年代,通过对一系列低速流实验数据的拟合,人们发现不管是 T-S 波失稳^[11]、横流失稳^[12],还是由离心力引起的 Gortler 失稳^[13],转捩因子 N 的取值一般都在 10 左右。但是,转捩不仅仅由平均流剖面决定,它同时还受自由流扰动强度的影响;上述实验展示的转捩因子 N 相近的现象只是巧合。Mack^[14]通过理论预测与实验数据的对比,发现随着来流湍流度的增强, N 因子迅速下降。因而,现阶段在工程上预测转捩时, N 的选取要借助由实验数据拟合得到的经验关系来确定。另外,横流和 Gortler 失稳模态自身的累积并不能直接导致转捩,故不考虑二次失稳的转捩预测模型从本质上来讲是存在问题的。

超声速或高超声速边界层中的转捩问题更加复杂。首先,自由流中除了存在涡扰动(湍流脉动)外,还存在压力脉动主导的声扰动和温度脉动主导的熵扰动。由于不同风洞的背景噪声强度大不相同,因而它们所对应的转捩因子 N 也大相径庭。更重要的是,高空中的环境扰动类型可能与风洞中不同,这样,从风洞实验中拟合出的 N 因子不能直接推广到真实飞行情况。其次,超声速与高超声速边界层存在多个失稳模态(可压缩 O-S 方程的特征解)^[15]。在二维层流条件下,除了展向波数较大的第一模态是亚声速黏性 T-S 波的延伸^[16]以外,其它模态都是无黏的,被称为 Mack 模态。Mack 模态在边界层前缘附近的感受性机制与黏性 T-S 波的机制^[17]完全不同。Fedorov 和 Khokhlov^[18-19]指出,在自然状态下(无局部突变引起的感受性机制),Mack 模态通过与自由流中扰动的同步而被激发。这种同步包括三类:(a) 在前缘附近,慢声波与慢模态(第一模态)同步;(b) 在下游某处,涡波、熵波与快模态同步;(c) 在第二模态下支界附近,快慢模态同步。这一现象其后被一系列直接数值模拟验证^[20-22]。Fedorov^[23]进一步应用该理论,计算了高超声速平板边界层对自由流中三维声波的感受性问题,结果与 Maslov^[24]的实验在波角($\theta = \tan^{-1}(\beta/\alpha)$,其中 α 与 β 分别为扰动的流向和展向波数)小于 50° 时吻合很好。更大波角所对应的不稳定

模态应属于黏性 T-S 波,其感受性应该由三层结构理论描述^[25]。由于同步的机制比黏性 T-S 波的前缘感受性效率高得多,一般在超声速或高超声速风洞中,转捩因子 N 明显小于低速流的值。

e^N 法的优点是应用起来简单方便,因为只需要在平行流假设下对基本流剖面求解局部增长率再做积分即可。但是,人们发现,即使对于光滑壁情况,在增长率不太大的时候,由线性稳定性理论预测的局部增长率不够准确,这样就影响了整体积分的精度。一个更加准确的方法是抛物化稳定性方程(PSE)^[26-30]。该方法只忽略了原始 Navier-Stokes(N-S)方程黏性项中扰动对流项的二阶导数项,这样,原来椭圆型的方程系统就变成了抛物型的。该方法的优点是:(a) 平均流的非平行性与扰动对流项的一阶导数被考虑进来,这样,在大部分情况下其计算精度是可以与直接数值模拟相当的;(b) 另外,扰动与扰动、扰动与平均流的弱非线性作用也可以被考虑进来(非线性 PSE 或 NPSE)。因而,对于光滑壁面的边界层流动,如果确定了模态扰动的初始幅值,NPSE 可以一直被应用到层流 breakdown 的起始阶段^[31]。值得说明的是,在使用线性 PSE 做转捩预测时,同样需要设置转捩判据,即达到转捩的时候不稳定模态要线性放大多少倍;但在使用 NPSE 预测时,只需要设置模态扰动的初始幅值,转捩发生在计算发散或壁面摩擦系数曲线抬升时^[31]。

以上基于 O-S 方程特征解的 e^N 法与考虑部分非平行性效应的 PSE 方法都是针对光滑壁面的边界层流动的。如果壁面上存在流向尺度与不稳定模态波长相当的局部突变,如粗糙元、吹吸、台阶、缝隙等,则系统表现为强椭圆型。这样,平行流假设或对系统进行抛物化从数学上来讲是错误的。实际上,壁面绝对光滑的边界层问题在工程上并不常见,而出现更多的是存在壁面缺陷或突变的边界层问题,如第一段介绍的层流控制与壁面编织、烧蚀引起的粗糙度等。这样,就需要发展一套适用于此类问题的转捩预测理论框架。

从原理上来看,局部突变对边界层自然转捩的影响主要有两种机制。一种是局部感受性机制,即自由流中的扰动与由局部突变引起的快速畸变的平均流之间相互作用而直接激发不稳定模态。由于由前缘感受性机制^[17]激发出的不稳定模态需要经历长距离的衰减过程,因而,这种局部感受性机制的效率更高。这样,如果在飞行器表面较上游的位置存在局部突变,则在转捩预测中这一局部感受性机制必须考虑。

另一种机制被称为线性模态的局部散射机制。当局部突变出现在较下游的位置时,其上游传播过来的不稳定模态会与快变的平均流作用而迅速改变前者在下游的渐近幅值(把下游扰动的幅值依照线性稳定性理论拓展到局部突变处)。渐近幅值的增大或减小会促使下游转捩的提前或推迟,新的转捩预测理论必须考虑这一定量的变化。当然,如果局部突变的尺寸足够大,以至于其引起的平均流修正使流动失稳的性质发生改变,则流动可以逾越过不稳定模态的线性放大过程,而通过旁路(bypass)转捩途径到达湍流。但本文主要关注的还是自然转捩过程,假设壁面的局部突变尺寸较小。

本文的结构设计如下:首先在 1.1 节介绍考虑局部突变影响的转捩预测方法的基本思想,引出局部感受性系数与透射系数的概念;在 1.2 节中介绍局部散射理论的基本原理;由于二维层流边界层中的失稳特性包括黏性和无黏两种,1.3 节将重点讨论它们的区别与数学描述方法。在第 2 节中,本文重点介绍黏性 T-S 波的局部感受性过程,包括 T-S 波的局部散射、T-S 波的局部感受性以及抽吸与台阶对 T-S 波的影响。在第 3 节中,介绍了无黏 Mack 模态的局部感受性与局部散射问题。最后在第 4 节对本文做总结与展望。

1 局部散射理论的基本框架

1.1 考虑局部突变影响的转捩预测模型

传统的 e^N 转捩预测方法的核心思想是认为当边界层中最危险的扰动(或称为主导扰动)在线性的机制下放大 e^N 倍时转捩发生。如果边界层中存在局部突变,则扰动的感受性和线性演化阶段会受到影响,这将表现为转捩位置的推迟或提前。最简单的构建新的转捩模型的方法是把影响定量地刻画,然后用它们来修正转捩的判据 N 值。如引言所述,局部突变对转捩的影响主要通过局部感受性机制与线性模态的局部散射机制来实现,而这两种机制可以由 Wu 和 Dong^[32]提出的一套通用的理论框架——局部散射理论——来定量刻画。在实际问题的应用中,这两种机制可能只有一个重要,也可能同时重要,这是由具体的条件(包括来流条件、主导扰动的频率以及局部突变的位置等)决定的。本节主要介绍在两种机制下如何修正转捩判据 N 值。

在局部感受性机制下,不稳定模态的初始幅值将发生改变。图 2 展示了局部感受性机制影响转捩的原理,其中局部突变以小尺寸凹槽为例。

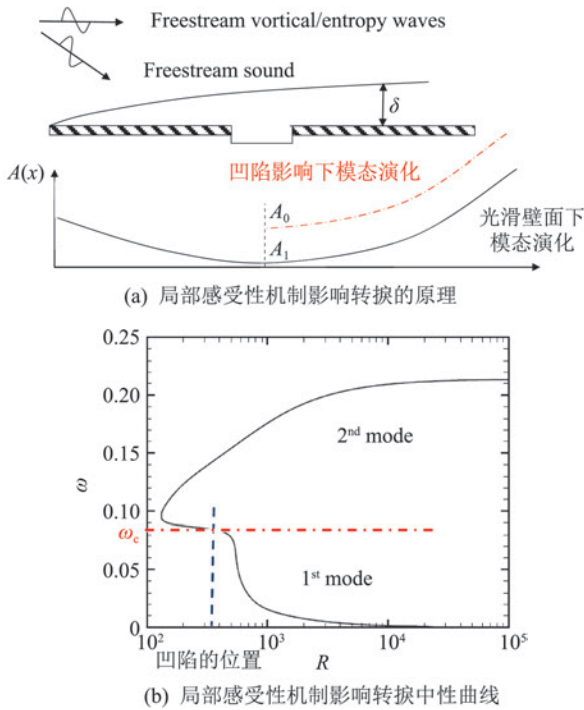


图 2 局部感受性机制影响转捩的原理与中性曲线
Fig.2 Mechanism of the impact of local receptivity on transition and the neutral curve

如果壁面是光滑的,则边界层中某一频率下的模态扰动将经历如图 2(a)中黑实线所示的先衰减后增长的过程。这是因为模态失稳是受雷诺数 R 影响的,而后者随着流向坐标 x 的增大而增大。当某一流向位置的剖面所对应的扰动是中性的时,幅值演化曲线就会在这里经历由衰减到增长的变化。图 2(b)给出了在给定工况下(这里马赫数 $Ma = 5.92$,壁面为无滑移、绝热边界条件)反映扰动既不增长又不衰减扰动的频率 ω 与雷诺数 R 的关系的中性曲线。由于来流是高超声速的,不稳定模态出现了两族,分别是第一模态与第二模态^[15]。这里两个模态合并在一起,出现了同步现象^[33]。令凹槽处所对应的雷诺数超过临界雷诺数(本工况约为 130),其对应的中性曲线下支界的频率为 ω_c 。一般,在该频率附近的模态扰动的局部感受性最强。受凹槽引起的局部感受性影响,新的模态扰动被激发,这样扰动的演化规律变成图 2(a)中的红色实线。定义局部感受性系数 K 为激发出的模态扰动的渐近初始幅值 A_0 与自由流中的扰动幅值 A_f 之比。转捩预测则要考虑由前缘感受性和局部感受性两种机制所激发的模态扰动的叠加。若该频率下的扰动是触发转捩的主导模态,且在前缘感受性机制下得到该位置处的幅值为 A_1 ,则 e^N 法中的转捩因子 N 将会减小,其改变量为

$$\Delta N = -\ln \left| 1 + \frac{A_0}{A_1} \right| = -\ln \left| 1 + \frac{KA_f}{A_1} \right| \quad (1)$$

其中 A_0 与 A_1 都是带相位的复数。若凹槽相对较深,使得 $|A_0| \gg |A_1|$,则转捩的预测可只考虑由局部感受性机制引起的模态扰动的演化,而此时使用 NPSE 方法预测转捩更加合适。但如果主导模态的频率不在 ω_c 附近,则局部感受性对转捩的影响较弱。

在线性模态的局部散射机制下,不稳定模态的增长可能会被促进或抑制,进而影响转捩位置。图 3 给出了线性模态局部散射机制影响转捩的原理。如图 3(b)所示,现在我们关注的是所有不稳定频率下的扰动(如图中红色阴影区域)。在光滑边界层内,不稳定扰动如图 3(a)中黑色实线所示呈指数增长。当凹槽存在于壁面上时,局部快变的平均流会与上游不稳定模态相作用,表现为如红色实线所示的局部“跳跃”。在下游,扰动的增长规律再次恢复到光滑壁面的情况。如果把上下游的远场扰动做渐近延拓,则可以在凹槽处看到由 A_1 到 A_0 的跳跃。在新的转捩预测方法中,定义透射系数 $T = A_0/A_1$,则转捩因子 N 的变化为

$$\Delta N = -\ln \left| \frac{A_0}{A_1} \right| = -\ln |T| \quad (2)$$

注意在线性模态的局部散射机制中, A_0 和 A_1 的定义与局部感受性机制不同。当 $|T| > 1$ 时,不稳定模态被促进,则转捩提前, $\Delta N < 0$;反之不稳定模态

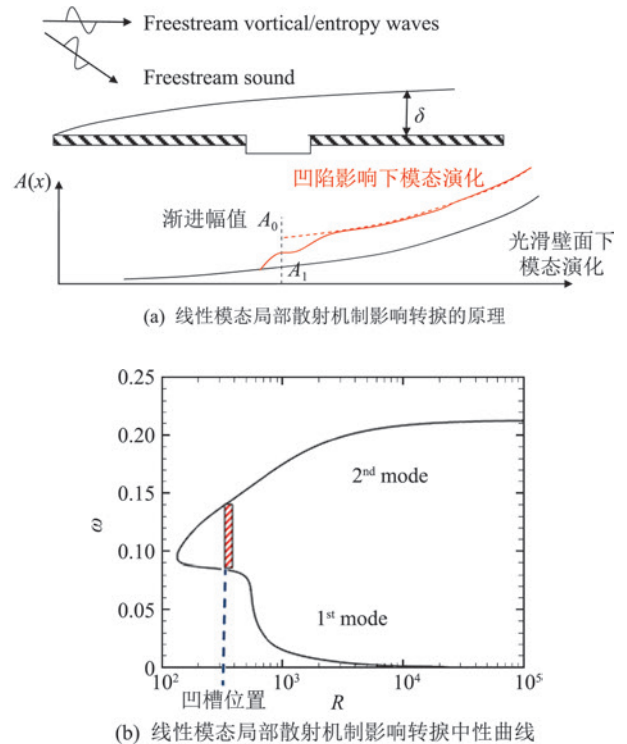


图 3 线性模态局部散射机制影响转捩的原理与中性曲线

Fig.3 Mechanism of the impact of linear-mode local scattering on transition and the neutral curve

被抑制, $\Delta N > 0$ 。若壁面上存在一系列局部突变, 则总的 ΔN 为所有 ΔN 之和。

新的转换预测模型就是在传统的 e^N 方法的基础上, 根据公式(1)与公式(2)确定新的转换判据 $N + \Delta N$ 。接下来的问题就是如何定量地刻画局部感受性系数 K 和局部透射系数 T , 这就是局部散射理论框架的任务。

1.2 局部散射理论的基本思想

局部感受性和线性模态的局部散射问题都可由图 4 的示意图表示。本质上, 局部散射问题就是通过来流扰动和由局部突变引起的快变平均流的非线性作用而激发不稳定模态的过程。这里对于局部感受性问题, 来流扰动表现为自由流中的声波、涡波或熵波; 而对于线性模态的局部散射问题, 来流扰动表现为上游的不稳定模态。对于后者, 激发出的模态扰动与来流扰动形式相同, 透射系数表现为二者幅值的叠加与来流扰动幅值之比。

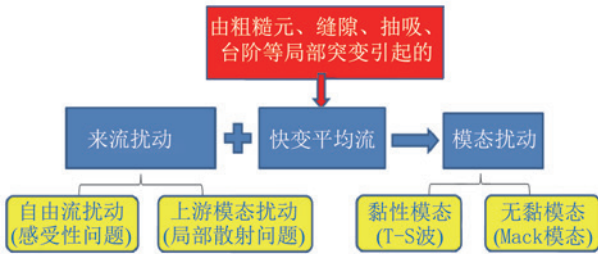


图 4 局部散射问题的本质

Fig.4 Intrinsic mechanism of the local scattering problem

如果来流扰动和快变平均流的强度都很小, 该系统可以转化成线性问题。首先把瞬时流场写成

$$\phi = \phi_B + \bar{\epsilon}\bar{\phi} + \hat{\epsilon}\hat{\phi}e^{-i\omega t} + \bar{\epsilon}\bar{\epsilon}\bar{\phi}e^{-i\omega t} + c.c. \quad (3)$$

其中: $\phi = (\rho, u, v, w, T, p)$ 分别表示密度、流向、法向和展向的速度、温度与压力; ϕ_B 表示光滑壁面情况下的平均流; $\bar{\phi}$ 为由局部突变引起的强度为 $\bar{\epsilon} \ll 1$ 平均流修正; $\hat{\phi}$ 为幅值为 $\hat{\epsilon} \ll 1$ 的来流扰动; $\bar{\phi}$ 为由非线性作用激发的模态扰动, 其幅值为 $O(\bar{\epsilon}\hat{\epsilon})$; c.c. 表示复共轭。把瞬时流场式(3)带入 N-S 方程并进行傅里叶变换, 则在 $O(\bar{\epsilon}\hat{\epsilon})$ 量级, 扰动的控制方程为

$$L(\mathbf{k}, \omega)\tilde{\phi}_F = \int \tilde{\phi}_F(\mathbf{k}_1)\hat{\phi}_F(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1, \omega) d\mathbf{k}_1 \quad (4)$$

其中, \mathbf{k} 为波数矢量, ω 为频率, 下标 F 表示谱空间的扰动, 等式左边的 L 为线性算子, 等式右端的卷积表示平均流修正与来流扰动的非线性作用。对于空间增长的扰动, ω 为给定实数, 波数矢量至少在一个方向上(不妨设流向波数 k_x)是复数, 其虚部表示增长率的相反数。对于流线型固壁, 非平行效应的流向尺度远

大于局部突变的流向尺度, 因而对基本流 ϕ_B 做平行流假设是合适的, 从而, 线性算子 L 可化简为 O-S 算子。当 \mathbf{k} 与 ω 满足一定特征关系(色散关系)时, 方程 $L(\mathbf{k}, \omega)\tilde{\phi}_F = 0$ 有非零的特征解, 这样, 在齐次边界条件下, 该问题化成一个特征值问题。不难看出, 当色散关系被满足时, 式(4)左端出现奇异, 任何一个小的非齐次强迫都可以引起该波数谱上无穷大的响应。注意, 下游“激发”出的模态扰动由对 $\tilde{\phi}_F$ 的傅里叶反变换计算, 而在谱空间某一离散波数上的无穷大响应在物理空间上可以为有限值。具体的计算方法是把该积分的自变量 k_x 在复空间解析延拓, 并把积分路线在上半平面封闭(叠加上半径为无穷、复角从 0 到 π 的半圆, 而叠加的部分的值为 0), 如图 5 所示。根据柯西积分定理, 该环路积分的大小由离散谱特征值的留数贡献。因而, 采用留数定理, 可以计算出局部感受性系数 K 与局部透射系数 T 。这一方法被用在一系列理论研究中^[17, 34-37]。

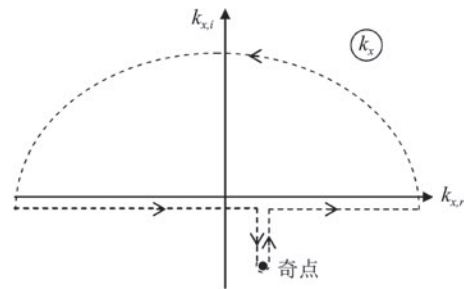


图 5 在复 k_x 平面内的环路积分路径

Fig.5 Integral path in the complex k_x plane

但如果局部突变对平均流修正的强度较大, 即 $\bar{\epsilon} \ll 1$ 不成立, 则基本流 ϕ_B 与平均流修正 $\bar{\phi}$ 不能分开, 这样就不能把系统写成如式(4)那样的左端是线性系统、右端是非线性强迫的形式。此时, 对 K 与 T 的计算需要借助数值的方法。

当壁面突变(如粗糙元)的流向尺度与不稳定模态的波长相当的时候, 局部散射问题表现为一个局部的椭圆型系统, 表现为在粗糙元附近的扰动不但受上游信息影响, 还受下游信息影响。因而, 只关注局部剖面的 O-S 方程或把系统抛物化的 PSE 方法都是不适用的。虽然人们可以同样通过实验或直接数值模拟对特定工况下的感受性系数 K 与透射系数 T 进行测量, 但要想系统地研究 K 与 T 对整个参数空间的依赖, 并总结规律性结论, 则需要构建定量的理论框架。本文讨论的局部散射理论框架包括大雷诺数渐近理论和有限雷诺数理论两部分, 前者能够清晰地展示尺度之间的作用机理, 而后者在定量上更加准确。

1.3 黏性与无黏不稳定机制

以最简单的二维层流边界层为例,失稳模态包括黏性和无黏两类。这两类模态扰动受局部突变影响而产生的局部散射现象的机理是不同的,但这种不同只能通过渐近理论的分析得到。为清晰地展示两种模态的区别,本节采用渐近理论分别介绍两类模态的特征尺度。

黏性模态主要包括不可压缩与亚声速边界层中的 T-S 波以及超声速边界层中波角

$$\theta = \tan^{-1}(\beta/\alpha) > \tan^{-1}(\sqrt{Ma^2 - 1}) \quad (5)$$

的第一模态不稳定波,其渐近尺度(不包括中性曲线上支界附近)如图 6(a)所示,其中 α 与 β 分别为不稳定模态的流向与展向波数。

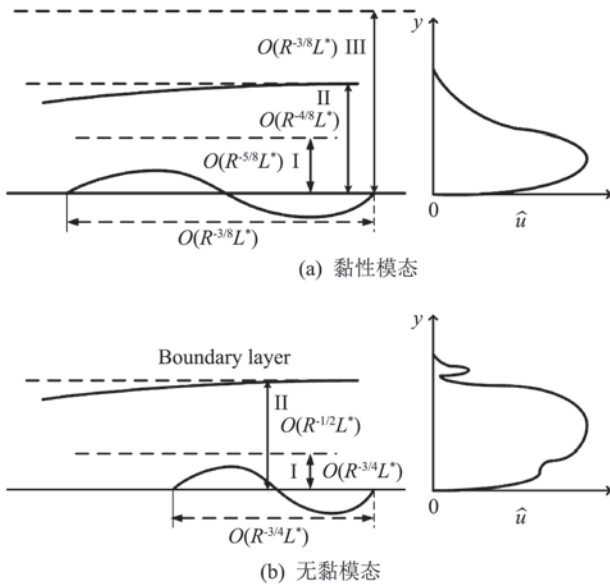


图 6 黏性与无黏模态的渐近尺度

Fig.6 Asymptotic scalings of the viscous and inviscid modes

Lin^[38] 和 Smith^[39-40] 通过渐近分析指出,在不可压缩或亚声速边界层中,T-S 波的下支界中性频率是 $O(R^{1/4}U_\infty/L^*)$ 的量级,而波长是 $O(R^{-3/8}L^*)$ 的量级,其中 $R = U_\infty L^* / \nu_\infty$ 是以当地到前缘的距离 L^* 为特征长度、分别以来流速度 U_∞ 和黏性系数 ν_∞ 为特征速度和黏性系数的雷诺数。这里要强调的是,T-S 波的波长比当地边界层的厚度 $O(R^{-1/2}L^*)$ 长,这两个尺度的差别是 $O(R^{-1/8})$ 的量级。但是,有限雷诺数的实验或直接数值模拟往往给人们一个错误的印象——T-S 波的波长和边界层厚度相当。因为即使在 $R = 10^6$ 时,这两个尺度的差别 $R^{-1/8}$ 也只有 0.178。而只有当尺度的估计是正确时,后面的数学分析才有意义。Lin^[38] 和 Smith^[39-40] 的尺度分析告诉

我们,T-S 波的相速度 $c \equiv \omega/\alpha = O(R^{-1/8}U_\infty) \ll U_\infty$ 。因而,T-S 波的特征函数集中在非常靠近壁面的薄层 $y \sim R^{-5/8}L^*$ 内。这一尺度恰好与三层结构理论^[41-43]的尺度相同,后者被应用于描述如平板尾缘、粗糙元等对平板边界层的修正。更巧合的是,低速流中的声波也在壁面附近 $O(R^{-5/8}L^*)$ 的区域内激发非定常的 Stokes 层。因而,Ruban^[34] 和 Goldstein^[35] 基于对黏性底层分析,最早描述了 T-S 波被声波与粗糙元作用而激发的物理过程。另外,在中性曲线上支界附近的 T-S 波不满足图 6(a)的渐近尺度,它在法向表现为如 Bodonyi 和 Smith^[44] 给出的五层结构尺度。在这一分析中,边界层内出现相速度与基本流速度相同的临界层,非平行性效应也要被考虑进来。但是不稳定模态在通过中性曲线上支界后进入线性衰减区,转换受其影响很小,故本文不详细讨论中性曲线上支界的稳定性问题。

当来流变成超声速时,三层结构公式体系的上层的控制方程由椭圆型的拉普拉斯方程变成了双曲型的亥姆霍兹方程,这样,只有条件(5)被满足时才能得到黏性机制下的不稳定模态解^[16]。而这种解恰好对应于超声速边界层中的三维第一模态,因而,三维性较强(波角 $\tan^{-1}(\beta/\alpha)$ 较大)的超声速第一模态扰动也可以被称为黏性 T-S 波。

在超声速边界层中,O-S 方程存在多族不稳定模态解,Mack^[15] 对该问题的数值研究进行了详细的综述。研究发现,大部分第一模态以及所有高阶模态都属于无黏失稳,这是因为边界层剖面存在广义拐点,即满足

$$\frac{d}{dy}(\rho_B \frac{dU_B}{dy}) = 0 \quad (6)$$

的点。这些无黏模态的渐近尺度如图 6(b)所示。无黏模态的频率和波长分别为 $O(R^{1/2}U_\infty/L^*)$ 和 $O(R^{-1/2}L^*)$ 的量级,故其相速度 $c = O(U_\infty)$ 。这样,无黏模态的特征函数出现在边界层的主层,一般可以用线性欧拉方程或 Rayleigh 方程描述。但是,注意到无黏方程的解并不满足无滑移边界条件,因而必须在非常靠近壁面的 $O(R^{-3/4}L^*)$ 的区域内引入一个 Stokes 层,其作用是使得主层无黏解的滑移速度在这一薄层内迅速衰减到壁面的零值。

不管是黏性还是无黏模态,基本流非平行性的影响都是 $O(R^{-1})$ 的量级,因而它在首阶上是可以忽略的。本文在采用大雷诺数渐近理论描述局部散射理论框架时,区分不稳定模态的黏性属性,能清晰地展示局部散射过程的本质。

2 黏性机制下的局部散射理论

2.1 粗糙元对亚声速 T-S 波的局部散射

如 1.3 节所述,黏性模态在大雷诺数渐近理论框架下可由三层结构理论描述,而由局部突变引起的平均流修正也在这一尺度范围内,因而, Wu 和 Dong^[32] 采用三层结构理论,系统地研究了亚声速平板边界层中二维 T-S 波被局部粗糙元散射的问题。其尺度作用如图 7(a)所示。在该工作中,粗糙元的高度被假设为 $O(R^{-5/8}L^*)$ 的量级,由其引起的平均流修正在底层满足非线性边界层方程。虽然底层(Lower deck)的控制方程是抛物型的,但是由于压力梯度也是解的一部分,该方程组不封闭。对该系统的求解需要叠加上层(Upper deck)的信息,即自激发的压力梯度与边界层的排移效应之间的线性关系。后者可化成一个椭圆型的希尔伯特积分,因而整个系统表现为下游影响上游的椭圆型特性。

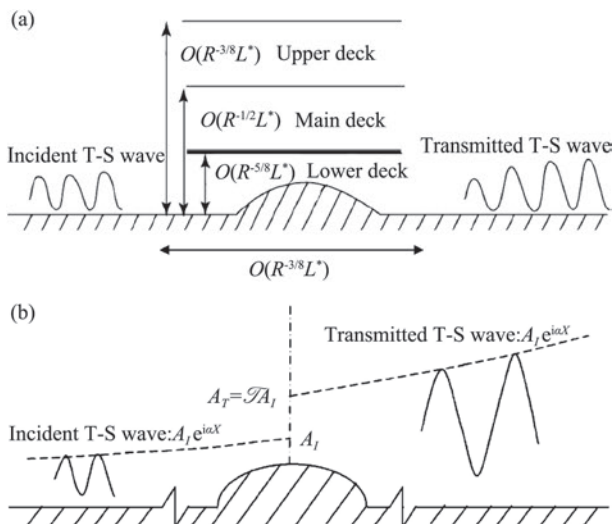


图 7 三层结构尺度 (a) 与 T-S 波的局部散射 (b) 示意图

Fig. 7 Sketches of triple-deck structure (a) and local scattering of the T-S wave (b)

平均流修正只局限在粗糙元附近 $O(R^{-3/8}L^*)$ 的流向范围内,因而,在距离粗糙元较远的上游与下游,平均流趋近于未受扰动的 Blasius 解,脉动场也趋近于由 Blasius 剖面的稳定性决定的 T-S 波 $\tilde{\phi} \sim \hat{\phi} e^{i\alpha x}$, 这里 $\hat{\phi}$ 表示特征函数,且 Blasius 解的非平行性被忽略。但是,由于局部散射系统的作用,它们的渐近幅值出现了“跳跃”,即从上游的渐近幅值 A_i 突变为下游的渐近幅值 A_T ,如图 7(b)所示。值得说明的是,这里的渐近幅值是指把上下游的扰动按照指数增长规律延拓到粗糙元位置处的幅值,而渐近幅值的“跳跃”并不是指扰动的演化存在不连续。在局部散射理论中,这一跳跃被透射系数来刻画,即 $T = A_T/A_i$ 。

考虑归一化的特征函数 $\hat{\phi}(y)$ 在上下游是相同的,整个系统可化成一个广义特征值问题

$$A\tilde{\phi} = TB\tilde{\phi} \quad (7)$$

其中 A 与 B 是系数矩阵,其具体表达形式见文献[32],透射系数 T 就是系统的特征值。对于一个特定的工况,图 8 展示了粗糙元附近脉动场 $\tilde{\phi}(X,Y)$ 的等值线图。这里的长度单位均以三层结构的底层尺度无量纲化。脉动场在粗糙元附近的快速畸变被清晰地展示。

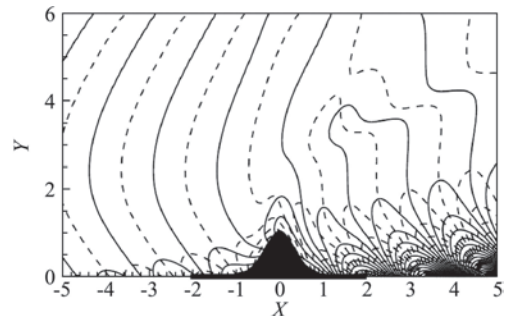


图 8 脉动场的速度特征函数实部的等值线^[32] (其中实线表示正值,虚线表示负值)

Fig. 8 Contours of the real part of the velocity eigenfunction of the perturbation field, where the solid and dashed lines represent positive and negative values (from Ref.[32])

采用三层结构理论的另一个好处是,系统参数的个数大大减少了。本质上,透射系数 T 受来流马赫数、雷诺数、壁面温度、来流温度(影响 Sutherland 黏性律)、上游 T-S 波频率和粗糙元形状的影响,在大雷诺数三层结构体系下, T 只受 T-S 波的频率和粗糙元形状的影响。通过系统的参数研究,发现凸起和凹陷都会促进 T-S 波的增长,但凸起的效果更明显;随着 T-S 波频率和粗糙元高度的增加,散射效应增强;当粗糙元的宽度与 T-S 波的波长相当时,散射效应出现峰值。该理论框架也被应用于由抽吸、台阶引起的局部散射问题^[45-46]。

2.2 粗糙元与声波作用而激发 T-S 波的局部感受性

Ruban^[34] 和 Goldstein^[35] 最早采用三层结构理论,描述了亚声速和不可压缩边界层中 T-S 波的局部感受性。声波在底层激发了黏性非定常 Stokes 层,其流向、法向速度和压力在首阶上可表示为

$$(U_s, V_s, P_s) \sim (1 - e^{-(i\omega)^{1/2}Y}, 0, 1)e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \quad (8)$$

其中 $Y = R^{5/8}y^*/L^*$, 它与平均流修正作用可直接激发 T-S 波。这一过程可被示意图 9 展示。Ruban 和 Goldstein 的早期工作都是基于线性粗糙元的,即粗糙元高度 $h \ll R^{-5/8}L^*$, 而我们可以用如 2.1 节中介绍的方法借助数值方法求解当 $h = O(R^{-5/8}L^*)$ 时的

感受性系数 K 。

由于粗糙元上下游扰动的形式不同, 整个系统可以化成一个线性代数方程组

$$\mathbf{A}_1 \tilde{\phi}_1 = \mathbf{b} \quad (9)$$

其中, 未知向量 $\tilde{\phi}_1$ 除了包含要求解的脉动场以外, 还包括感受性系数 K 。在该理论中, 感受性系数仍然只依赖声波的频率与粗糙元的形状。图 10 展示了中性曲线下支界的 T-S 波被声波与小高度粗糙元激发的感受性系数随粗糙元宽度的变化。由于接近中性的 T-S 波的感受性往往是最强的, 这里只给出对该频率的计算。作为展示, 我们假设自由流中声波的入射角为 0° , 即声波是沿着平板方向传播的。当粗糙元的宽度与 T-S 波的波长相当时, 感受性系数达到了峰值。同时, 图中还展示了用直接数值模拟(DNS)对该问题的计算结果, 其中计算参数为来流马赫数 0.2, 雷诺数 10^6 。它们之间的最大误差也只在 10% 的量级, 而局部散射理论的计算效率远远优于 DNS。同样的理论框架也用在描述尾流中不稳定模态的感受性问题中^[47]。

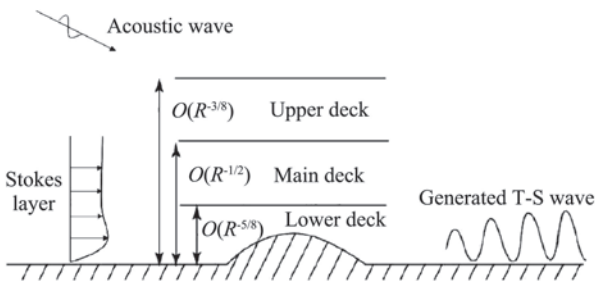


图 9 T-S 波的局部感受性机制示意图^[45] (略作改动)
Fig.9 Sketch of the local receptivity regime (From Ref.[45] with small modification)

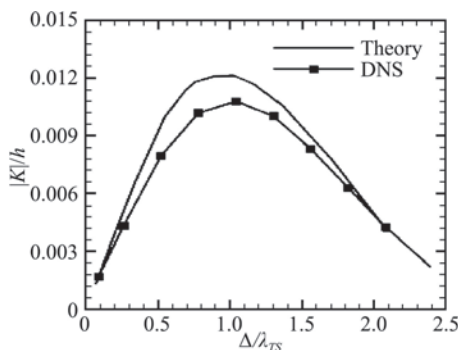


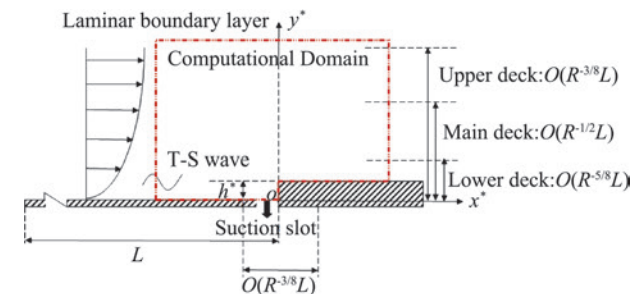
图 10 感受性系数对粗糙元宽度的依赖
Fig.10 Dependence of receptivity coefficient on the roughness width

2.3 壁面抽吸补偿台阶对 T-S 波的促进作用

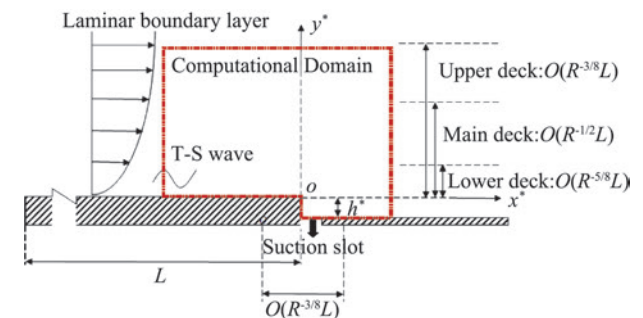
本节应用局部散射理论讨论一个有趣的设计。在航空工程中, 常会遇到两块材料拼接的情况, 而拼接处难免出现缝隙与台阶。在实际操作中, 常用填充

物把缝隙堵上, 但这会给维护工作增加困难, 并且当填充物在连续荷载作用下发生变形时, 转捩也会受到影响。Zahn 和 Rist^[48] 通过 DNS 发现, 虽然缝隙本身会促进 T-S 波的增长, 但当它被安置在前台阶之前或后台阶之后时, 它有可能抑制台阶对 T-S 波的促进作用。而如果在缝隙处引入抽吸, 补偿效果就更明显了, 甚至有些时候 T-S 波会被缝隙与台阶的组合所抑制。更重要的是, 由于在前台阶前缘和后台阶后缘有自激发的压力梯度, 这样, 在缝隙内不需要引入额外的能量就可以使部分流体在压力梯度下产生自然的抽吸效果^[49]。这在实际操作中更容易实现。

本节所考虑的物理问题如图 11 所示, 考虑一个带台阶的平板放在一个亚声速来流中。图 11(a) 展示的是一个前台阶, 在其前缘安置一个抽吸元; 图 11(b) 展示的是在后缘安置抽吸元的后台阶。假设台阶处在 T-S 波的不稳定区域, 则上游传播过来的 T-S 波可以与台阶发生局部散射作用。考虑台阶的高度远低于边界层厚度, 为 $O(R^{-5/8}L^*)$ 的量级, 则它们之间的作用仍然可以被大雷诺数三层结构描述, 具体过程与 2.1 节中的介绍完全相同。



(a) 在前缘安置抽吸元的前台阶



(b) 在后缘安置抽吸元的后台阶

图 11 用抽吸补偿台阶对 T-S 波的促进作用
Fig. 11 Compensation of the enhancement effect of steps on T-S waves by suction

计算发现, 若抽吸的流量为 0, 则前、后台阶都会对 T-S 波有促进作用 ($T > 1$), 而且相同尺寸的后台阶对 T-S 波的促进作用更强。透射系数随着来流频率与台阶高度的增加而增加^[46]。而如果从壁面引入体积

流量为 $O(R^{-3/4}L^*U_\infty)$ 的抽吸时,台阶对 T-S 波的促进作用则可被补偿,甚至得到较好的抑制转换的效果。

为验证渐近理论的定量结果的精度,我们还发展了有限雷诺数版本的局部散射理论。这一方法与文献[50-53]中的线性化 N-S 方法相同,其原理是把随时间简谐振动的脉动场带入 N-S 方程并做线性化,这样,在给定入口条件下,该系统化成一个高维线性代数方程组。这被称为 Harmonic Linearized Navier-Stokes(HLNS)方法。通过两个方法计算结果的对比,发现渐近理论在抽吸流量较小时与 HLNS 的结果吻合较好,但随着抽吸流量的增大,二者存在一定差别。这是可以理解的,因为渐近理论只考虑首阶近似。但在渐近理论下,不同马赫数、雷诺数的计算结果可通过合适的归一化而合并到一起,这对理解局部散射问题的本质有重要意义。该工作尚未发表,正在审稿中。

3 无黏机制下的局部散射理论

3.1 超声速无黏模态的局部感受性

本节讨论的问题是超声速边界层中的无黏 Mack 模态被自由流中声波和壁面粗糙元作用而激发的问题,如图 12 所示。

由于无黏模态的渐近尺度与黏性 T-S 波不同,其感受性过程也大不一样。从大雷诺数渐近理论来看,频率为 $O(U_\infty/\delta)$ 的声波在边界层中的响应可分

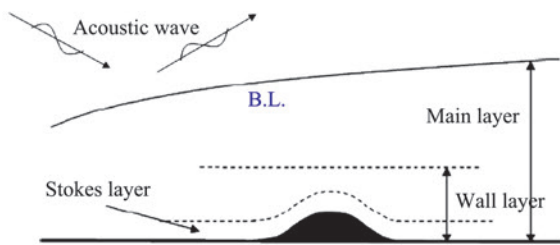


图 12 无黏模态局部感受性的示意图^[54]

Fig.12 Sketch of local receptivity of inviscid modes^[54]

两层,分别是 $O(\delta)$ 的边界层主层和 $O(R_\delta^{-1/2}\delta)$ 的 Stokes 层,其中 $\delta = \sqrt{\nu_\infty L^*/U_\infty}$ 表示边界层的特征厚度,而 $R_\delta = U_\infty \delta / \nu_\infty = \sqrt{R}$ 表示以 δ 为特征长度的雷诺数。若粗糙元的高度 $h \sim R_\delta^{-1/3}\delta$,宽度为 $O(\delta)$,则它引起的平均流修正也可分成两层,包括 $O(\delta)$ 的主层和 $O(R_\delta^{-1/3}\delta)$ 的黏性底层。它们的相互作用激发频率为 $O(U_\infty/\delta)$ 、波长为 $O(\delta)$ 的无黏模态。

无黏感受性机制可由图 13 所示的作用机制表示,其中箭头表示不同渐近分层之间的相互作用。如果入射声波的幅值为 $\epsilon_a \ll 1$,则边界层对声波的响应是无黏、线性的,它可以用可压缩 Rayleigh 方程对应于声波分支的连续谱来描述。在边界层的主层,速度与压力脉动都是 $O(\epsilon_a)$ 。但是,由于壁面上没有强制的无滑移条件,需要在壁面附近引入 $O(R_\delta^{-1/2})$ 的 Stokes 层。在该层内,流向速度脉动与压力的幅值仍然是 $O(\epsilon_a)$,但法向速度脉动为 $O(R_\delta^{-1/2}\epsilon_a)$ 。后者会在主层引起声波扰动的二阶修正。以上只是光滑平板对声波的响应,如果壁面存在 $O(h)$ 粗糙元,则流向脉动速度在 Stokes 薄层内的量级可达到 $O(\epsilon_a h R_\delta^{1/3})$,这正是首阶感受性的量级。与此同时,在主层声波响应与平均流的非线性作用决定二阶感受性的量级为 $O(\epsilon_a h)$ 。

采用渐近理论对每一阶的感受性系数的求解都要用到如 1.2 节中介绍留数定理,只是式(4)左端的线性算子改成无黏 Rayleigh 算子。在首阶上,式(4)右端的非线性作用项为 0,非齐次强迫来自壁面边界条件;在二阶上,非齐次强迫既包括右端的非线性作用项,又包括从底层贡献的法向非定常出流。另外,还可以用类似的概念构建有限雷诺数理论,只是此时粗糙元的高度必须假设为 $h \ll R_\delta^{-1/3}\delta$ 。在该理论中,式(4)左端的线性算子为 O-S 算子,右端非线性作用项和壁面边界条件同时存在。

图 14 展示的是来流马赫数为 5.92 的绝热壁平

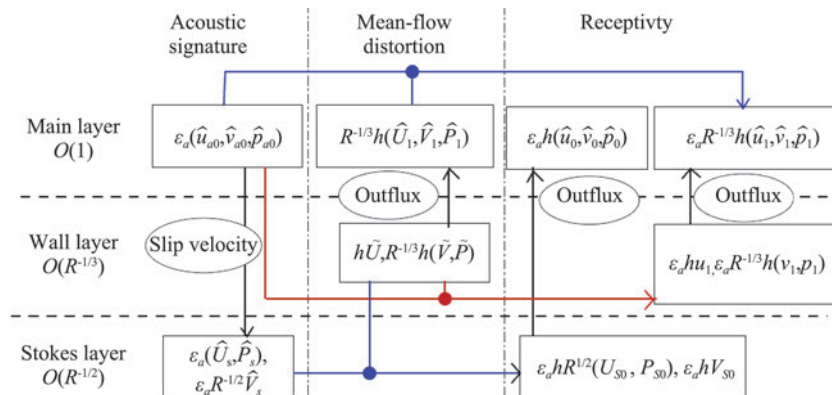


图 13 无黏模态局部感受性的机理^[54]

Fig.13 Mechanism of local receptivity of inviscid modes^[54]

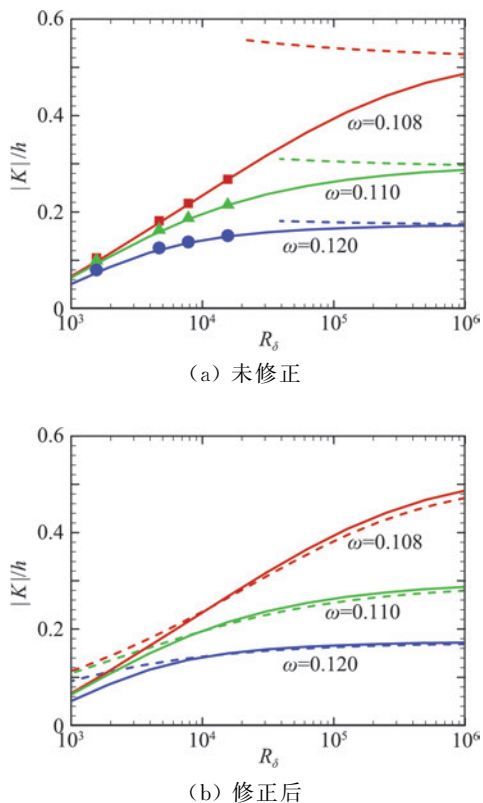


图 14 感受性系数随雷诺数的变化(选自文献[54])
Fig.14 Dependence of receptivity coefficient on Reynolds number (from Ref.[54])

板边界层中局部感受性系数随雷诺数的变化规律。通过对该基本流的稳定性分析,可得到表征模态既不增长也不衰减的中性曲线,如图 2(b)或图 3(b)所示。计算中,选择了三个典型频率,分别为 $\omega = 0.108$ 、 0.110 和 0.120 。这三个频率都对应于第二模态不稳定波,且 $\omega = 0.108$ 接近第一模态与第二模态的同步点。图 14(a)中的符号表示 DNS 结果,实线表示基于留数定理的有限雷诺数理论的计算结果。因为增大雷诺数后 DNS 的计算量太大,所以这里 DNS 计算的最大雷诺数为 15 600。对于所计算的雷诺数范围, DNS 结果与有限雷诺数理论几乎重合。而当雷诺数继续增大时,有限雷诺数理论的计算结果趋近于大雷诺数渐近理论的结果(虚线所示)。这说明了本节发展的两套理论都是可靠的。但是,我们还发现,对于一个中等的雷诺数,渐近理论的预测精度显然不够。其原因主要是来自 Rayleigh 算子和 O-S 算子的差别。考虑到 Rayleigh 方程的最大简化是忽略了底层对主层的影响,我们引入一个修正方法,即把无穿透的壁面边界条件改为考虑 Stokes 层贡献的边界条件,具体形式见文献[54]。这样,可以计算出修正渐近理论的结果,如图 14(b)中的虚线所示。与有限雷诺数结果(实线)对比,渐近理论的精度大大提高了,

其结果可以精确到雷诺数是几千的情况。

渐近理论给我们的另一个启示是,对于粗糙元+声波引起的局部感受性问题,在首阶上,激发的扰动场由 Rayleigh 方程加上非定常壁面吹吸的边界条件控制。这很容易让人联想到一个更加基本的感受性问题,即模态扰动被非定常壁面吹吸所激发。后者不需要在自由流中引入任何扰动;且在小幅值吹吸下,平均流修正为 0。尽管两个感受性问题的物理本质不同,但在数学描述上完全一样,这一比拟有助于对局部感受性问题本质的理解。

3.2 超声速无黏模态的线性局部散射

为了描述有限高度($h \sim \delta$)的粗糙元对无黏模态的散射作用,本节采用另一套有限雷诺数理论——HLNS^[53]。该理论与 2.3 节中介绍的有限雷诺数理论相同。研究的物理问题与图 7 相同,只是在高超声速边界层中,二维不稳定模态是无黏 Mack 模态,而不是黏性 T-S 波。

选取的计算工况仍然是马赫数为 5.92 的绝热平板边界层,其中性曲线与图 2(b)或图 3(b)相同。首先通过直接数值模拟,求得被有限高度的凸起及凹陷修正的平均流,图 15 展示了平均压力云图及流线。在粗糙元处的边界层名义厚度为 2.36 mm。可以看到在凸起的尾端和凹陷的内部存在回流区。

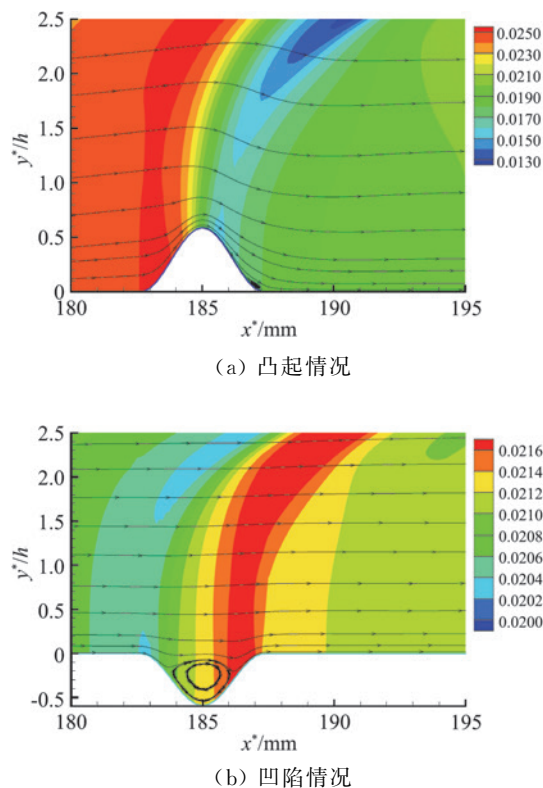


图 15 被有限高度凸起及凹陷修正的平均流^[53]
Fig.15 Mean flow distorted by a finite-height hump and indentation^[53]

Duan 等^[55]和 Fong 等^[56-57]通过直接数值模拟,研究了来流马赫数为 5.92 的边界层中 Mack 模态被粗糙元局部散射的问题。他们发现,粗糙元对频率高于同步频率的 Mack 模态有抑制作用,而对频率低于同步频率的模态有促进作用。但直接数值模拟只能针对个别工况做定量研究,无法在整个参数空间内总结规律性结论,而这一任务可以被 HLNS^[53]完成。

图 16 展示了透射系数随来流 Mack 模态频率的变化。图中展示了五个工况(Case 1.1~Case 1.5),分别表示五个不同高度的凸起型粗糙元($h/\delta_{99} = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$ 和 0.25 ,其中 δ_{99} 为边界层名义厚度),它们的宽度都是 $2\delta_{99}$ 。对于本节所研究的基本流,有量纲的同步频率约为 128 kHz。在图中,同步频率相当于一区分促进与抑制作用的分界线,粗糙元只对频率高于同步频率的 Mack 模态有抑制作用。而且,可以明显看出,粗糙元越高,散射效应越强。另外,局部凹陷对 Mack 模态的散射作用与凸起相同,只是相同高度的凹陷的散射作用更弱。

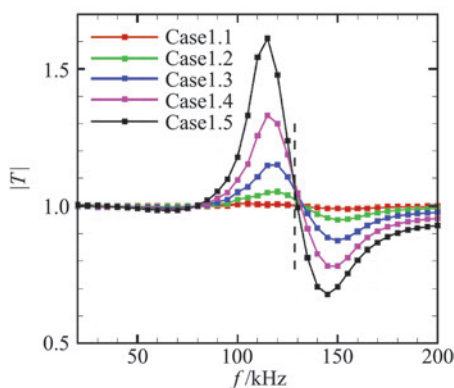


图 16 透射系数随频率的变化^[53]

Fig.16 Dependence of transmission coefficient on frequency^[53]

值得说明的是,以上有限雷诺数理论仍然无法解释为什么同步频率表现为区分粗糙元促进与抑制作用的分界线,而这需要采用渐近理论做进一步分析。只是该工作尚未完成,故本文暂不做综述。

4 结束语

为适应工程上对非光滑壁面飞行器转捩预测的需求,需要发展考虑局部突变影响的边界层转捩预测方法。本文建议了一个新的转捩预测模型,即在传统的 e^N 方法基础上,依据公式(1)和公式(2)修正转捩判据。这里最重要的环节就是如何量化局部突变对转捩的影响,即计算局部感受性系数与透射系数。本文综述了定量刻画以上两个系数的局部散射理论在近年来的研究进展。

对于二维层流边界层,不稳定波包括黏性 T-S

模态和无黏 Mack 模态两类,它们的渐近尺度以及局部突变的作用机制是不同的。局部散射理论框架把大雷诺数渐近理论与有限雷诺数理论相结合,得到了物理机制清晰、定量上准确的刻画两个特征参数的方法。本文展示了局部散射理论在一系列具体物理问题中的应用。

作为一套通用的理论框架,局部散射理论保留了局部散射系统的椭圆性,从数学上来讲是严格的。另一方面,通过理性的简化处理,该理论使系统地研究描述局部散射系统的特征参数对全参数空间的依赖关系成为可能。更重要的是,该理论所描述的特征参数可与传统转捩预测方法无缝对接,以获得适用于非光滑壁面的边界层转捩预测的方法。

关于局部散射理论的后续研究工作包括两方面。首先,在更丰富的壁面突变情况下描述局部感受性系数与透射系数,比如折角、多孔壁、波纹壁等,特别是在高超声速边界层中的应用。值得说明的是,本文介绍的局部散射理论可以推广到如波纹壁等的分布式突变的情况。在求解感受性(透射)系数时,需要用格林函数法把局部感受性(透射)系数沿流向积分,这里要注意的是流向的非平行性要考虑进来,如 Choudhari^[58]。另一方面,需要把发展的考虑局部突变影响的转捩预测方法应用于求解航空航天工程的实际问题中,用实验或直接数值模拟数据验证新的转捩预测模型。

致谢:本文图 6 为刘银辉博士生制作,在此表示感谢。

参 考 文 献:

- [1] 周恒,张涵信. 空气动力学的新问题[J]. 中国科学:物理学 力学 天文学, 2015, 45(10): 109-113.
ZHOU H, ZHANG H X. New problems of aerodynamics[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2015, 45(10): 104709.
- [2] 周恒,张涵信. 有关近空间高超声速飞行器边界层转捩和湍流的问题[J]. 空气动力学学报, 2017, 35(2): 151-155.
ZHOU H, ZHANG H X. Two problems in the transition and turbulence for near space hypersonic flying vehicles[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(2): 151-155. (in Chinese)
- [3] CROUCH J. Predicting laminar-turbulent transition influenced by surface-induced flow distortions[R]. IUTAM-2019, 2019; London.
- [4] PERRAUD J, ARNAL D, KUEHN W. Laminar-turbulent transition prediction in the presence of surface imperfections[J]. International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation, 2014, 6(3/4): 162.
- [5] SCHNEIDER S P. Effects of roughness on hypersonic boundary-layer transition [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2008, 45(2): 193-209.

- [6] WHEATON B M, SCHNEIDER S P. Roughness-induced instability in a laminar boundary layer at Mach 6 [C]//48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. 2010. AIAA 2010-1574.
- [7] DUAN Z W, XIAO Z X, FU S. Simulation of transition triggered by isolated roughness in hypersonic boundary layer [C]//42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, New Orleans, Louisiana. Reston, Virginia: AIAA, 2012. AIAA 2012-3076.
- [8] 董明. 高超声速边界层中由粗糙元引起强制转捩的机理[J]. 气体物理, 2016, 1(5):25-38.
DONG M. Mechanism of roughness-induced transition in hypersonic boundary layers[J]. *Physics of Gases*, 2016, 1(5): 25-38. (in Chinese)
- [9] KACHANOV Y S. Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transition[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1994, 26(1): 411-482.
- [10] SMITH A M O. Transition, pressure gradient and stability theory[C]//IX International Congress for Applied Mechanics, 1956; Brussels.
- [11] JAFFE N A, OKAMURA T T, SMITH A M O. Determination of spatial amplification factors and their application to predicting transition[J]. *AIAA Journal*, 1970, 8(2): 301-308.
- [12] SROKOWSKI A J, ORSZAG S A. Mass flow requirements for LFC wing design; AIAA-77-1222[R]. Reston: AIAA, 1977.
- [13] SMITH A M O. On the growth of Taylor-Görtler vortices along highly concave walls[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1955, 13(3): 233-262.
- [14] MACK L M. Transition prediction and linear stability theory [R]. AGARD CP-224. 1977.
- [15] MACK L M. Review of linear compressible stability theory [M]//Stability of Time Dependent and Spatially Varying Flows. New York, N Y: Springer New York, 1987; 164-187.
- [16] SMITH F T. On the first-mode instability in subsonic, supersonic or hypersonic boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1989, 198: 127.
- [17] Goldstein M E. The evolution of Tollmien-Schlichting waves near a leading edge[J]. *J Fluid Mech*, 1983, 127: 59-81.
- [18] FEDOROV A V, KHOKHLOV A P. Excitation of unstable modes in a supersonic boundary layer by acoustic waves[J]. *Fluid Dynamics*, 1991, 26(4): 531-537.
- [19] FEDOROV A V, KHOKHLOV A P. Prehistory of instability in a hypersonic boundary layer [J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2001, 14(6): 359-375.
- [20] MA Y B, ZHONG X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 1. Wave structures and interactions [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 488: 31-78.
- [21] MA Y B, ZHONG X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 2. Receptivity to free-stream sound [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 488: 79-121.
- [22] MA Y B, ZHONG X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 3. Effects of different types of free-stream disturbances[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, 532: 63-109.
- [23] FEDOROV A V. Receptivity of a high-speed boundary layer to acoustic disturbances[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 491: 101-129.
- [24] MASLOV A A, SHIPLYUK A N, SIDORENKO A A, et al. Leading-edge receptivity of a hypersonic boundary layer on a flat plate[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 426: 73-94.
- [25] GOLDSTEIN M E, RICCO P. Non-localized boundary layer instabilities resulting from leading edge receptivity at moderate supersonic Mach numbers [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, 838: 435-477.
- [26] BERTOLOTTI F P, HERBERT T, SPALART P R. Linear and nonlinear stability of the Blasius boundary layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, 242: 441-474.
- [27] HERBERT T. Parabolized stability equations [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1997, 29(1): 245-283.
- [28] CHANG C L, MALIK M, ERLEBACHER G, et al. Compressible stability of growing boundary layers using parabolized stability equations[C]//22nd Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference. Honolulu, HI, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1991. AIAA-91-1636.
- [29] MALIK M R, LI F, CHANG C L. Crossflow disturbances in three-dimensional boundary layers; nonlinear development, wave interaction and secondary instability[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 268: 1-36.
- [30] CHOUDHARI M, CHANG C L, STREETT C, et al. Integrated transition prediction: a case study in supersonic laminar flow control [C]//41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. Reston, Virginia: AIAA, 2003.
- [31] DONG M, ZHANG Y M, ZHOU H. A new method for computing laminar-turbulent transition and turbulence in compressible boundary layers: PSE + DNS [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, 29(12): 1527-1534.
- [32] WU X S, DONG M. A local scattering theory for the effects of isolated roughness on boundary-layer instability and transition: transmission coefficient as an eigenvalue[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 794: 68-108.
- [33] FEDOROV A. Transition and stability of high-speed boundary layers[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2011, 43(1): 79-95.
- [34] RUBAN A I. On Tollmien-Schlichting wave generation by sound [M]//Laminar-Turbulent Transition. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1985: 313-320.
- [35] GOLDSTEIN M E. Sound generation and upstream influence due to instability waves interacting with non-uniform mean flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1984, 149: 161.
- [36] CHOUDHARI M, STREETT C L. A finite Reynolds-number approach for the prediction of boundary-layer receptivity in localized regions [J]. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1992, 4(11): 2495-2514.
- [37] CROUCH J D. Localized receptivity of boundary layers [J]. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1992, 4(7): 1408-1414.
- [38] LIN C C. On the stability of two-dimensional parallel flows. III. Stability in a viscous fluid [J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1946, 3(4): 277-301.
- [39] SMITH F T. Nonlinear stability of boundary layers for disturbances of various sizes [J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1979, 368(1735): 573-589.
doi: <https://doi.org/10.1098/rspa.1979.0147>
- [40] SMITH F T. On the non-parallel flow stability of the Blasius boundary layer [J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1979, 366(1724): 91-109.
- [41] STEWARTSON K, WILLIAMS P G. Self-induced separation [J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1969, 312(1509): 181-206.
- [42] SMITH F T. Laminar flow over a small hump on a flat plate [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1973, 57(4): 803-824.

- [43] 董明, 赵慧勇. 超声速边界层中壁面抽吸对流动分离的抑制作用[J]. 气体物理, 2019, 4(2): 17-29.
DONG M, ZHAO H Y. Suppression of flow separation by wall suction in supersonic boundary layers[J]. Physics of Gases, 2019, 4(2): 17-29. (in Chinese)
- [44] BODONYI R J, SMITH F T. The upper branch stability of the Blasius boundary layer, including non-parallel flow effects[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1981, 375(1760): 65-92.
- [45] DONG M, WU X S. Local scattering theory and the role of an abrupt change on boundary-layer instability and acoustic radiation [C]//46th AIAA Fluid Dynamics Conference, Washington, D C. Reston, Virginia: AIAA, 2016. AIAA 2016-3194.
- [46] DONG M, ZHANG A Y. Scattering of Tollmien-Schlichting waves as they pass over forward-/backward-facing steps[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2018, 39(10): 1411-1424.
- [47] DONG M, WU X S. Generation of convective instability modes in the near-wake flow of the trailing edge of a flat plate[C]//8th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference, Denver, Colorado. Reston, Virginia: AIAA, 2017. AIAA 2017-4022.
- [48] ZAHN J, RIST U. Impact of deep gaps on laminar - turbulent transition in compressible boundary-layer flow [J]. AIAA Journal, 2016, 54(1): 66-76.
- [49] ZAHN J, RIST U. Active and natural suction at forward-facing steps for delaying laminar-turbulent transition [J]. AIAA Journal, 2017, 55(4): 1343-1354.
- [50] THOMAS C, MUGHAL S, ASHWORTH R. Development of Tollmien-Schlichting disturbances in the presence of laminar separation bubbles on an unswept infinite wavy wing[J]. Physical Review Fluids, 2017, 2(4): 043903.
- [51] RAPOSO H, MUGHAL S, ASHWORTH R. Acoustic receptivity and transition modeling of Tollmien-Schlichting disturbances induced by distributed surface roughness [J]. Physics of Fluids, 2018, 30(4): 044105.
- [52] FRANCO SUMARIVA J A, HEIN S J. Adaptive Harmonic Linearized Navier-Stokes equations used for boundary layer instability analysis in the presence of large streamwise gradients [C]//2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting, Kissimmee, Florida. Reston, Virginia: AIAA, 2018. AIAA 2018-1548.
- [53] ZHAO L, DONG M, YANG Y. Harmonic linearized Navier-Stokes equation on describing the effect of surface roughness on hypersonic boundary-layer transition[J]. Physics of Fluids, 2019, 31(3): 034108.
- [54] DONG M, LIU Y, WU X. Receptivity of inviscid modes in supersonic boundary layers due to scattering of freestream sound by wall roughness[J]. J Fluid Mech. Under review.
- [55] DUAN L, WANG X W, ZHONG X L. Stabilization of a Mach 5.92 boundary layer by two-dimensional finite-height roughness [J]. AIAA Journal, 2013, 51(1): 266-270.
- [56] FONG K D, WANG X W, ZHONG X L. Numerical simulation of roughness effect on the stability of a hypersonic boundary layer[J]. Computers & Fluids, 2014, 96: 350-367.
- [57] FONG K D, WANG X W, ZHONG X L. Parametric study on stabilization of hypersonic boundary layer waves using 2-D surface roughness [C]//53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, Kissimmee, Florida. Reston, Virginia: AIAA, 2015. AIAA 2015-0837.
- [58] CHOUDHARI M. Distributed acoustic receptivity in laminar flow control configurations[J]. Physics of Fluids, 1994, 6(2): 489-506.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0299-09

Stability analyses of leeward streamwise vortices for a hypersonic yawed cone at 6 degree angle of attack

CHEN Xi^{1,2}, CHEN Jianqiang^{1,2}, DONG Siwei^{1,2}, XU Guoliang^{1,2}, YUAN Xianxu^{1,2,*}

(1. State Key Laboratory of Aerodynamics, Mianyang 621000, China;

2. Computational Aerodynamics Institute of China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: The stability of leeward streamwise vortices over a Mach 6 yawed cone with 6 degree angle of attack is investigated by using direct numerical simulation (DNS) and stability analyses including spatial BiGlobal and plane-marching parabolized stability equations (PSE3D). It is found that a pair of strong streamwise vortices inducing low-speed mushroom structure simultaneously emerge in the vicinity of the leeward plane. Theoretical results indicate that both low-frequency sinuous modes and high-frequency varicose modes may play an important role in the breakdown of the streamwise vortices.

Keywords: instability of streamwise vortices; hypersonic boundary layer flow; DNS; spatial BiGlobal method; PSE3D method

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0038

高超声速 6°迎角圆锥边界层背风流向涡稳定性分析

陈曦^{1,2}, 陈坚强^{1,2}, 董思卫^{1,2}, 徐国亮^{1,2}, 袁先旭^{1,2,*}

(1. 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000;

2. 中国空气动力研究与发展中心 计算空气动力研究所, 绵阳 621000)

摘要: 针对马赫数 6、迎角 6°圆锥边界层背风面流向涡开展了直接数值模拟和稳定性分析, 其中, 稳定性分析工具包括空间 BiGlobal 方法和面推进的 PSE3D 方法。研究发现, 有迎角圆锥边界层背风中心线附近会自发形成一对对转的强流向涡。这对流向涡或因低频反对称模态和低频对称模态的共同作用而在下游破碎。

关键词: 流向涡稳定性; 高超声速边界层; 直接数值模拟; 空间 BiGlobal 方法; PSE3D 方法

0 Introduction

Laminar-turbulent boundary layer transition is one of key factors affecting vehicles that operate at sustained hypersonic speeds. A cone at a certain angle of attack (AoA) is frequently encountered in practice, and at the same time is also one of the simplest flow configuration to study the three-dimensional boundary layer transition.

For a yawed cone, the pressure within the windward plane is much higher than that within the leeward plane. The resulting pressure gradient drives the fluid to move away from the windward plane towards the leeward plane, inducing strong cross flow in between and a pair of counter-rotating streamwise vortices near the leeward plane. The cross flow may support crossflow instabilities which eventually lead to turbulence through secondary

* 收稿日期: 2020-02-14; 修订日期: 2020-04-09

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFA0401200); 国家数值风洞工程(2018-ZT1A03)

作者简介: 陈曦(1989-), 男, 博士, 主要研究方向: 高超声速边界层转捩。E-mail: chenxicoe@pku.edu.cn

通信作者: 袁先旭*(1974-), 男, 博士, 研究员, 主要研究方向: 高超声速空气动力学、再入飞行器。E-mail: yuanxianxu@cardc.cn

引用格式: 陈曦, 陈坚强, 董思卫, 等. 高超声速 6°迎角圆锥边界层背风流向涡稳定性分析[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 299-307. doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0038 CHEN X, CHEN J Q, DONG S W, et al. Stability analyses of leeward streamwise vortices for a hypersonic yawed cone at 6 degree angle of attack[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 299-307.

instabilities, as has been extensively investigated^[1-2]. On the other hand, although the transition within the leeward plane has been experimentally measured under various conditions^[3-4], numerically documented^[5] and theoretically considered^[6], the underlying mechanism remains largely unclear.

Since the leeward transition is most likely caused by the breakdown of streamwise vortices, the corresponding transition mechanism may thus be similar to other flow configurations with streamwise vortices being dominant. A typical example is the centerline transition of the HIFiRE-5 elliptic cone at zero AoA. Similar to the yawed cone, spanwise pressure gradients also cause cross flow over the elliptic cone surface and induce a pair of streamwise vortices and a mushroom-like low-speed streak around the center line. Since the centerline flow structures exhibit prominent variations in both the span and wall-normal directions, two-dimensional stability analysis or BiGlobal analysis should be utilized in order to adequately predict the stability characteristics along the center line. Choudhari et al.^[7], without accounting for curvature effects, are the first to perform BiGlobal calculations for the centerline stability. Their results highlighted the necessity of considering spanwise variations in the vicinity of the center line. Through spatial BiGlobal analysis with the curvature effects being taken into account, Paredes and Theofilis^[8-10] showed the coexistence of varicose and sinuous centerline modes whose wavenumbers and growth rates are nearly coincident at a low unit Reynolds number ($1.89 \times 10^6/\text{m}$). Later, Paredes et al.^[11] analyzed a larger unit Reynolds number ($1.015 \times 10^7/\text{m}$) case for the same model, and found that the varicose mode is more unstable. The differences of these two cases are attributed to different mode distributions that the centerline instabilities in the latter case peak closer to the symmetry plane than those in the former, and thus are more sensitive to the symmetry characteristics. Recently, Li et al.^[12] demonstrated that varicose and sinuous modes both possess two branches of instabilities, i.e., Y mode and Z mode. Y mode, similar to the unstable modes identified by Paredes and his coworkers, locates at the shoulder region of the mushroom structure, while Z mode resides in the stem region, with lower phase

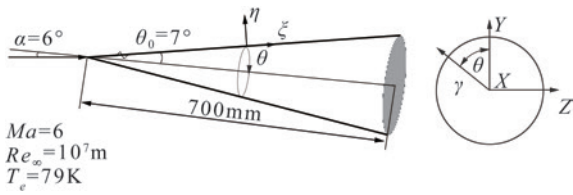
velocities, growth rates and frequencies than Y mode. Choudhari et al.^[13] considered the centerline instabilities of the elliptic cone at a small AoA (-1.2°) under the HIFiRE5b flight experiment condition at one instant where a cold wall condition was prescribed. Their PSE3D results showed that sinuous fluctuations can first reach a peak N-factor of approximately 15 at the transition location estimated from the flight data. Similar centerline vortex structures also emerge in another flight model, BoLT. The centerline instabilities were experimentally measured^[14-16] and numerically calculated via the dynamic mode decomposition method^[17]. Their results indicate the presence of low-frequency disturbances. Nevertheless, detailed instability characteristics remain to be solved through extensive stability analyses. Beside the centerline structures on these three dimensional boundary layers, Görtler vortices in a concave wall also manifest as a pair of counter-rotating streamwise vortices as well as low-speed mushroom structures. In contrast to the centerline instabilities of the elliptic cone, varicose and sinuous modes of Görtler vortices exhibit quite different characteristics concerning with growth rates, frequencies and mode shapes (see, e.g., recent works of Chen et al.^[18] and Li et al.^[19]).

In this paper, the boundary layer transition in the vicinity of the leeward plane on a yawed cone at Mach 6 is studied with help of DNS and stability analyses for the first time. The objective is to uncover the underlying transition mechanism, and to make comparison with other streamwise-vortices transitions.

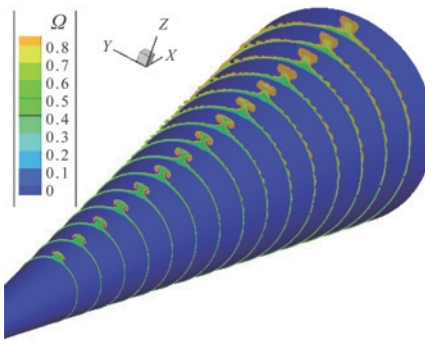
1 Flow configuration and basic state

The model (Fig.1(a)) in the present study is a 7° straight circular cone with a nose radius of 1 mm placed at 6° angle of attack. The incoming flow conditions correspond to a free-stream unit Reynolds number of $1.0 \times 10^7/\text{m}$, Mach number of 6, static temperature of 79 K. Isothermal wall condition is utilized with the wall temperature $T_w = 300$ K. The direct numerical simulation of boundary layer transition over the whole model was carried out using the OpenCFD developed by Li et al.^[20]. The simulation strategy consists of two steps. First, the steady base flow of the entire cone is computed using the finite-volume algorithm with a second-order accurate scheme. In the second step, the

calculated steady flow serves as initial and out-boundary conditions for the transition simulation which is performed for a smaller block ($X \in [50 \text{ mm}, 700 \text{ mm}]$) without the nose part of cone. In the transition simulation, the inviscid fluxes are computed by using a seventh-order weighted essentially nonoscillatory (WENO) finite-difference scheme, while the viscous fluxes are discretized using a sixth-order central difference scheme. The time integration is performed using a third-order Runge-Kutta scheme. Steady blowing and suction fluctuations (wall-normal velocity varying in the range of $\pm 0.1\%$ of streamwise velocity), randomly distributed in the azimuthal and streamwise direction are forced in the range of $X \in [90 \text{ mm}, 100 \text{ mm}]$ to trigger the transition (see also Li et al.^[5]).



(a) Sketch of the cone model with the body oriented coordinate and flow conditions



(b) Crossplane contours of streamwise velocity are shown at axial locations from $X = 120 \text{ mm}$ to 350 mm with a step of approximately 16.4 mm

Fig.1 Model and time-averaged flow structure

图 1 模型和时均流场结构

A structured grid is used, with 3000 in the axial direction, 1500 in the azimuthal direction, and 300 in the surface normal direction, amounting to a total of 1.35 billion grid points. The grid convergence has been examined by comparing the base flow with a coarse grid with 0.5 billion points and the discrepancy is negligible.

Figure 1(b) depicts the crossplane contours of time averaged streamwise velocity at selected stations along the cone length from the transition simulation. The

velocity contours clearly indicate a roll up of low-speed fluid forming a huge mushroom structure in the vicinity of the leeward symmetry plane, along with a series of nearby cross vortices. The pair of vortex structures within the sides of the mushroom cap appear to be lifted up in the downstream due to the self induction of vortices in parallel, resulting in a rapid growth of the height of the mushroom structure.

2 Linear stability theory

2.1 Spatial BiGlobal method

We consider the stability characteristics in the cross-section by decomposing the flow field in a body-oriented coordinate system as follows

$$\mathbf{q}(\xi, \eta, \theta, t) = \bar{\mathbf{q}}(\eta, \theta) + \hat{\mathbf{q}}(\eta, \theta) \exp(i\alpha\xi - i\omega t) + \text{c.c.} \quad (1)$$

where $\mathbf{q} \equiv (u, v, p, T, w)$, $\bar{\mathbf{q}}$ the basic states, $\hat{\mathbf{q}}$ the shape function of the disturbances, α represents the streamwise wavenumber, ω is the angular frequency with the corresponding dimensional frequency f . After substituting the above decompositions into the Navier-Stokes equations, subtracting the basic states and neglecting the non-parallel and nonlinear terms, one obtains the eigenvalue problems as

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\mathbf{A}_0 & -\mathbf{A}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{q}} \\ \alpha \hat{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{q}} \\ \alpha \hat{\mathbf{q}} \end{pmatrix} \quad (2)$$

for the spatial approach where α is to be solved with ω being given. Here, \mathbf{A}_0 , \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 are linear operators. The boundary conditions are

$$\hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{T} = 0, \quad \text{at } \eta = 0, \infty \quad (3)$$

These linear operators are discretized using the fourth order finite difference scheme in the η direction. Since we only focus on the modes whose mode shapes exclusively concentrate within the mushroom structure, the eigenvalue problem is not sensitive to the spanwise boundary conditions so that we can simply apply periodic boundary conditions and use Fourier collocation method in the θ direction. The eigenvalues are then determined by using the Arnoldi's method. Because of the azimuthal symmetry of the basic state, the disturbances within the mushroom structure can be divided into symmetric (varicose) and antisymmetric (sinuous) modes on the basis of the distribution of the temperature perturbation. The sinuous modes are associated with zero temperature fluctuations at the

symmetry plane, whereas the varicose modes have zero azimuthal temperature gradient fluctuations. Therefore, we only need to consider one side of the symmetry plane. The grid distribution and points number have been adjusted to assure the convergence of the eigenvalues.

2.2 PSE3D method

In contrast to the local stability analysis introduced above, PSE3D incorporate initial conditions and nonparallel effects. In the PSE3D formulation, the disturbance is decomposed into a rapidly varying wave-like part and a slowly varying shape function as follows

$$\mathbf{q}(\xi, \eta, \theta, t) = \bar{\mathbf{q}}(\xi, \eta, \theta) + \hat{\mathbf{q}}(\xi, \eta, \theta) \exp(i \int_{\xi} \alpha d\xi - i\omega t) + c.c. \quad (4)$$

where $\hat{\mathbf{q}}(\xi, \eta, \theta)$ is assumed to vary slowly with ξ so that $\partial^2 \hat{\mathbf{q}} / \partial \xi^2 \ll 1$. Substituting (4) into the Navier-Stokes equations, and neglecting nonlinear terms as well as higher derivatives of $\hat{\mathbf{q}}$ with respect to ξ , yields linear PSE3D equations as

$$\mathbf{L}\hat{\mathbf{q}} + \mathbf{M} \frac{\partial \hat{\mathbf{q}}}{\partial \xi} = 0 \quad (5)$$

where \mathbf{L} and \mathbf{M} are linear operators discretized by the same schemes as used in BiGlobal. Equations (5) are solved using backward Euler method with the initial profiles provided by BiGlobal. To avoid the ambiguity in the ξ -dependence between $\hat{\mathbf{q}}$ and α , the wavenumber at each station was updated as

$$\alpha^{\text{new}} = \alpha^{\text{old}} - \frac{i}{E} \int_{\eta} \int_{\theta} \bar{\rho} \left(\hat{u}^* \frac{\partial \hat{u}}{\partial \xi} + \hat{v}^* \frac{\partial \hat{v}}{\partial \xi} + \hat{w}^* \frac{\partial \hat{w}}{\partial \xi} \right) r d\eta d\theta \quad (6)$$

where

$$E \equiv \int_{\theta} \int_{\eta} \bar{\rho} (|\hat{u}|^2 + |\hat{v}|^2 + |\hat{w}|^2) r d\eta d\theta \quad (7)$$

and the asterisk denotes the complex conjugate. This iteration continued until the latest change was less than 10^{-5} . Note that the curvature effects have been included in the linear operators of both BiGlobal and PSE3D.

3 Results and discussion

3.1 Theoretical results

Figures 2 and 3 show development of growth rates from $X = 80$ mm through $X = 280$ mm for unstable varicose and sinuous modes, respectively. It can be observed that leeward-plane instabilities are continually enhanced before approximately $X =$

200 mm, and are gradually stabilized further downstream. For the varicose modes, modes V1 and V2 first appear; mode V1 remains to be mild, with the peak frequency increasing from around 50 kHz to 120 kHz in

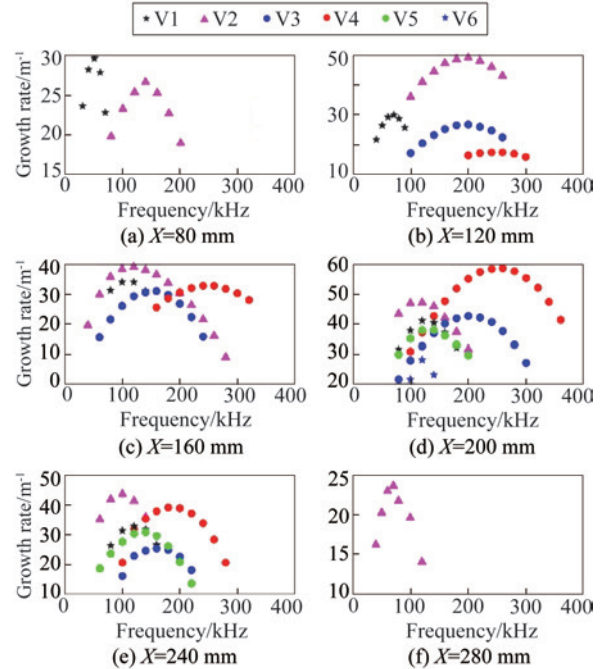


Fig.2 Growth rate of unstable varicose modes at different flow direction stations, and frequencies in the range of (0,400) kHz

图2 不同流向站位处的不稳定对称模态扰动增长率随频率的分布

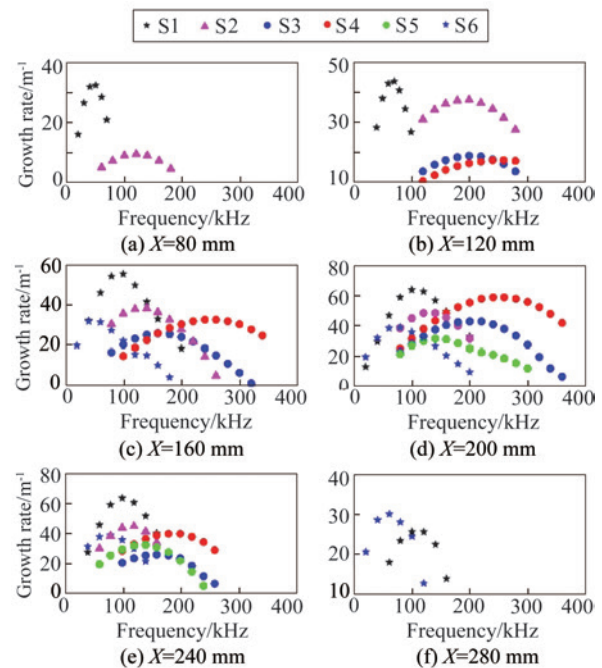


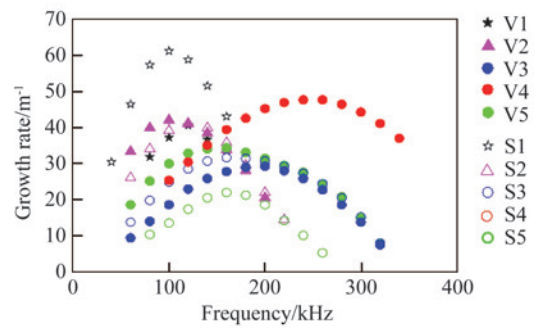
Fig.3 Growth rate of unstable sinuous modes at different flow direction stations, and frequencies in the range of (0,400) kHz

图3 不同流向站位处的不稳定反对称模态扰动增长率随频率的分布

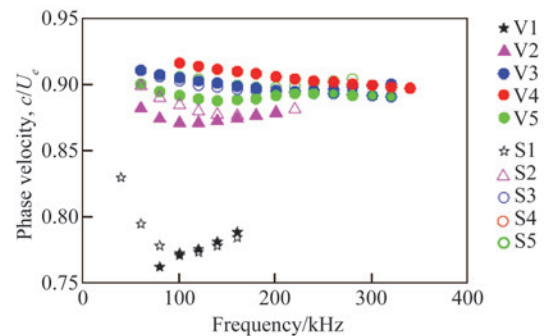
the downstream direction; after a rapid growth between the first two slices, mode V2 becomes dominant except at the fourth slice where mode V4 with higher frequencies is most unstable; other modes possess moderate growth rates, and thus may play a secondary role during the transition process. The results for the sinuous modes closely resemble those for the varicose modes. The most prominent discrepancy is that the low-frequency modes, S1 and S6, appear to be always dominant.

The similarity and difference between the varicose and sinuous modes can be further illustrated by Fig.4 which compares the growth rates and phase velocities, and by Fig.5 which compares the mode shapes at $X = 200$ mm. Several observations can be made. First, each varicose-sinuous mode pair (with the same mode number, e. g. modes V1 and S1) bear a strong resemblance in phase velocities and mode shapes, while the growth rates may differ greatly. Second, the modes can be roughly divided into two groups according to phase velocities and mode shapes. Modes V1, V6, S1 and S6 possess low phase velocities (≈ 0.8) and reside almost exclusively in the stem region of the mushroom structure. Therefore they are conveniently referred to inner modes. The other modes possess higher phase velocities (≈ 0.9) and mainly concentrate on the shoulder region, hence can be referred to outer modes. It is interesting to note that the inner modes look similar to the “Z mode” of centerline instability for the HIFiRE-5 elliptic cone^[12] and the stem mode of secondary instability

for Görtler vortices^[18-19,21], while the outer modes appear to be closely related to the “Y mode” of centerline instability for the HIFiRE-5 elliptic cone^[10,12] and other modes than the stem mode for Görtler vortices. Since inner modes lie closer to the symmetry plane of the mushroom structure than the outer modes do, inner



(a) Growth rate



(b) Phase velocity

Fig.4 Comparison of growth rate and phase velocity of unstable varicose modes (filled symbols) and sinuous modes (unfilled symbols) at $X = 180$ mm

图 4 $X = 180$ mm 站位处, 对称模态 (实心符号) 和反对称模态 (空心符号) 的增长率和相速度分布对比

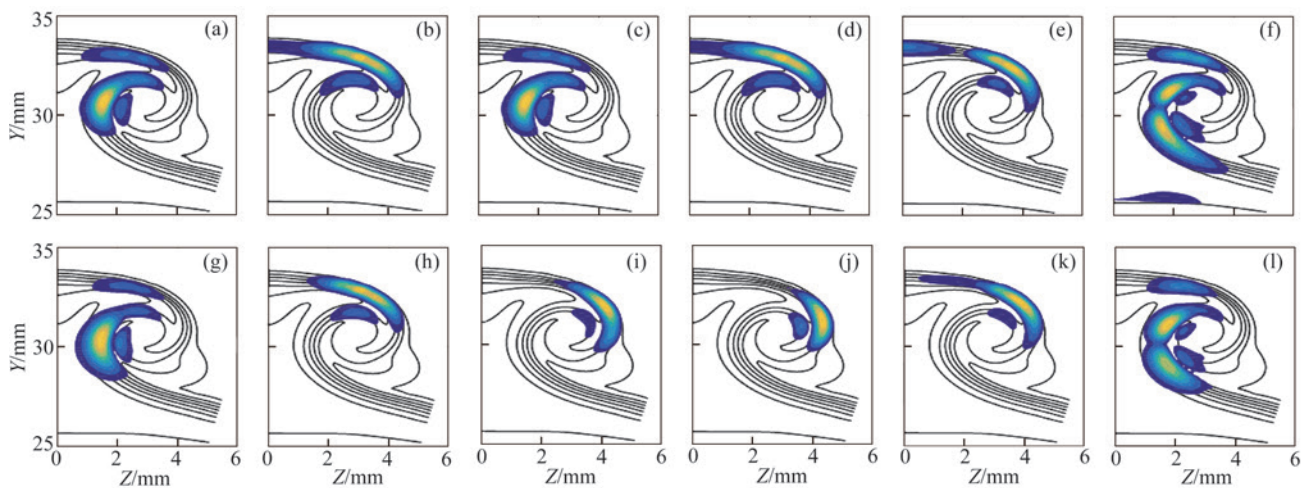


Fig.5 Comparison of normalized mode shapes (temperature) for the unstable varicose modes V1~V6 (a~f) and sinuous modes S1~S6 (g~l) at $X = 200$ mm. The frequency is chosen to be the most unstable component of each mode. The temperature base flow is also displayed.

图 5 $X = 200$ mm 站位处的六个对称模态 (a~f) 和反对称模态 (g~l) 的形状函数 (温度) 分布对比 (所选频率是各个模态最不稳定的分量, 温度基本流用实线表示)

modes are thus more sensitive to the symmetry than outer modes. This explains why the inner modes exhibit remarkable discrepancies in growth rates for each varicose-sinusoidal mode pair, while the growth rates of each varicose-sinusoidal outer modes nearly coincide. Similar phenomenon has also been observed by Choudhari et al. [13] in the HIFiRE-5 model.

Figure 6 displays the normalized amplitude distribution of the streamwise velocity gradient components, $|\partial U/\partial \eta|$ and $|\partial U/\partial \theta|$. It can be observed that the instabilities all reside in the high-shear regions. In particular, modes V1, V3, V4 and V6 appear to be associated with the spanwise shear, while the other modes seem to be related to the wall-normal shear. The same holds for the sinusoidal modes.

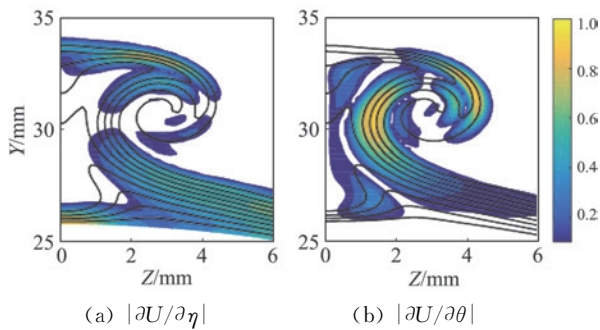


Fig.6 The normalized amplitude distribution of the streamwise velocity gradients at $X=200$ mm
(The solid lines show the streamwise velocity contours)
图6 归一化后的流向速度梯度, $X=200$ mm
(实线表示流向速度等值线)

At last, the spatial structures of the dominant varicose and sinusoidal modes at $X=120$ mm and $X=200$ mm are reconstructed in Fig.7. The relative positions of the outer modes (a, c) and the inner modes (b, d) are clearly shown. In the upstream, the dominant varicose mode resides in the top of the mushroom structures, which is similar to the typical varicose instability of Görtler vortices (see e.g. Chen et al. [18]). At the next slice, both instabilities manifest as helical structures, as are also observed in the HIFiRE-5 model [9], the BoLT model [17,22] and Görtler vortex flows [23].

To characterize the axial evolution of the unstable disturbances and establish a topological connection between the mode shapes at different axial stations, PSE3D are performed across a range of mode frequencies. The amplitude evolutions shown in Fig.8(a) clearly indicate that sinusoidal modes (solid lines) can

reach much higher N -factors than varicose modes (dashed lines) do, of which the most amplified sinusoidal component is 80 kHz while the most amplified varicose components are 120 kHz originating from V2 and 260 kHz from V4. Figures 8 (b, c) compares the amplitude evolutions obtained by DNS, BiGlobal and PSE3D for the most amplified varicose component 260 kHz and sinusoidal component 80 kHz, respectively. Two observations can be made. First, the theoretical results favorably agree with the DNS results. The discrepancies in the beginning and in the late stage are attributed to the transient behaviors of DNS disturbances (i.e., consisting of multiple types of fluctuations) and nonlinear effects of disturbances (appearing first in the varicose mode), respectively. Second, PSE3D and BiGlobal results are very close except for the initial stage where the initial profiles provided by BiGlobal will undergo a transient stage in PSE3D.

The mode shape evolution of the dominant varicose (260 kHz) and sinusoidal (80 kHz) modes are shown in

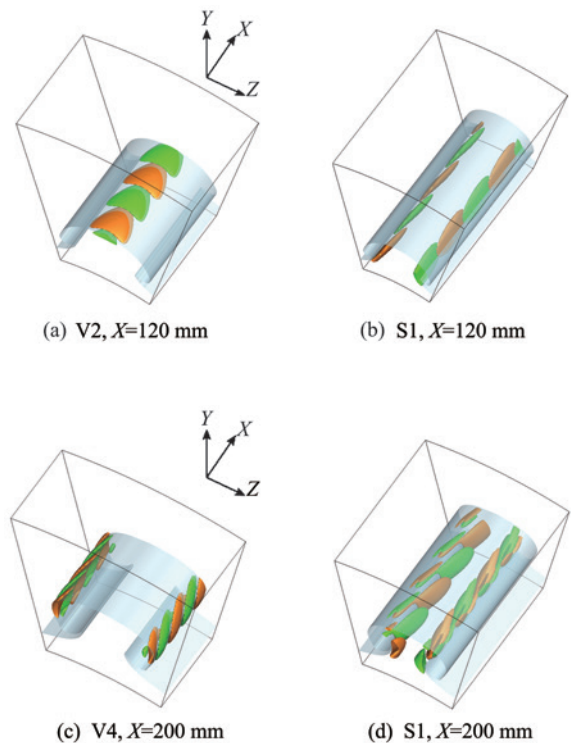
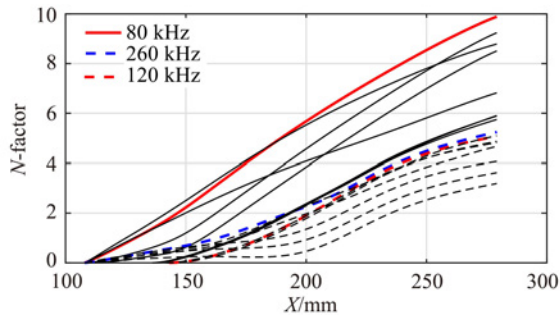
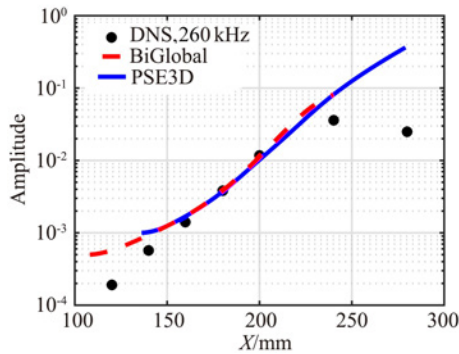


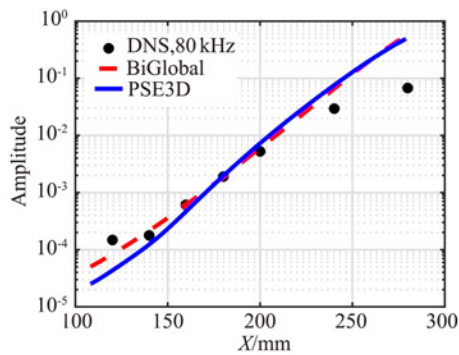
Fig.7 Spatial structures illustrated by isosurfaces of normalized temperature mode shape (± 0.2) for mode V2, mode S1 at $X=120$ mm, and of mode V4 and mode S1 at $X=200$ mm, together with the base flow isosurface ($1.87 T_c$)
(The streamwise scale is equal to two wavelengths of each mode)
图7 温度等值面显示的模态空间结构
(流向尺度为两个模态流向波长)



(a) *N*-factors obtained by PSE3D for some sinuous modes (solid lines) and varicose modes (dashed lines); the most amplified modes have been labelled



(b) The varicose mode of 260 kHz



(c) The sinuous mode of 80 kHz

Fig.8 Disturbance amplitude evolution of a single frequency. Comparison of amplitude evolutions from DNS, BiGlobal and PSE3D have been made for two most amplified mode. Note that the amplitude from DNS is obtained by the average of the (fast Fourier transformation) amplitudes in certain frequency bands (250~270 kHz and 70~90 kHz).

图8 PSE3D预测的单频扰动幅值演化 (*N*值曲线) 及与BiGlobal和DNS结果的对比如 (其中*N*值曲线中不同模式最不稳定的频率分量用彩色线条标记)

Figs.9 (a-f) and (h-l), respectively. For the varicose mode, the disturbances initially locate at the mushroom cap, and gradually shift down to the shoulder region with another small peak emerging in the inner side since the slice of Fig.9(c). In contrast, the fluctuations of the sinuous mode reside in the stem region in the upstream region, and gradually spread outwards along with the

rolling of the fluid, inducing another peak in the cap.

3.2 Statistic results from DNS

In this subsection, the statistic results from DNS are presented to highlight the transition process upon comparison with the results from the stability analyses above. Figure 10 displays the normalized r. m. s. distribution at three streamwise slices. The spectra obtained at the local r. m. s. peak positions are also shown. In the upstream, the disturbances concentrate on the top of the mushroom structure, which is consistent with the predominance of mode V2 there (see Fig. 7 (a)). However, the corresponding spectrum exhibits a peak frequency of approximately 600 kHz, nearly three times higher than the dominant frequency (around 200 kHz) of mode V2. Where such high-frequency disturbances arise is unclear yet. At the next slice, r.m.s. distribution forms new local maximums in the shoulder and stem regions of the mushroom structure, in addition to a weak one on the head. The dominant disturbance frequencies for the head region are in range of [160 kHz, 220 kHz], and move to a slight higher frequency range for the shoulder region. The spectra and the filtered r. m. s. distribution (in Fig. 11) indicate that the disturbances at these two regions consist of the outer modes, of which the disturbances at the shoulder region likely evolve mode V4/S4 with the disturbances in the head region being mainly contributed by other outer modes. At the stem region, two peaks appear in the spectrum, one similar to that at the shoulder region, the other one lying in a much lower frequency range, which indicates the coexistence of two types of instabilities there. Comparison between the filtered r.m.s. distribution (Fig.11 (c)) with the mode shapes from the PSE3D results indicates that the low-frequency peak corresponds to mode S1. For the last slice, the r. m. s. has spread to the whole mushroom structure. The spectrum at the shoulder region displays a broad plateau for [0, 200 kHz], while the spectrum at the stem region shows a prominent peak at approximately 90 kHz. The high-frequency disturbances in the range of [200 kHz, 400 kHz] become relatively insignificant compared to the spectra at the previous one. This trend is consistent with the results of stability analyses which predict that low-frequency instabilities gradually take over in the downstream region.

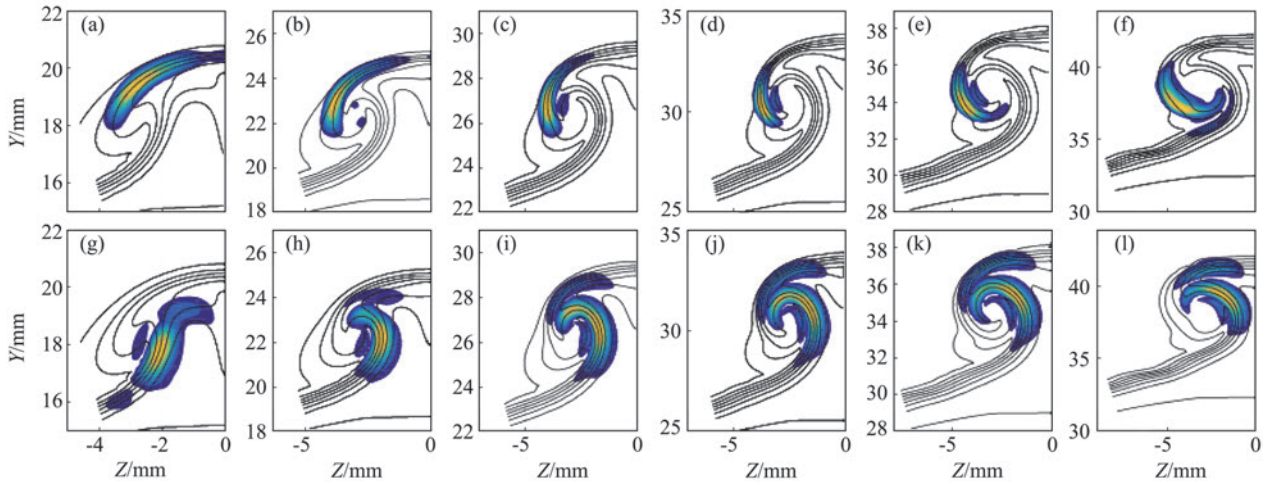


Fig.9 Mode shape (normalized temperature fluctuations) evolution of the dominant varicose mode at $f=260$ kHz (a~f) and of the dominant sinuous mode at $f=80$ kHz (g~l) predicted by PSE3D. The slices start from $X=112.7$ mm to $X=261.7$ mm with a step of approximately 28 mm. The temperature base flow is shown by the solid lines.

图 9 PSE3D 得到的最不稳定对称模态 (260 kHz) 和反对称模态 (80 kHz) 的形状函数沿流向的演化

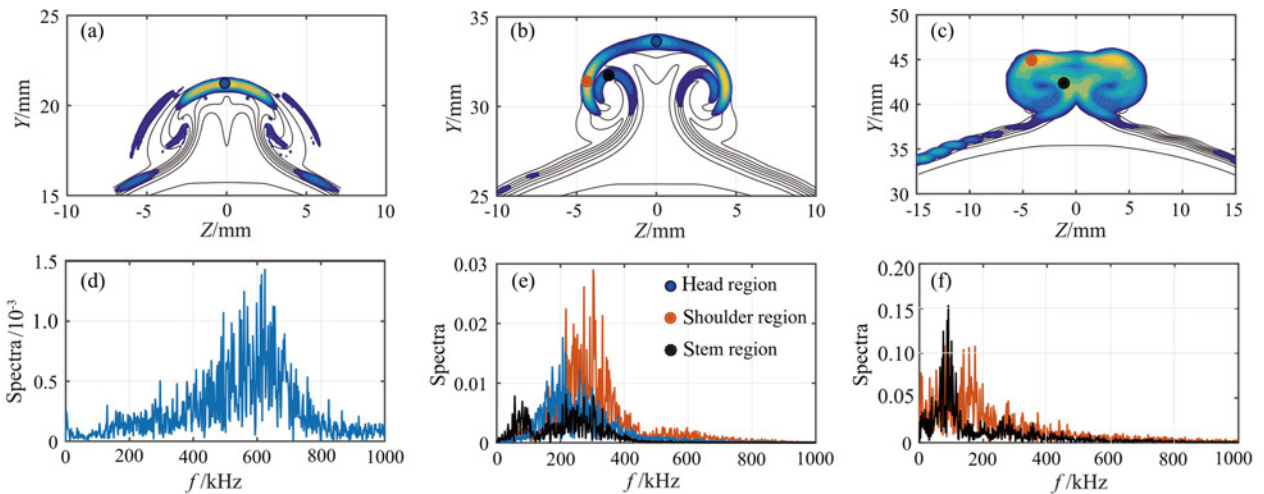


Fig.10 Normalized root-mean-square distribution of temperature disturbances at three slices, (a) $X=120$ mm, (b) $X=200$ mm, (c) $X=280$ mm, together with the base flow isolines. The corresponding spectra at the sampling points (denoted by the symbols) are also shown in (d,e,f).

图 10 三个流向站位处的 DNS 扰动均方根分布和极值点处的频谱

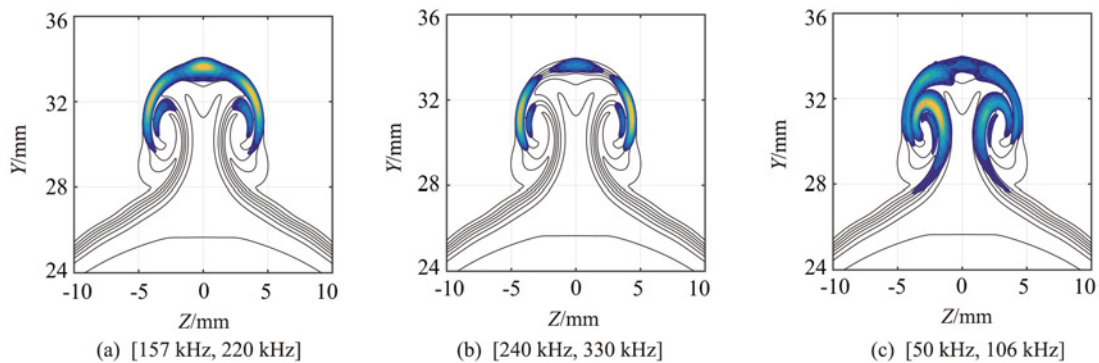


Fig.11 Normalized root-mean-square distribution of temperature disturbances over certain frequency ranges at $X=200$ mm, together with the base flow isolines.

图 11 $X=200$ mm 处 DNS 特定频段处的扰动均方根分布

4 Conclusions

In this paper, sophisticated stability analyses (spatial BiGlobal and PSE3D) and DNS are performed to reveal the leeward-plane transition mechanisms on a hypersonic yawed cone for the first time. The low-speed mushroom structure induced by the leeward streamwise vortices is shown to be susceptible to multiple unstable modes. The unstable modes can be further classified as outer modes and inner modes. Outer modes with higher phase velocities and frequencies, reside in the shoulder and head regions of the mushroom structure, whereas inner modes being located at the stem region possess lower phase velocities and frequencies. Both outer modes and inner modes contain varicose and sinuous components. The sinuous components dominate for inner modes, while for outer modes the varicose components are more unstable in the upstream but gradually collapse with the sinuous components in the downstream. Good agreement between the stability analysis and DNS results are obtained, except that the disturbances from DNS in the upstream region show much higher frequencies than prediction.

Stability of leeward streamwise vortices is found to bear a remarkable resemblance with instabilities of streamwise vortices in other flow configurations (e.g. elliptic cone, the BoLT model and Görtler vortex flows) in the sense that varicose and sinuous instabilities coexist, covering a wide unstable frequency range from tens to hundreds of kHz.

References:

- [1] CRAIG S A, SARIC W S. Crossflow instability in a hypersonic boundary layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 808: 224-244.
- [2] MOYES A J, PAREDES P, KOCHAN T S, et al. Secondary instability analysis of crossflow on a hypersonic yawed straight circular cone[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 812: 370-397.
- [3] TOKUGAWA N, CHOUDHARI M, ISHIKAWA H, et al. Transition within leeward plane of axisymmetric bodies at incidence in supersonic flow[C]//42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, New Orleans, Louisiana. Reston, Virginia: AIAA 2012-3259, 2012.
<https://doi.org/10.2514/6.2012-3259>
- [4] TOKUGAWA N, CHOUDHARI M, ISHIKAWA H, et al. Pressure gradient effects on supersonic transition over axisymmetric bodies at incidence[J]. *AIAA Journal*, 2015, 53(12): 3737-3751.
- [5] LI X L, FU D X, MA Y W. Direct numerical simulation of hypersonic boundary layer transition over a blunt cone with a small angle of attack[J]. *Physics of Fluids*, 2010, 22(2): 025105.
- [6] SU C H, ZHOU H. Transition prediction of a hypersonic boundary layer over a cone at small angle of attack: with the improvement of e-N method[J]. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2009, 52(1): 115-123.
- [7] CHOUDHARI M, CHANG C L, JENTINK T, et al. Transition analysis for the HIFiRE-5 vehicle[C]//39th AIAA Fluid Dynamics Conference, San Antonio, Texas. Reston, Virginia: AIAA 2009-4056, 2009.
- [8] PAREDES P, THEOFILIS V. Spatial linear global instability analysis of the HIFiRE-5 elliptic cone model flow[C]//43rd Fluid Dynamics Conference, San Diego, CA. Reston, Virginia: AIAA 2013-2880, 2013.
- [9] PAREDES P, THEOFILIS V. Traveling global instabilities on the HIFiRE-5 elliptic cone model flow[C]//52nd Aerospace Sciences Meeting, National Harbor, Maryland. Reston, Virginia: AIAA 2014-0075, 2014.
- [10] PAREDES P, THEOFILIS V. Centerline instabilities on the hypersonic international flight research experimentation HIFiRE-5 elliptic cone model[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2015, 53: 36-49.
- [11] PAREDES P, GOSSE R, THEOFILIS V, et al. Linear modal instabilities of hypersonic flow over an elliptic cone[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 804: 442-466.
- [12] 李晓虎, 张绍龙, 刘建新, 等. 高超声速圆锥短轴流向涡的二维全局稳定性分析[J]. *空气动力学学报*, 2018, 36(2): 265-272.
LI X H, ZHANG S L, LIU J X, et al. Bi-Global instability of streamwise vortices near minor-axis of hypersonic elliptic cone[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2018, 36(2): 265-272. (in Chinese)
- [13] CHOUDHARI M M, LI F, PAREDES P. Streak instabilities on HIFiRE-5 elliptic cone[C]//AIAA Scitech 2020 Forum, Orlando, FL. Reston, Virginia: AIAA 2020-0828, 2020.
- [14] BERRIDGE D C, MCKIERNAN G, WADHAMS T P, et al. Hypersonic ground tests in support of the boundary layer transition (BOLT) flight experiment[C]//2018 Fluid Dynamics Conference, Atlanta, Georgia. Reston, Virginia: AIAA 2018-2893, 2018.
- [15] BERRIDGE D C, KOSTAK H, MCKIERNAN G, et al. Hypersonic ground tests with high-frequency instrumentation in support of the boundary layer transition (BOLT) flight experiment [C]//AIAA Scitech 2019 Forum, San Diego, California. Reston, Virginia: AIAA 2018-2893, 2018.
- [16] BERRIDGE D C, KOSTAK H, MCKIERNAN G, et al. Hypersonic ground tests with high-frequency instrumentation in support of the boundary layer transition (BOLT) flight experiment [C]//AIAA Scitech 2019 Forum, San Diego, California. Reston, Virginia: AIAA 2019-0088, 2019.
- [17] THOME J, KNUTSON A, CANDLER G V. Boundary layer instabilities on BoLT subscale geometry [C]//AIAA Scitech 2019 Forum, San Diego, California. Reston, Virginia: AIAA 2019-0092, 2019.
- [18] CHEN X, HUANG G L, LEE C B. Hypersonic boundary layer transition on a concave wall: stationary Görtler vortices[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 865: 1-40.
- [19] LI F, CHOUDHARI M M, PAREDES P. Nonlinear görtler vortices and their secondary instability in a hypersonic boundary layer[C]//AIAA Aviation 2019 Forum, Dallas, Texas. Reston, Virginia: AIAA 2019-3216, 2019.
- [20] LI X L, FU D X, MA Y W. Direct numerical simulation of hypersonic boundary layer transition over a blunt cone[J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(11): 2899-2913.
- [21] REN J, FU S. Secondary instabilities of Görtler vortices in high-speed boundary layer flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 781: 388-421.
- [22] KNUTSON A L, THOME J S, CANDLER G V. Numerical simulation of instabilities in the boundary-layer transition experiment flowfield[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2019: 1-10.
- [23] CHEN X, CHEN J Q, YUAN X X, et al. From primary instabilities to secondary instabilities in Görtler vortex flows[J]. *Advances in Aerodynamics*, 2019, 1: 19.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0308-08

温度对高速平板边界层转捩雷诺数的影响

刘智勇*, 禹旻, 杨武兵

(中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘要: 为了深入研究温度对高速边界层稳定性和转捩的影响, 并对不同温度条件下的转捩结果进行关联, 采用线性稳定性理论和 e^N 方法, 对不同壁温、总温条件下的高速平板边界层进行了稳定性分析和转捩预测。温度条件对转捩的影响体现在两方面, 一方面会改变快、慢模态的分枝特性, 由此改变扰动的线性增长路径; 另一方面可以改变边界层本身的不稳定性, 引起扰动增长幅值和转捩位置的变化。结果表明, 壁温或总温的变化, 会产生不同的模态分枝类型, 且总温的增加对边界层起稳定作用。另外, 发现对于相同马赫数, 在不高于 1000 K 的壁温条件下, 扰动的增长与壁温存在一致性的变化规律, 结合 e^N 方法, 获得了转捩雷诺数与壁温比和 N 值的函数关系式。利用该公式, 可以对不同初始扰动幅值和壁温条件的边界层转捩进行预测和关联。

关键词: 边界层转捩; 模态分枝; 转捩雷诺数; 温度; 转捩关联

中图分类号: O357.4

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0026

Effect of temperature on the transitional Reynolds number of high-speed planar boundary layer

LIU Zhiyong*, YU Min, YANG Wubin

(China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074, China)

Abstract: Linear stability theory and e^N method are used to investigate the stability and transition of high-speed planar boundary layers subject to different wall temperatures and total temperatures. The present study extends the conventional understanding of the effects of temperature, which is helpful for transition correlation between different conditions. The temperature influences the boundary-layer transition in two aspects. Firstly, varying temperature results in different modal branching between fast and slow modes. This further affects the evolution path of infinitesimal disturbance. Secondly, temperature determines the fundamental instability of boundary layer, which leads to the variation of transition onset. It is revealed that the branching type changes under different wall and total temperatures. And the increase of total temperature is shown to stabilize the boundary layer. Besides, it is also discovered that the growth of disturbance varies exponentially with dimensionless wall temperature when the wall temperature is less than 1000 K. The transitional Reynolds number is formulated as a function of dimensionless wall temperature and N factor with the help of e^N method. Based on the formula, it is possible to evaluate the transition of boundary layer subject to specific initial disturbance and wall temperature. It also provides a method to correlate the transition results between different wind tunnels or between ground tests and flight tests.

Keywords: boundary layer transition; modal branching; transitional Reynolds number; temperature; correlation of transition

收稿日期: 2020-01-15; 修订日期: 2020-03-27

基金项目: 国家自然科学基金(91752111, 11772316, 11402250)

作者简介: 刘智勇* (1986-), 男, 重庆人, 高级工程师, 研究方向: 可压缩剪切层流动稳定性. E-mail: liuzhiyongtv@163.com

引用格式: 刘智勇, 禹旻, 杨武兵. 温度对高速平板边界层转捩雷诺数的影响[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 308-315.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0026 LIU Z Y, YU M, YANG W B. Effect of temperature on the transitional Reynolds number of high-speed planar boundary layer[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 308-315.

0 引言

边界层转捩预测是高速飞行器发展中不可避免的重要问题,转捩带来的高热流和高摩阻给飞行器的热防护、气动外形等设计带来了新的挑战。如何更准确地认识和预测转捩,是学术和工程界共同关心的问题。高速边界层的自然转捩包括感受性、扰动的线性和非线性增长、扰动发展的饱和并崩溃的过程。其中,扰动的增长过程占据了相当长的距离,是转捩位置预测中最重要的过程。扰动的增长由流动稳定性理论描述,目前已对可压缩边界层流动的稳定性特征取得了丰富的认识,这对转捩的研究奠定了理论基础。

风洞试验是高速边界层转捩研究的一个重要手段,尤其是静风洞技术和转捩测量技术的发展,为实际飞行条件下的转捩预测提供了丰富而有价值的的数据^[1]。为了模拟飞行条件下的转捩现象,风洞试验一般会选择相同的马赫数、雷诺数等相似参数,但来流噪声、来流总温和壁温条件却往往与飞行条件存在较大差别。而且由于不同风洞的模拟能力不同,以上参数的差异在不同风洞之间也是广泛存在的,这些差异也被认为是导致不同风洞的转捩结果不一致的可能原因^[2-3]。为了对不同转捩试验结果进行关联,就需要对上述参数如何定量影响边界层转捩过程进行细致研究。

我们知道,对于可压缩平板边界层流动,当马赫数较小时($Ma < 2.2$),唯一的不稳定模态是第一模态,而随着马赫数的增高,第二模态(Mack 模态)出现并表现出更强的不稳定性,是主导的失稳模态。第一模态和第二模态与快、慢模态有关,Fedorov 和 Tumin^[4]对传统的模态称谓进行了讨论,认为快、慢模态比第一、第二模态的说法更符合数学描述,并且更不容易产生混淆。同时发现在不同的流动参数下,第一、第二模态可能分别属于慢、快模态,也可能同属于慢模态,两种情况分别对应于两种不同的模态分枝类型(图 1)。

模态的分枝特性对边界层转捩现象中的感受性过程和扰动线性增长过程都有重要影响。Fedorov 和 Khokhlov^[5-6]研究了边界层中的各类模态同步分枝现象,通过对快、慢模态的细致研究^[7],发现不稳定的第二模态可能对应慢模态,也可能对应快模态。Ma 和 Zhong^[8]也对快、慢模态的同步现象进行了研究,并分析了其与 Mack 模态的关系,指出快、慢模态的同步对 Mack 模态的出现和增长具有非常重要的意义。Fedorov 和 Tumin^[4]对高速边界层的分枝特

性进行了较为全面的研究,发现雷诺数、温度和马赫数等流动参数都会对分枝类型产生影响。Fedorov^[9]结合对模态同步和分枝已有的认识,指出在扰动线性发展过程中,快、慢模态通过模态交换机制(分枝)产生不稳定性,扰动沿流向增长,扰动发展到一定幅值后发生非线性崩溃,转捩发生。

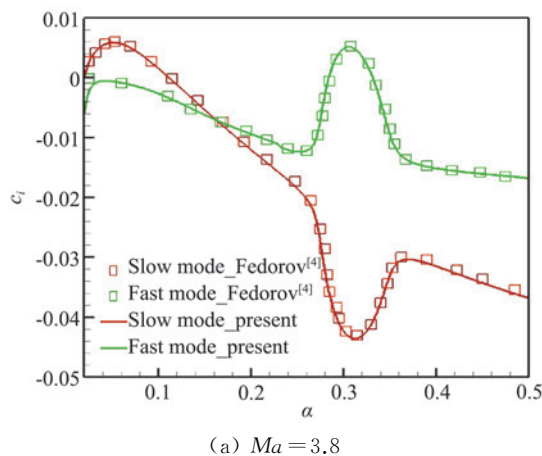
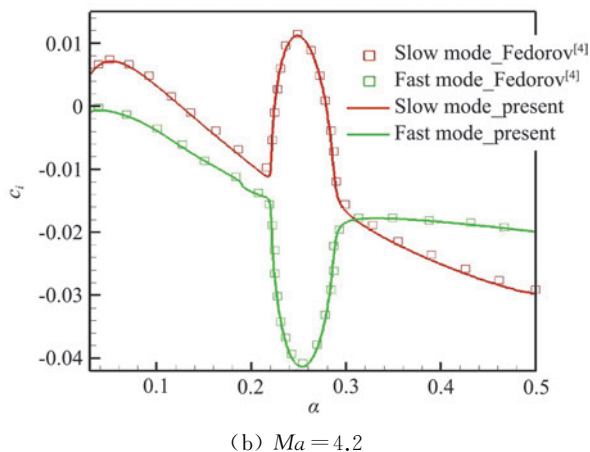
(a) $Ma = 3.8$ (b) $Ma = 4.2$

图 1 扰动增长率随波数的变化 ($T_0 = 300 \text{ K}, Re = 2000$)
Fig.1 Variation of growth rate with wave number
($T_0 = 300 \text{ K}, Re = 2000$)

从前述的研究结果可知,由于快、慢模态存在不同的分枝类型,第二模态不稳定性可能属于快模态,也可能属于慢模态;而第一模态不稳定性总是属于慢模态。那么,对于同时存在第一、第二模态不稳定性的边界层流动,单一扰动可能经历以下三种线性增长过程:当第二模态属于快模态(如图 1(a)所示,对应 Fedorov^[4]的 A 或 C 型分枝)时,① 慢模态扰动只经历第一模态增长,② 快模态扰动只经历第二模态增长;当第二模态属于慢模态(如图 1(b)所示,对应 Fedorov^[4]的 B 或 D 型分枝)时,③ 慢模态扰动先后经历第一、第二模态增长(快模态扰动不经历增长过程)。因此,在进行稳定性分析和转捩预测时,对于 A、C 型分枝情况,快模态扰动和慢模态扰动都应该

考虑,而对于B、D型分枝,可只考虑慢模态扰动。另外,当边界层流动参数发生变化导致快、慢模态分枝类型发生改变时,前述的扰动增长过程也会发生改变,由此预测得到的转换位置可能产生较大的变化,这在前期的研究中已有体现^[10]。因此,在采用稳定性分析方法对边界层转换进行预测之前,应该首先对快、慢模态的分枝情况进行分析。

基于以上认识可以知道,温度条件的改变可以导致快、慢模态分枝类型发生变化,进一步导致扰动的线性增长过程发生改变。同时,温度条件对边界层自身的稳定性和转换也会产生影响。对于来流总温,早在1966年,Mack^[11]就指出这是影响可压缩边界层转换位置的因素之一,而近期关于高超声速圆锥边界层的研究^[2]也表明,总温的增加对流动起稳定作用。而壁温对边界层稳定性的影响更是广为人知:冷壁对第一模态起稳定作用,对第二模态起不稳定作用,而热壁则相反^[12-14];对高超声速圆锥边界层的转换研究发现,低壁温条件促进边界层的转换^[15]。然而,对于转换试验结果的关联,上述温度的定性影响规律显然是不足够的,必须对温度的影响做更细致的研究,获得定量的影响规律。

本文针对转换试验研究中的主要差异因素——来流总温和壁温,开展了其影响下的高速平板边界层转换研究,重点考察了不同温度条件下高速平板边界层流动中快、慢模态的分枝特性;还采用 e^N 方法研究了温度对转换的影响规律,发现在相同马赫数下,转换雷诺数与温度比存在一致性的依赖关系,利用这一关系,初步建立了转换雷诺数与温度比和 N 值的函数关系式,可用于关联不同风洞的转换结果和促进转换天地相关性的研究。

1 温度对快/慢模态同步和分枝的影响

采用线性稳定性理论方法对不同温度条件下的平板边界层流动进行了分析,分别考察了快、慢模态的相速度和增长率随频率的变化。边界层速度和分布由边界层相似性解得到,采用的线性稳定性方法可参阅文献^[16]。图1显示了本文所采用的线性稳定性计算方法得到的结构与文献^[4]的对比,两者在不稳定扰动和模态分枝类型结果上吻合良好,这也验证了本文程序的可靠性。

1.1 壁温的影响

Fedorov等^[4]对不同马赫数下的绝热壁和冷壁进行了研究,发现壁温的改变会使快、慢模态的分枝类型发生变化。而对于转换试验而言,进行比较和关联的试验结果通常针对相同的马赫数,因此本文研究

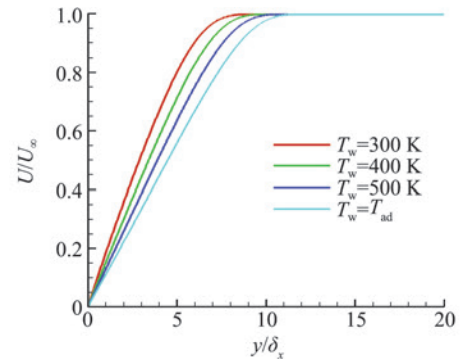
了在同一马赫数条件下,不同壁温条件下的快、慢模态分枝类型及其变化。

对于平板边界层,来流条件为: $Ma = 4$,单位雷诺数 $Re_0 = 1.13 \times 10^7 / m$,总温 $T_0 = 710 K$ (对应来流温度 $T_e = 169.7 K$),分别设置了4个算例以研究壁温的影响(表1),其中Case 4对应绝热壁条件。各算例对应的边界层速度和温度剖面如图2所示。

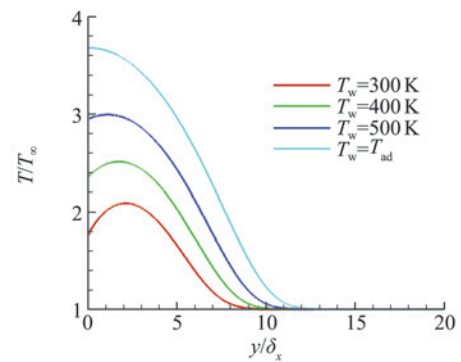
表1 考虑不同壁温的算例设置($Ma = 4$)

Table 1 Cases for various wall temperatures ($Ma = 4$)

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
T_w	300 K	400 K	500 K	624 K(T_{ad})



(a) 速度分布



(b) 温度分布

图2 基本流速度和温度剖面

Fig.2 Velocity and temperature profiles of basic flows

长度特征尺度取为 $\delta_x = \sqrt{Re_0 x}$,对距平板前缘1.5 m处的流动进行空间不稳定性分析;在上述特征尺度下,当地雷诺数 $Re = 4117$ 。首先对流动进行模态分析,发现流场中存在快模态(Mode F)和慢模态(Mode S),传统意义上的第一模态和第二模态分别位于这两枝(族)上。图3给出了各个工况下不同模态随频率的变化。

从图中可以看出,快模态的高频段对应第二模态,而在慢模态的低频段对应第一模态。按照Mack的定义,快模态上高频区的不稳定模态称为第二模态增长解;慢模态上几乎同频率范围内衰减率较大的模

态称为第二模态衰减解。而按照 Fedorov^[4] 的分类, 上述分枝类型属于 A 型分枝。可以发现, 在所考虑的壁温变化范围内, 分枝类型并没有发生改变。

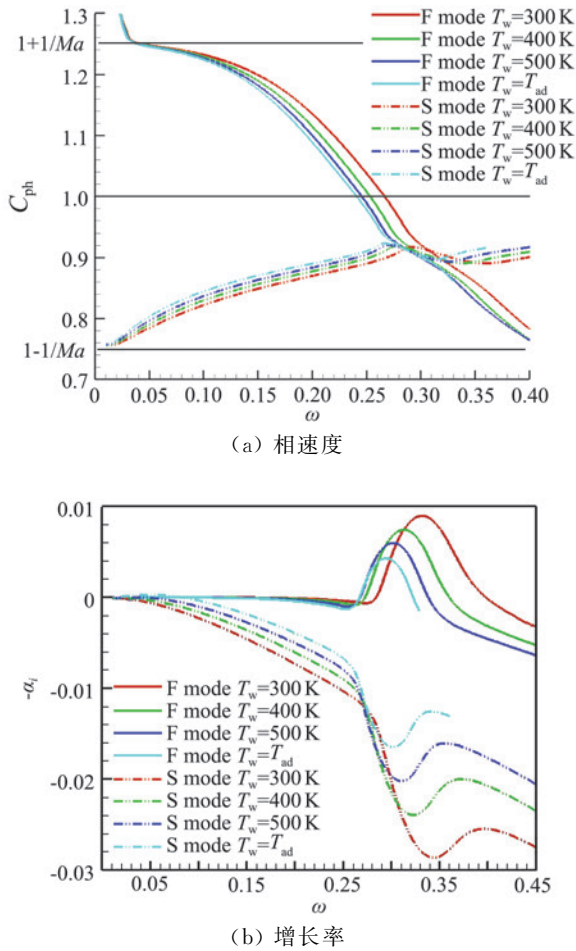


图 3 快、慢模态随频率的变化 (Case 1~Case 4)
Fig.3 Variation of fast and slow modes with dimensionless frequency (Case 1~Case 4)

从图 3 中还可以看出, 随着壁温的增加, 第一模态由稳定变得不稳定, 扰动增长率和失稳区域范围都变大。而对于第二模态, 壁温的增加使该模态变得更加稳定, 扰动增长率和失稳区域范围都变小。上述壁温对可压缩边界层不稳定性的影响规律与传统认识相符^[13-14]。而不同的是, 由于这两个模态分别属于慢模态和快模态, 在同时显示扰动增长率时, 两段不稳定区域并不属于同一条曲线。这是 A、C 型分枝类型的典型特征。

1.2 总温的影响

在相同马赫数下, 风洞条件和飞行条件下的来流总温差异明显, 即使不同风洞之间也存在一定的差别。Zhao 等^[2] 指出总温的差异可能是导致不同风洞试验结果出现不一致的重要原因。对此, 本文针对来流总温的影响开展了初步研究。设置算例如表 2 所示, 壁温取绝热条件。

表 2 考虑不同总温的算例设置 ($Ma=4$)

Table 2 Cases for various total temperatures ($Ma=4$)

	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8	Case 9
T_0	300 K	400 K	500 K	600 K	710 K

图 4 给出了扰动频率与相速度之间的关系。从图中可以看出, Case 5, Case 6 属于 Fedorov 的 B 型分枝, Case 7, Case 8 和 Case 9 属于 D 型分枝。总温的变化引起的模态分枝类型的变化, 这是总温和壁温影响稳定性的区别所在。同时, 可以发现总温对两个失稳模态的影响: 随着总温的增加, 第一模和第二模不稳定性都随之减弱。这与 Zhao 等^[2] 关于总温对圆锥边界层稳定性的影响规律是一致的。

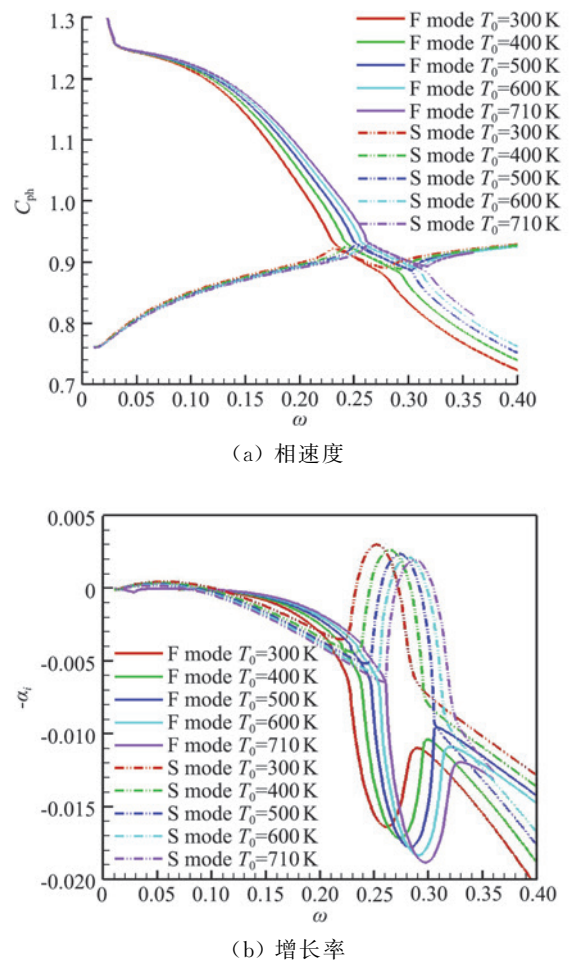


图 4 快、慢模态随频率的变化 (Case 5~Case 9)
Fig.4 Variation of fast and slow modes with dimensionless frequency (Case 5~Case 9)

同时还可以发现, Case 4 和 Case 9 的壁温和总温条件相同, 仅仅是稳定性计算时选取的雷诺数不同, 导致了模态分枝类型的差异。可以预见, 这两种分枝类型的变化发生在雷诺数 2000 和 4117 之间。对马赫数等参数的影响研究也发现了模态分枝类型发生变化的情况^[17]。

由于边界层的第一模态对应于慢模态, 而第二模

态却没有确定的对应关系,因此对于 A、C 型模态分枝的边界层流动,单一模态扰动最多只会经历一次失稳过程,即:慢模态扰动经历第一模态失稳,快模态扰动经历第二模态失稳,不会发生单一扰动先后经历第一和第二模态失稳的情况。这就给扰动的线性失稳过程带来了更多的变化,同时也对转捩预测的 e^N 方法带来了困难,一方面需要在模态选择时同时考虑快、慢模态,另一方面对传统的 N 值选择带来了麻烦。因此,在采用稳定性分析方法对高速边界层进行转捩预测前,应该先对边界层的稳定性,尤其是模态的分枝类型进行分析,根据特定的分枝类型确定主导失稳的模态及对应的 N 值。

2 温度对转捩的影响

本部分采用 e^N 方法,对不同壁温条件下的高速平板边界层流动进行转捩预测。计算条件为:来流马赫数 $Ma=4,5,6$,采用 24 km 高空来流条件,壁温条件取为等温壁,温度 $T_w=300\sim 1400$ K。

在以上条件下,壁面温度低于绝热壁温度,与 Case 1~Case 3 类似,边界层流动的模态分枝类型都属于 A 型。在这种情况下,慢模态只经历第一模态失稳,快模态只经历第二模态失稳,因此在进行 e^N 分析时,需要考虑两个模态。但由于冷壁对第一模态起抑制作用,因此慢模态扰动只经历第一模态失稳,幅值增长有限,不是主导转捩的模态,因此在实际计算中,只需考虑快模态扰动的增长。

2.1 壁温对转捩位置的影响

图 5 给出了马赫数为 4 的情况下快模态的增长曲线。通过对不同频率扰动的增长率进行积分,得到各频率扰动的增长曲线(彩色曲线),再对所有增长曲线取包络线(黑色曲线),可得到 N 值曲线。

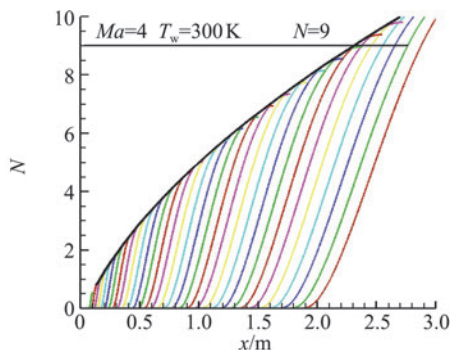


图 5 扰动累计增长率及 N 值曲线

Fig.5 Integrated growth rates and N -factor curve

在采用 e^N 方法进行转捩预测时, N 值的选取对于预测结果至关重要。对于相同的外形,不同来流条

件对应的 N 值不同,在常规风洞条件下,来流噪声较大,转捩位置靠前,对应 N 值较小;而在静风洞和飞行条件下,来流噪声较小,转捩位置靠后,对应的 N 值较大。本文假定扰动累计增长率 N 率先达到 9 的位置为转捩位置。从后面的研究可以知道, N 值的选取对关联不同温度的转捩结果没有影响。

从图 5 中还可以看出,只有一定频率范围内的扰动,其累计增长率才能达到 9,因此在实际操作中,不需要对大量的扰动进行计算,而只需针对特定频率范围内的扰动进行计算,便能较快地得到 N 值曲线受关注的部分,进而可对转捩位置进行更高效的预测。

当壁温从 300 K 到 1000 K 变化时,扰动幅值增长曲线和 N 值曲线都表现出一致性的规律。而当壁温高于 1200 K 时,增长曲线的形态发生了变化,如图 6 所示,在 $N>6$ 的范围内,增长曲线的增长变缓,这导致了 $N=9$ 的转捩位置大幅度后移。

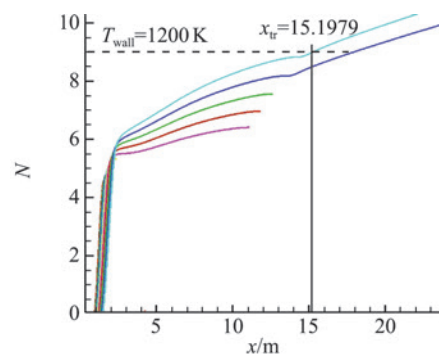


图 6 N 值分布 ($Ma=6$)

Fig.6 N -factor curve ($Ma=6$)

图 7 给出了转捩位置和发生转捩时的扰动频率随壁温的变化。可以看出,两者都在 1000 K 以下的范围内表现出良好的规律,而在 1200 K 以上表现出了明显的差异。在马赫数为 4 和 5 的条件下,也有相同的现象产生。对快模态的扰动增长率进行分析可以发现,出现上述现象的原因一方面是第一模态不稳定性随壁温升高而变弱,另一方面也与转捩 N 值选取有关,如果转捩 N 值取较小值(如 5 或 6),这种不一致的规律将不会出现。

从上面的结果来看,当壁温不太高时,转捩位置与壁温之间存在着良好的依赖关系。利用数据拟合,可以将这种关系量化。对转捩位置与壁温的关系进行拟合,首先将壁温和转捩位置分别用壁温比和转捩雷诺数来代替,令 $T=T_w/T_e$,采用非线性指数拟合的结果图 8 所示。

对应的拟合曲线关系式为:

$$Re_{tr} \cdot 10^{-7} = e^{(0.2872T-0.6092)} + 0.2503 \quad (1)$$

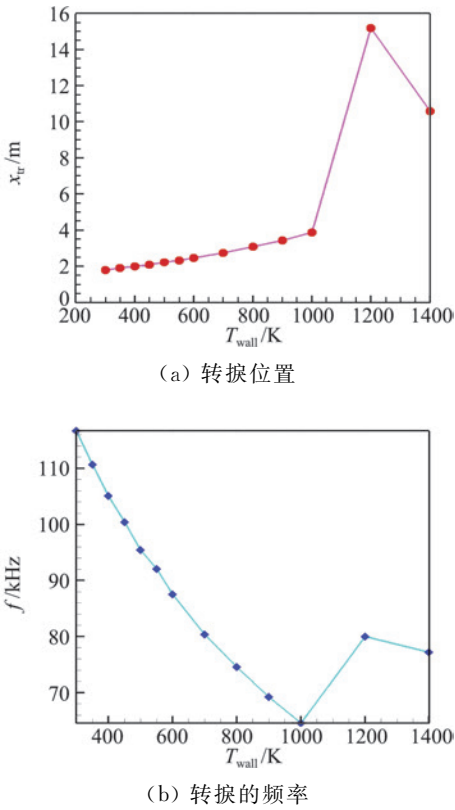


图 7 转换位置和频率随壁温的变化 ($Ma=6$)
Fig.7 Transition location and frequency versus wall temperature ($Ma=6$)

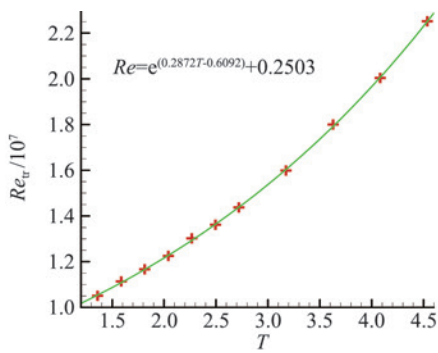


图 8 指数曲线拟合结果 ($Ma=6$)
Fig.8 Data fitting with exponential function ($Ma=6$)

类似的,对马赫数为 4 和 5 的工况也可以得到相应的拟合曲线。

2.2 基于壁温影响的转换关联公式

边界层的失稳和转换始于边界层对扰动的感受性过程,对于自然转换而言,扰动主要来源于来流。假设来流中的扰动平均幅值为 A_{in} ,经过感受性过程之后,进入边界层后,扰动在增长之前的平均幅值变为 A_0 ,扰动增长到转换时的平均幅值为 A_{tr} ,后一过程可以用 e^N 方法来描述。感受性过程是一个复杂的过程,这里不对感受性过程进行分析,而只关注对边界层内初始扰动的线性增长过程。且对于不同的来流和壁面条件,认为转换时的扰动幅值水平是相当的(如 $A_{tr}=1.5\%$ ^[18])。

不同的来流条件带来的初始扰动幅值 A_0 不同,扰动增长到转换位置的过程也不同。较大初始扰动增长的过程短,对应的 N 值小,较小初始扰动增长的过程长,对应的 N 值大。因此,采用 e^N 方法进行转换预测时,需要通过 A_0 来确定 N 值,即

$$N = N(A_0) \tag{2}$$

那么,初始扰动的影响可以用 N 值来体现。图 9 显示了不同壁温条件下, N 值与转换位置的关系。可以看出, N 值越小对应的转换位置越靠前,这也意味着初始的扰动幅值较大。

在本文的研究中,考虑的 N 值范围为 2~9,即认为大部分的扰动增长都在此范围之内。由图 10 可见,该范围内的雷诺数与 N 值的对数值呈现出近似线性的关系。从图中可以看出,各条线之间近似平行,而其中的差异只源于壁温的影响。

可以推测,在对数坐标系下,壁温的影响是线性的。前面的研究考察了壁温对转换雷诺数的影响,通过数据拟合得到了两者的依赖关系,即:

$$Re_{tr0}(T; N=9) = e^{aT+b} + c \tag{3}$$

式中 a 、 b 、 c 为待定系数。在这部分的研究中,设定

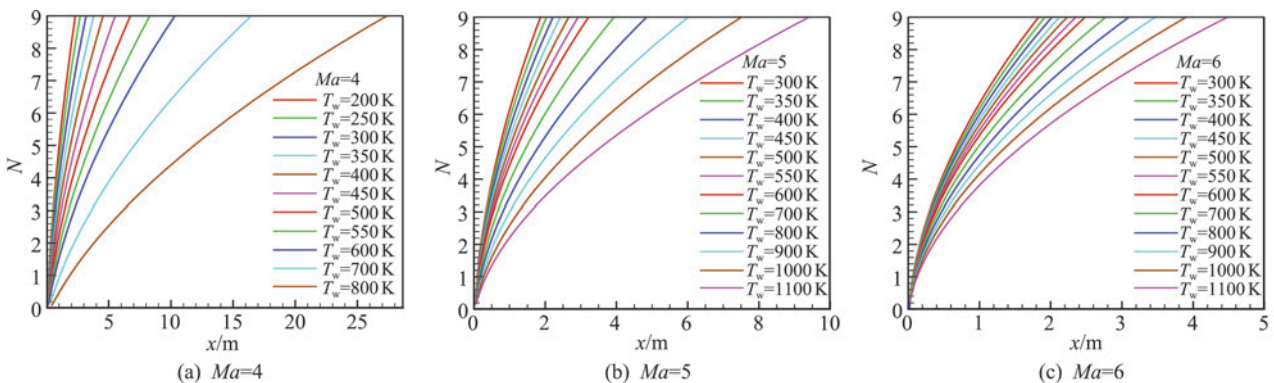
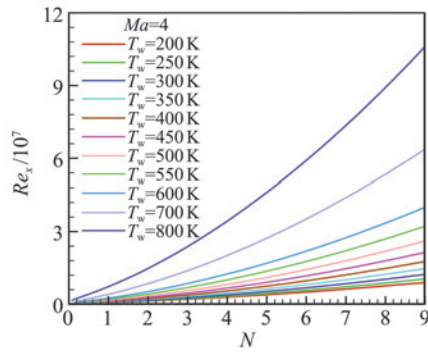
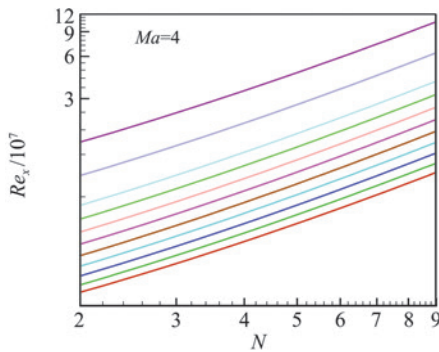


图 9 不同壁温条件下的 N 值曲线
Fig.9 N -factor curves with different wall temperatures



(a) 常规坐标



(b) 对数坐标

图 10 雷诺数随 N 值的变化

Fig.10 Variation of Reynolds number with N-factor

了 $N=9$ 的转捩基准,这实际上对应于初始扰动很小的流动情况。若以这种情况作为参考,将壁温的影响规律引入上图的结果,考虑归一化的转捩雷诺数组合参数 $Re_{tr}(T;N)/Re_{tr0}(T;N=9)$,可以得到图 11 的结果。

可以看出,在对数坐标系下,不同温度下的曲线几乎重合,形成一条过坐标点(9,1)的近似直线。因此,可以进一步假设存在以下线性关系:

$$\ln\left(\frac{Re_{tr}(T;N)}{Re_{tr0}(T;N=9)}\right) = c_1 \ln N + c_0 \quad (4)$$

上式的系数可以通过曲线上的数据求得。从以上结果可以看出,由于存在良好的线性近似关系, N 值可以在 2~9 中任意选取,不会对图 11 中的线性结果产生本质的影响。

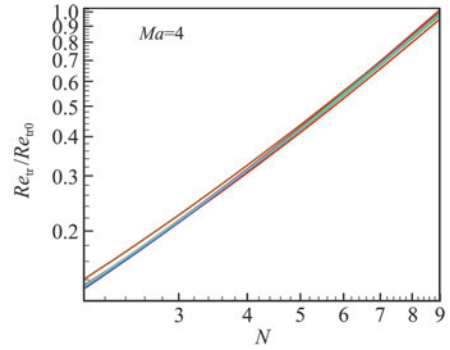
利用线性关系可进一步得到:

$$Re_{tr} = Re_{tr0} \cdot (c_3 \cdot N)^{c_1} \quad (5)$$

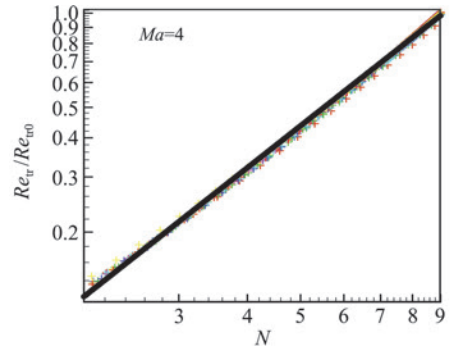
式中 $c_3 = \exp\left(\frac{c_0}{c_1}\right)$ 。再结合式(3),式(5)可以改写为

$$\frac{Re_{tr}^f}{Re_{tr}^g} = \left(\frac{e^{a \cdot T^f + b} + c}{e^{a \cdot T^g + b} + c}\right) \cdot \left(\frac{N^f}{N^g}\right)^{c_1} \quad (6)$$

式中的系数见表 3。



(a) 归一化转捩雷诺数



(b) 线性拟合

图 11 N 值与归一化转捩雷诺数的关系

Fig.11 Variation of scaled transitional Reynolds number with N-factor

表 3 式(6)中的系数

Table 3 Coefficients in Eq.(6)

Ma	a	b	c	c ₁
4	1.166	-1.921	0.5174	1.380
5	0.5362	-1.226	0.2979	1.593
6	0.2872	-0.6092	0.2503	1.667

式(5)实际上是一种转捩准则,体现了转捩雷诺数与壁温和初始扰动幅值的关系。改变马赫数会对准则中的系数带来变化。一般来说,风洞试验可以模拟飞行条件下的马赫数,因此在转捩的关联性研究中,采用上式的转捩准则可以对不同风洞中,和风洞与天空中的转捩结果进行关联。容易得到:

$$\frac{Re_{tr}^f}{Re_{tr}^g} = \left(\frac{Re_{tr0}^f}{Re_{tr0}^g}\right) \cdot \left(\frac{N^f}{N^g}\right)^{c_1} \quad (7)$$

不同试验条件下的壁温条件体现在(6)或(7)式右端第一项中,而不同的初始扰动幅值体现在右端第二项中。因此,在风洞试验中测得的转捩雷诺数可以通过上式转化为空中的转捩雷诺数。类似地,不同风洞之间的试验结果也可以通过上述关系式进行关联。

应该注意的是,式(7)中的 N 值需要采用先验试验标定值,或通过完善感受性研究加以确定。而前者需要大量的风洞和飞行试验结果进行支撑,后者需要

对感受性过程进行更深入的研究和合理的模化。在目前看来,上述基于平板边界层的转捩关联式是关联不同温度条件下转捩结果的初步研究,为建立完整的转捩关联关系奠定了基础,该思路也可用于其它外形的边界层转捩关联和预测。

3 结 论

本文研究了温度对高速平板边界层流动稳定性和转捩的影响。结果发现:第一,不同的总温条件会带来快、慢模态分枝类型的变化,并且随着总温升高,第一模态和第二模态的不稳定性都减弱。第二,在不高于 1000 K 的壁温条件下,壁温与高速边界层扰动增长关系呈现出良好的规律,这种规律可以以指数函数的形式量化体现;而当壁温更高时,这种规律受到破坏。第三,利用壁温对扰动增长的影响规律,并结合初始扰动与 N 值的关系,可以得到转捩雷诺数的关联准则,并可用于关联转捩结果的进一步研究。这种思路可对其他外形的高速边界层流动转捩的关联和预测提供参考。

参 考 文 献:

- [1] 杨武兵,沈清,朱德华,等. 高超声速边界层转捩研究现状与趋势[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 183-195.
YANG W B, SHEN Q, ZHU D H, et al. Tendency and current status of hypersonic boundary layer transition [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 183-195. (in Chinese)
- [2] ZHAO J S, LIU S, ZHAO L, et al. Numerical study of total temperature effect on hypersonic boundary layer transition[J]. Physics of Fluids, 2019, 31(11): 114105.
- [3] 赵金山,张志刚,石义雷,等. 高超声速飞行器气动热关联换算方法研究[J]. 力学学报, 2018, 50(5): 1235-1245.
ZHAO J S, ZHANG Z G, SHI Y L, et al. Research on the conversion method of aeroheating environment of hypersonic vehicle [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2018, 50(5): 1235-1245. (in Chinese)
- [4] FEDOROV A, TUMIN A. Branching of discrete modes in high-speed boundary layers and terminology issues[C]//40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Chicago, Illinois, Reston, Virginia; AIAA 2010-5003, 2010.
- [5] FEDOROV A V, KHOKHLOV A P. Excitation of unstable modes in a supersonic boundary layer by acoustic waves[J]. Fluid Dynamics, 1992, 26(4): 531-537.
- [6] FEDOROV A, KHOKHLOV A. Mode switching in a supersonic boundary layer[J]. Fluid Dynamics, 1992, 33(6): 831-836.
- [7] FEDOROV A, KHOKHLOV A. Prehistory of instability in a hypersonic boundary layer[J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2001, 14(6): 359-375.
- [8] MA Y B, ZHONG X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 1. Wave structures and interactions [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2003, 488: 31-78.
- [9] FEDOROV A. Transition and stability of high-speed boundary layers[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2011, 43(1): 79-95.
- [10] LIU Z Y, YANG W B, SHEN Q. Investigation on correlation between wind tunnel and flight test data for boundary layer transition[C]//AIAA Flight Testing Conference, Washington, D. C., Reston, Virginia; AIAA 2016-3980, 2016.
- [11] MACK L M. Effect of free-stream temperature on the inviscid stability of the compressible laminar boundary layer[C]//Jet Propulsion Lab. Space Programs Summary, 1966, IV (37-39): 145-146.
- [12] MACK L M. Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition[J]. AIAA Journal, 1975, 13(3): 278-289.
- [13] MALIK M R. Prediction and control of transition in supersonic and hypersonic boundary layers[J]. AIAA Journal, 1989, 27(11): 1487-1493.
- [14] 赵耕夫. 壁面冷却和抽吸对超声速高超声速三维边界层稳定性的影响[J]. 空气动力学学报, 1999, 17(1): 21-29.
ZHAO G F. Effect of wall suction and cooling on the stability of the supersonic and hypersonic three dimensional boundary layer [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 1999, 17(1): 21-29. (in Chinese)
- [15] 孔维萱,阎超,赵瑞. 壁面温度条件对边界层转捩预测的影响[J]. 航空学报, 2013, 34(10): 2249-2255.
KONG W X, YAN C, ZHAO R. Effect of wall temperature on boundary layer transition prediction using transition model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(10): 2249-2255. (in Chinese)
- [16] 刘智勇. 二维可压缩受限混合层流动稳定性分析[D]. 北京: 中国航天科技集团公司第十一研究院, 2016.
LIU Z Y. Stability analysis of two-dimensional wall-bounded mixing layers [D]. Beijing: China Academy of Aerospace Aerodynamics, 2016. (in Chinese)
- [17] LIU Z Y, YU M. Branching and synchronization of fast and slow modes in high-velocity boundary layers; AIAA 2017-2247 [C]. Reston: AIAA, 2017.
- [18] SU C H. The reliability of the improved e-N method for the transition prediction of boundary layers on a flat plate[J]. Science China Physics, Mechanics and Astronomy, 2012, 55(5): 837-843.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0316-10

热化学非平衡高超声速平板边界层线性稳定性分析

陈贤亮, 符松*

(清华大学 航天航空学院, 北京 100084)

摘要:高超声速边界层流动转捩是近期空气动力学研究的热点问题。对于环境扰动较小的自然转捩过程, 稳定性分析已被证明是研究扰动演化的重要手段。另一方面, 高超声速边界层内的温度会随着马赫数的升高而快速上升, 极高的温度会引起所谓的高温真实气体效应, 使得量热完全气体假设失效, 从而对边界层稳定性和转捩产生影响。本文针对高温热化学非平衡气体, 利用空气 5 组分模型开展了平板边界层的线性稳定性分析, 重点研究了热化学过程对模态稳定性的影响, 并探究了边界层离散谱模态的演化和同步过程。研究表明, 对于由第二模态主导的高超声速二维边界层: (1) 扰动相比基本流更趋向于热化学冻结态; (2) 扰动方程中新出现的非平衡源项的扰动项对稳定性影响很小, 非平衡过程主要是通过改变基本流剖面来间接影响稳定性; (3) 声速是影响第二及更高模态的重要参数, 热化学平衡态假设引起的声速计算式的变化能够解释边界层温度和厚度降低时第二模态频率反而降低的非常规趋势。

关键词:高超声速流动; 边界层转捩; 热化学非平衡效应

中图分类号: O357.4

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0156

Linear stability analysis of hypersonic boundary layer on a flat-plate with thermal-chemical non-equilibrium effects

CHEN Xianliang, FU Song*

(School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The research on hypersonic boundary layer transition is a recent focal point in aerodynamics. For the so-called ‘natural transition’, where the level of environment disturbance is low, stability analysis has been proved to be a helpful technique in studying evolution of disturbances. On the other hand, temperatures in hypersonic boundary layer increase dramatically with Mach number. Extremely high-temperature causes the so-called ‘real-gas effects’, or more exactly, ‘thermal-chemical non-equilibrium effects’, which invalidates the calorically perfect gas assumption, and inevitably influences the stability and transition process. The flow treated in this paper is a hypersonic boundary layer on a flat-plate with thermal-chemical non-equilibrium effects. Linear stability theory (LST) is applied to study the effects thermal-chemical process take on modal instability. Meanwhile, the evolution and synchronization process between discrete and continuous spectrum are explored. Results for the 2-D hypersonic boundary layer where the 2nd mode dominates are concluded as follows. Firstly, disturbances are more thermal-chemical frozen than the basic flow. Secondly, the new term in the disturbance equation introduced by the non-equilibrium source term has little effects on stability. The differences in stability behaviors between non-equilibrium and calorically perfect gas mainly attribute to different basic flow profiles. Thirdly, speed of sound is crucial to Mack modes. The different evaluation of the speed of sound for thermal-chemical equilibrium flow is the answer to the unconventional trend that a cooler and thinner boundary layer has lower 2nd-mode frequency.

Keywords: hypersonic flow; boundary layer transition; thermal-chemical non-equilibrium effects

收稿日期: 2019-12-27; 修订日期: 2020-02-20

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2019YFA0405201); 国家数值风洞工程(2018-ZT1B03)

作者简介: 陈贤亮(1995-), 男, 安徽黄山人, 博士研究生, 研究方向: 高超声速流动稳定性与转捩. E-mail: chenxl0728@163.com

通信作者: 符松*(1959-), 教授, 主要从事湍流模式的理论研究. E-mail: fs-dem@tsinghua.edu.cn

引用格式: 陈贤亮, 符松. 热化学非平衡高超声速平板边界层线性稳定性分析[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 316-325.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0156 CHEN X L, FU S. Linear stability analysis of hypersonic boundary layer on a flat-plate with thermal-chemical non-equilibrium effects[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 316-325.

0 引言

层流向湍流的转捩会使壁面热流和摩阻提高最多一个量级,因此对转捩位置的准确预测对于高速飞行器设计具有重要意义。但是转捩现象是极其复杂的,一个重要表征是转捩过程强烈地依赖于边界条件和外部环境。Morkovin 等^[1]根据来流环境扰动量级的不同,给出了如图 1 所示的五条不同转捩路径,其中环境扰动最小的路径被称为自然转捩,适用于背景湍流度较低的高空大气环境。对于自然转捩,外部扰动经过感受性机制在边界层内形成扰动波,而后扰动首先经历线性模态增长,再由于非线性引发模态间相互作用,最终经过更复杂的非线性过程发展为湍流。由于高超声速边界层流动转捩问题的重要性和复杂性,相关研究是近期空气动力学的热点之一,文献^[2]和文献^[3]对此进行了综述。

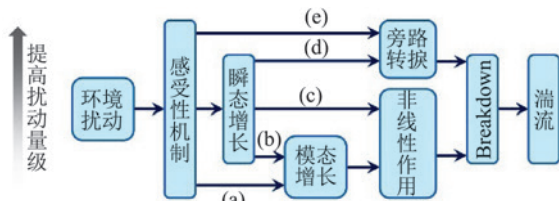


图 1 不同来流扰动幅值下转捩路径示意图^[1]

Fig.1 Paths to boundary layer transition with different freestream disturbance amplitudes^[1]

高超声速流动的另一个重要特点是随着马赫数升高而快速上升的流场温度。量热完全气体下高马赫时正激波后温度近似与马赫数平方成正比,极高的温度会激发空气分子的振动能和引起空气的化学分解甚至电离,导致量热完全气体假设的失效,这就是所谓的高温(真实)气体效应^[4]。图 2 给出了标准大气压下空气发生不同热化学过程的温度范围。基于统计热力学,研究者们建立了对热化学平衡态的描述方法,并通过系列拟合式实现了对热化学平衡流场的求解^[5-6]。

然而研究者们很快发现热化学过程的时间尺度在高超声速高焓流动下常与流动时间尺度相当,例如如图 3 给出了不同温度和密度下氧气热化学过程的特征时间,而高超声速流动的速度恰在 km/s 量级,因此流场内的热化学过程并不能处处达到平衡态,需要额外考虑振动能、电子能与组分质量的守恒方程,来建立对热化学非平衡流场的模拟^[7]。热化学过程对层流场的主要影响可定性描述为:通过能量松弛和化学反应降低流场温度,使得流场密度升高、激波层变薄;在相同马赫数下,来流温度和密度越高,则热化学

过程的时间尺度越小,流场越趋向于平衡态。但是热化学过程对稳定性和转捩的影响难以系统回答,这一方面是由于热化学过程所涉及的尺度和参数众多,与扰动场有复杂的相互作用,另一方面是由于较恶劣的气动环境导致相关实验较为缺乏,因而高温流场模型的可靠性还有待进一步验证。

1991 年, Malik 等^[8]率先分析了“真实气体效应”对平板边界层稳定性的影响,他们比较了热化学平衡

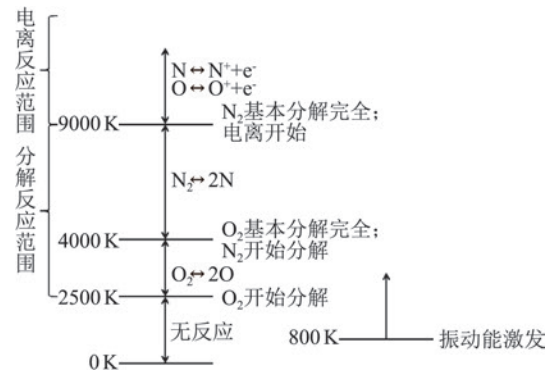
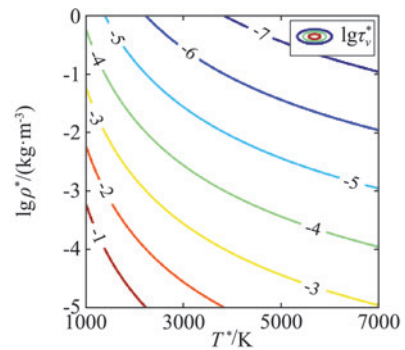
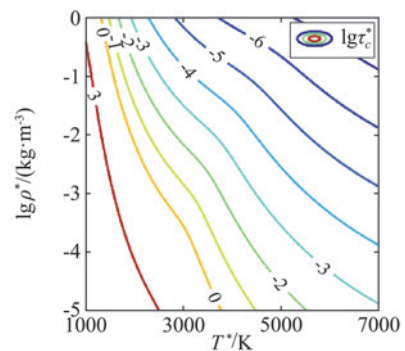


图 2 标准大气压下空气发生振动能激发和化学反应的温度范围^[4]

Fig.2 Temperature ranges of air for vibrational and chemical processes under normal atmosphere^[4]



(a) 振动松弛特征时间



(b) 化学分解特征时间

图 3 不同温度和密度下氧气振动松弛和化学分解特征时间

Fig.3 Characteristic time of oxygen versus temperature and density for thermal and chemical processes

气体与量热完全气体的第二模态增长率,发现真实气体效应会使第二模态更不稳定,这与他们预期的“真实气体效应对不稳定模态的影响类似冷壁效果”一致,但是最不稳定波的频率却与预期相反地下降了。Stuckert等^[9]则发现平衡流假设下“热”壁面也会出现量热完全气体冷壁时才有的“超声速模态”。天津大学的樊宇^[10]、万兵兵^[11]等也对平衡流假设下马赫数、高度、输运模型等对稳定性和转捩的影响进行了研究。除此之外,研究者们进一步分析了热化学非平衡流动下边界层的稳定性特征,发现与平衡流时有显著不同^[9,12],从而更加关注时间尺度在流动发展和扰动传播中的作用。同时,研究者们发现热化学非平衡效应对边界层稳定性的影响并不单一,而是与气体模型、黏性模型、边界条件等多种因素密切相关^[13-15],例如热化学过程引起的流场温度降低和边界层变薄有使得第二模态增长率增加的趋势,但能量松弛引起的胀压黏性又会降低扰动增长率(尤其是对CO₂等极性气体)。另一方面,从稳定性方程数学求解的角度,Federov等^[16]提出的高速边界层稳定性分析新框架为研究模态演化与相互作用提供了新思路。在此基础上,Bitter等^[17]详细分析了振动非平衡效应对马赫数5左右极冷壁平板边界层的影响,发现振动非平衡效应有助于在极冷壁条件下形成超声速不稳定模态。除了线性稳定性分析之外,相关直接数值模拟^[18-20]、抛物化扰动方程^[21-22]等研究也正在开展。同时,T5^[23]、LENS^[24]、HIEST^[25]、VKI-Longshot^[26]等高焓风洞也进行了针对考虑高温气体效应的流动稳定性和转捩的验证与分析工作。

综合来看,热化学非平衡效应对高超声速边界层的稳定性和转捩过程有重要影响,但相关研究依然是有限和不充分的。本文旨在利用线性稳定性框架,分析热化学非平衡平板边界层离散谱模态的演化特性,并尝试探究不同热化学过程如何对不稳定模态的增长率和频率产生影响。

1 物理模型和数值方法

1.1 热化学非平衡 N-S 方程

本文的计算工质为空气,不考虑电离取经典5组分模型(N₂、O₂、NO、N和O)。增加振动能守恒和组分质量守恒方程,得到描述热化学非平衡流动的N-S方程如式(1)所示,其中引入了Park^[27]的双温度模型,即使用热力学平动/转动温度 T 和振动温度 T_v 这两个温度来描述流场。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \mathbf{F}_{v,j}}{\partial x_j} + \mathbf{S} \quad (1)$$

式(1)中 \mathbf{U} 表示守恒变量, \mathbf{F} 和 \mathbf{F}_v 分别表示无黏和黏性通量, \mathbf{S} 表示源项。各项具体写为:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ \rho E \\ \rho_s \\ \rho e_v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{v,j} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ u_k \tau_{jk} - q_j - q_{v,j} - h_m d_{mj} \\ -d_{sj} \\ -q_{v,j} - e_{v,m} d_{mj} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_j = \begin{bmatrix} \rho u_j \\ \rho u_i u_j + p \delta_{ij} \\ \rho u_j H \\ \rho_s u_j \\ \rho u_j e_v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\omega}_s \\ Q_{t-v} + e_{v,m} \dot{\omega}_m \end{bmatrix}$$

其中: i 是空间维数指标, $s \in [2, n_s]$ 是组分指标, j 和 m 分别表示对空间维数和组分的Einstein求和。 ρ_s 是组分密度, e_v 是混合物的比振动能; τ_{ij} 是黏性应力张量, q_j 和 $q_{v,j}$ 是温度和振动温度的扩散项, d_{sj} 是组分 s 的质量扩散项; Q_{t-v} 是振动松弛源项, $\dot{\omega}_s$ 是组分质量生成源项。混合物的热力学参数以组分质量分数 Y_s 进行加权。组分焓需考虑振动能和用以处理反应热的零点生成焓 $\Delta h_{f,s}^\circ$:

$$h_s = c_{\text{pr},s} T + e_{v,s} + \Delta h_{f,s}^\circ \quad (2)$$

黏性应力采用牛顿流体本构和Stokes假设,能量扩散采用Fourier导热定律,质量扩散采用Fick定律。混合物的黏性相关系数使用Wilke规则^[28]对各组分进行加权,其中组分黏性系数由Blottner^[29]给出,组分热扩散系数采用Eucken关系^[30],组分质量扩散系数假设恒定的Schmidt数 $Sc = 0.5$ 。

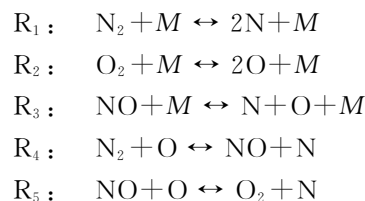
振动能的非平衡松弛过程引入Landau-Teller方程来描述:

$$Q_{t-v} = \sum_{s=1}^{n_v} \rho_s \frac{e_{v,s}(T) - e_{v,s}(T_v)}{\tau_s}$$

$$e_{v,s}(T_v) = \frac{\theta_{v,s} R_s}{\exp(\theta_{v,s}/T_v) - 1}$$

其中松弛特征时间 τ_s 基于Millikan和White^[31]的半经验拟合。

化学反应过程采用有限速率化学反应模型。所用5组分5反应模型写为:



其中 $R_1 \sim R_3$ 是分解反应, R_4 和 R_5 是交换反应, M 表示催化剂,可取5组分中任意一个。化学反应平衡

常数由 Gibbs 自由能得到, 其中自由能拟合式由文献 [32] 给出, 反应速率常数使用 Arrhenius 公式, 其中拟合系数采用 Park 模型^[33]。

振动温度的边界条件与温度边界相一致, 取为绝热或等温。组分边界取决于壁面的催化条件, 本文使用无催化壁。

将 N-S 方程(1)写为算子形式以便后续分析:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}) = \mathbf{S}(\mathbf{q})$$

$$\mathbf{q} = [\rho, u, v, w, T, Y_s, T_v], \quad s \in [2, 5] \quad (3)$$

其中算子 \mathcal{L} 包括非定常、对流和扩散项, \mathbf{S} 是由 \mathbf{Q}_{t-v} 和 ω_s 组成的非平衡源项, 这也是与量热完全气体方程的主要区别。由以上模型可知热化学非平衡效应与时间尺度密切相关。记振动松弛、化学反应和流动的特征时间分别为 τ_v 、 τ_c 和 τ_f , 根据时间尺度的相对大小可做出不同模型假设: 量热完全气体可认为是热化学冻结流, 如果 $\tau_v, \tau_c \ll \tau_f$ 则流动可认为是热化学平衡流。冻结、非平衡和平衡流均可利用热化学非平衡 N-S 方程式(1)进行计算。以下评估热化学过程的特征时间量级, 由于空气中氧气相比氮气在更低温度时发生振动能激发和化学分解, 因此给出氧气的热化学过程特征时间如图 3 所示, 其中上标 * 表示有量纲量。

1.2 边界层基本流计算

稳定性分析需要高精度边界层基本流, 这可以通过求解上节 N-S 方程得到。但 N-S 方程的求解时间一般较长, 为此尝试求解边界层方程以提高求解效率。对来流 0° 迎角的平板几何, 在没有流动分离的情况下, 借鉴量热完全气体的 Lees-Dorodnitsyn 相似性变换来求解边界层方程:

$$\begin{cases} d\xi = \rho_e U_e \mu_e dx \\ d\eta = U_e \sqrt{\frac{Re_L}{\xi}} \rho dy \end{cases}$$

利用连续性方程消去法向速度后, 得到变换后的 $\phi = [U, T, Y_s, T_v]$ 满足下列形式的方程:

$$C \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial C}{\partial \eta} + \frac{\Pi}{2} \right) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \xi \left(\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + S \right)$$

上式中非平衡源项 S 的存在使得即使对平板也不存在相似性解。针对于此, 本文采用流向推进解^[34], 在 η 和 ξ 方向分别用 Chebyshev 配置点法和三阶差分进行离散, 然后利用牛顿法进行隐式迭代。此方法求解效率很高, 在每个流向位置所需迭代一般不超过 6 次。

1.3 模态稳定性计算

以下推导热化学非平衡流场的小扰动控制方程。将流场基本变量 \mathbf{q} 分为平均量 $\bar{\mathbf{q}}$ 和对应扰动量 $\tilde{\mathbf{q}}$:

$$\mathbf{q}(x, y, z, t) = \bar{\mathbf{q}}(x, y) + \tilde{\mathbf{q}}(x, y, z, t)$$

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{q}} = [\bar{\rho}, \bar{U}, \bar{V}, \bar{W}, \bar{T}, \bar{Y}_s, \bar{T}_v] \\ \tilde{\mathbf{q}} = [\tilde{\rho}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{\theta}, \tilde{y}_s, \tilde{\theta}_v] \end{cases}, \quad s \in [2, 5]$$

代入式(3)后得到扰动方程:

$$\mathcal{L}(\bar{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{q}}) - \mathcal{L}(\bar{\mathbf{q}}) = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{S}(\bar{\mathbf{q}}) \quad (4)$$

上式可整理为矩阵形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} \frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial y} + \mathbf{C} \frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial z} + \mathbf{D} \tilde{\mathbf{q}} = \\ \mathbf{H}_{xx} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{q}}}{\partial x^2} + \mathbf{H}_{yy} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{q}}}{\partial y^2} + \mathbf{H}_{zz} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{q}}}{\partial z^2} + \\ \mathbf{H}_{xy} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{q}}}{\partial x \partial y} + \mathbf{H}_{xz} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{q}}}{\partial x \partial z} + \mathbf{H}_{yz} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{q}}}{\partial y \partial z} + \mathbf{N} \end{aligned}$$

其中 \mathbf{F} 、 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{D} 和 \mathbf{H} 均为 10×10 的矩阵, 且只与基本流有关; \mathbf{N} 为非线性项, 在线性分析时被忽略。引入当地平行流假设与行波解假设:

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}}(y) + \hat{\mathbf{q}}(y) \exp [i(\alpha x + \beta z - \omega t)]$$

其中 $\hat{\mathbf{q}}$ 是扰动形函数, α 和 β 是流向和展向波数, ω 是圆频率。本文考察空间模式, 即考察扰动沿流向的增长和衰减, 所以 β 和 ω 是给定实数, $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ 是待求复数, 若 $\alpha_i < 0$ 则扰动沿流向增长。以当地边界层特征厚度为长度量纲, 则圆频率与物理频率的对应关系为:

$$\frac{\omega}{Re_\delta} = F = 2\pi f^* \frac{\nu_\infty^*}{U_\infty^{*2}}$$

模态扰动求解是一个特征值问题, 矩阵规模为 $(19N_y)^2$, 其中 N_y 是法向网格点数。本文的法向导数离散采用 Chebyshev 配置点法。

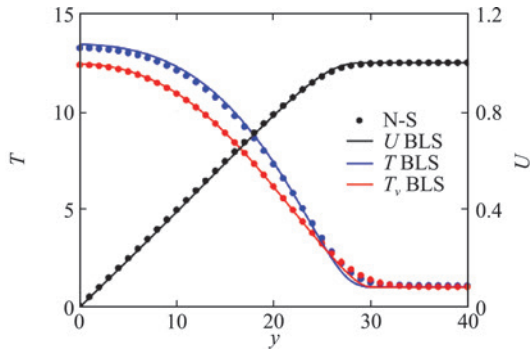
2 结果与分析

2.1 计算结果验证

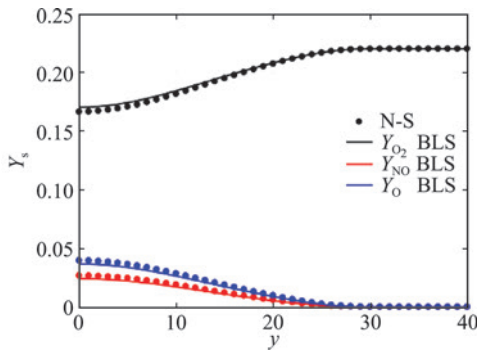
首先验证基本流。选取马赫 10 热化学非平衡绝热平板算例, 来流参数与 Malik^[8] 相同: 静温 350 K 单位雷诺数 $6.6 \times 10^6 / \text{m}$, N_2 占比 78%。将边界层方程解(BLS)与 N-S 方程解进行比较, 其中 N-S 解所用的组分数目、非平衡模型和计算参数均与 BLS 相同。比较两者在 $x = 0.6 \text{ m}$ 处的剖面如图 4 所示。可以看出, 两者的速度和振动温度剖面重合得很好, 而温度和组分割面有 2% 左右的偏差, 这主要是由于边界层方程解忽略了流向压力梯度。总体来看, 使用上述流向推进法求解边界层方程有很高的计算效率和精度, 适用于稳定性分析计算。

再验证稳定性计算结果。首先选取 Bitter^[17] 的热非平衡、化学冻结的极冷壁平板算例, 来流条件为马赫数 4.5、静温 1500 K, 静压 10 kPa, 壁温为 300 K。比较流向位置 $Re_\delta = 2000$ 处的模态演化过程如图 5 所示。

由于冷壁效果,此时 F 模态成为了不稳定模态,且在 $\omega > 0.48$ 后成为超声速模态,引起了增长率曲线的拐折。



(a) 温度/速度剖面



(b) 组分割面

图 4 马赫数 10 热化学非平衡绝热平板边界层解与 N-S 方程解比较

Fig.4 Comparison between BLS and N-S solvers for Mach 10 non-equilibrium adiabatic flat-plate

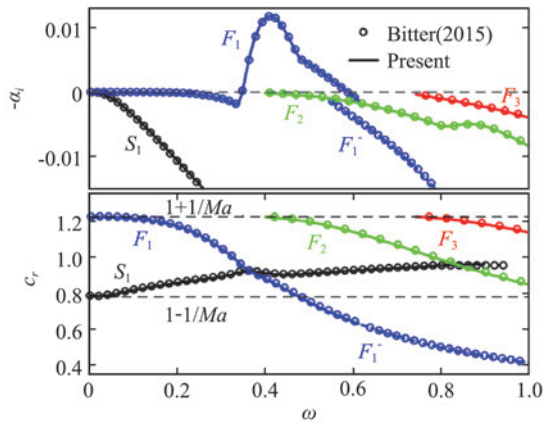


图 5 马赫数 4.5 热非平衡极冷壁平板的增长率和相速度验证
Fig.5 Verification of growth rate and phase velocity for Mach 4.5 thermal non-equilibrium flat-plate with highly cooled wall

最后验证高马赫数下引起较充分化学反应的算例。选取马赫数 10 绝热平板,单位雷诺数 $6.6 \times 10^6 / m$ 、流向位置 0.6 m。分别与 Miró^[35](来流静温 600 K)的化学非平衡结果,和 Malik^[8](来流静温 350 K)的热化学平衡结果进行比较。与 Miró 比较增长率曲线如图 6 所示,与 Malik 比较增长率曲线和第二模态扰动

形函数如图 7 所示。可以看出,本文稳定性计算结果同样能与文献较好地符合。平衡气体算例的增长率在高频时与文献稍有偏离,这可能是由于黏性模型的不一致引起。

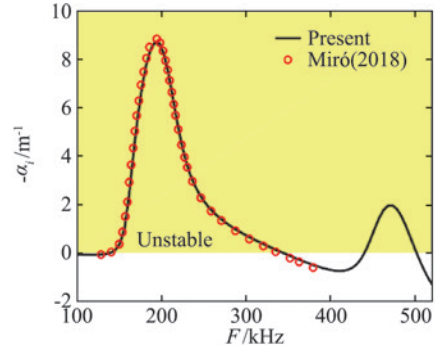
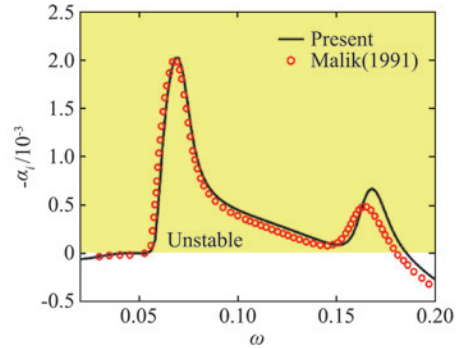
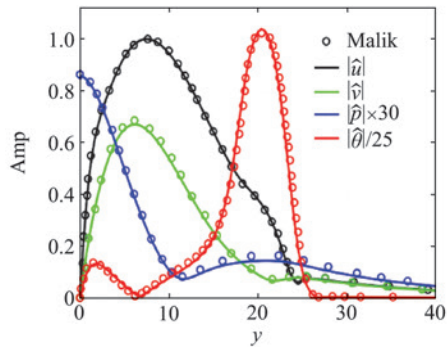


图 6 马赫数 10 化学非平衡绝热平板增长率验证
Fig.6 Verification of growth rate for Mach 10 chemical non-equilibrium adiabatic flat-plate



(a) 增长率曲线



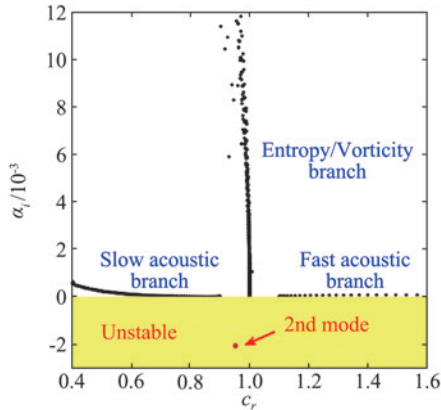
(b) 第二模态扰动形函数

图 7 马赫数 10 热化学平衡绝热平板增长率和形函数验证
Fig.7 Verification of growth rate and shape function for Mach 10 equilibrium adiabatic flat-plate

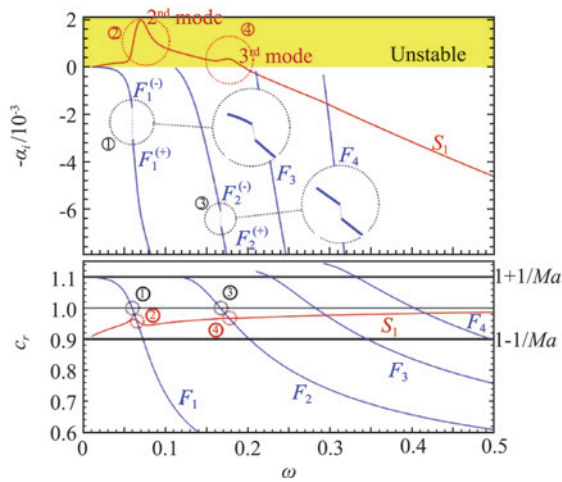
2.2 边界层离散谱的演化

关于离散谱的演化过程, Federov 等^[16]已针对量热完全气体进行了详细叙述,以下检验热化学非平衡边界层是否存在相似演化过程。图 8(a)给出了马赫数 10 非平衡绝热平板边界层(计算参数与“基本流验证”处相同)的二维扰动全局谱。该全局谱是由离散模态和由离散点近似的连续谱共同组成。以相速度

c_r 为分类依据,图中连续谱出现了快声波、慢声波和熵/涡波等四个分支,这与非平衡 N-S 方程无黏通量线性化矩阵的特征值分布相一致。除了连续谱,图中还存在从连续谱中脱落的单个离散谱模态,典型之一是此时位于不稳定区的传统意义上的第二模态,以红色箭头在图中标出。



(a) $\omega = 0.07$ 的二维扰动全局谱



(b) 离散谱模态的演化

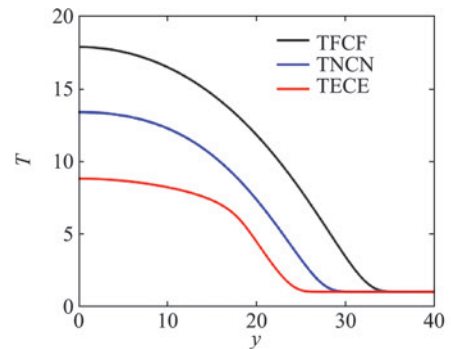
图 8 马赫数 10 热化学非平衡绝热平板的全局谱和模态演化
Fig.8 Spectrum and mode evolution for Mach 10 non-equilibrium adiabatic flat-plate

图 8(b)给出了不同离散模态的增长率和相速度随频率 ω 的变化曲线。随着频率从 0 开始逐渐升高,连续谱中会有一系列模态发生“cut-in”,即从连续谱中脱落成为离散谱。从快声波分支中脱落的离散模态按照脱落顺序依次称为 F_1 、 F_2 、 F_3 、... 模态等。慢声波中也会脱落一个离散模态,称为 S 模态。以下重点关注同步过程,“同步”指的是两个模态的相速度相互接近时发生的过程,这会导致模态增长率的间断或突增/降。具体来说,本算例中,F 和 S 模态首先分别与快慢声波发生同步,即相速度分别达到 $1 \pm 1/Ma$ 。随着 F_1 模态相速度逐渐降低,其在 $\omega = 0.06$ 附近与熵/涡波同步、导致 F_1 模态增长率间断(如图中①处虚线圈部分

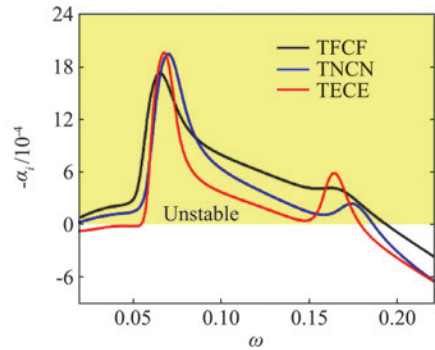
所示),随后在 $\omega = 0.07$ 附近与 S 模态同步,导致 S 模态相速度曲线的扭曲和增长率的突增(如图中②处虚线圈部分所示),这样产生的不稳定 S 模态即是所谓第二模态。 F_2 及更高模态也经历了类似过程,但同步强度已小于 F_1 。在冷壁条件下,F 与 S 模态的同步过程会出现分叉,即 F 模态也可能发展为不稳定模态,正如图 5 所示。由上述分析,热化学非平衡平板边界层存在与量热完全气体类似的模态演化和同步过程。

2.3 热化学过程对不稳定模态的影响

以下比较热化学冻结气体(相当于量热完全气体)、非平衡气体和平衡气体的稳定性特征,仍选用马赫数 10 绝热平板算例,比较温度剖面 and 增长率曲线如图 9 所示(其中 T 和 C 分别表示热和化学过程,F、N 和 E 分别表示冻结、非平衡和平衡态)。



(a) 温度边界层剖面



(b) 增长率曲线

图 9 马赫数 10 绝热平板在热化学冻结、非平衡和平衡假设下边界层剖面 and 增长率曲线比较
Fig.9 Comparison of profiles and growth rates for Mach 10 adiabatic flat-plate with frozen, non-equilibrium and equilibrium flow

随着热化学过程由冻结到非平衡再到平衡,边界层温度和厚度逐渐降低,使得非平衡和平衡态气体的第二模态增长率和对应频率相比量热完全气体都有增加,这与量热完全气体降低壁温时的效果类似。但从非平衡态向平衡态的过渡却出现相反趋势:平衡态的第二模态增长率峰值没有继续增加、与非平衡态相当,而且对应频率反而小于非平衡态。这说明热化学过程

除了降低流场温度外,还有其他影响稳定性的途径。

以下从方程出发进行探究。描述热化学非平衡流场需要增加振动能和组分质量方程,而将额外方程耦合进流场的正是非平衡源项 $Q_{v,v}$ 和 ω_s 。式(3)和式(4)给出:

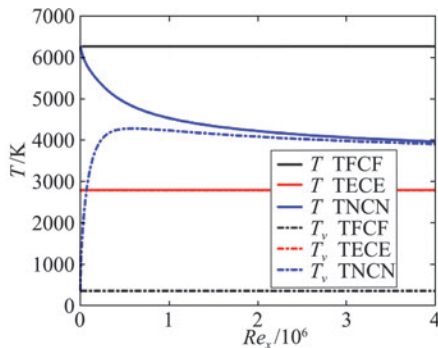
$$\text{基本流方程: } \mathcal{L}(\bar{q}) = \mathbf{S}(\bar{q}) \quad (5a)$$

$$\text{扰动方程: } \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{q}} \tilde{q} = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \bar{q}} \tilde{q} \quad (5b)$$

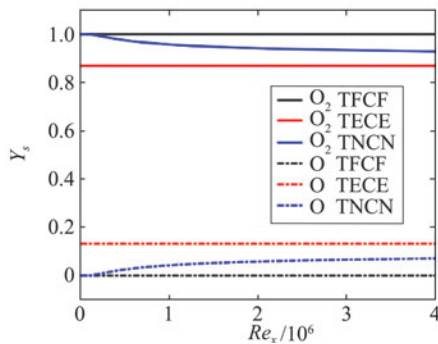
可见非平衡效应影响边界层稳定性的路径有两条:第一是源项 \mathbf{S} 加入了基本流方程、改变了基本流剖面,从而间接影响稳定性;第二是源项的扰动 $(\partial \mathbf{S} / \partial \bar{q}) \tilde{q}$ 加入扰动方程,从而直接影响稳定性。因此以下先探究非平衡源项对基本流的影响规律,再结合扰动方程探究非平衡源项的扰动的影响。以下所用算例的计算参数均与基本流验证处一致。

2.3.1 非平衡源项对基本流的影响

给出热化学冻结、非平衡和平衡假设下基本流的壁面处温度 T 、振动温度 T_v 和组分质量分数 Y_s 随流向的变化如图 10 所示。作为非平衡流动的参照,图中以黑线表示的量热完全气体的振动能未被激发、化学反应也未发生,而以红线表示的平衡流的壁温和



(a) 壁面温度和振动温度



(b) 壁面 O_2 和 O 组分

图 10 马赫数 10 绝热平板在热化学冻结、非平衡和平衡假设下壁面物理量随流向变化曲线

Fig. 10 Streamwise distribution of wall quantities for Mach 10 non-equilibrium adiabatic flat-plate with different disturbance assumptions

壁面组分沿流向也不变化。以蓝线表示的非平衡流在 $x=0$ 处为冻结状态,而后向下游逐渐趋向平衡态。

引入无量纲数 Damköhler 数来描述不同过程时间尺度的相对关系:

$$Da_{v/c}^{\text{base}} = \frac{\tau_{v/c}^*}{\tau_f^*} = \frac{U\tau_{v/c}}{Re_x} \propto \frac{1}{Re_x} \quad (6)$$

若 $Da_{v/c}^{\text{base}}$ 越大,则热化学过程对基本流的影响越小。当 $x=0$ 时 $Da_{v/c}^{\text{base}} \rightarrow \infty$,而后沿流向以雷诺数分之一的量级减小。

2.3.2 非平衡源项的扰动的影响

Mack^[36]详细分析了量热完全气体的模态稳定性,指出第二及更高模态主要源于无黏框架。由于高马赫数时第二模态成为主导模态,因此对热化学非平衡的无黏扰动方程进行分析,给出方程如式(7)所示。由于 Mack 模态在二维时增长率最大,因此展向波数 β 取为 0。

$$\begin{cases} \frac{\hat{p}}{\bar{p}} = \frac{\hat{\rho}}{\bar{\rho}} + \frac{\hat{\theta}}{\bar{T}} + \frac{R_m \hat{y}_m}{R} \\ i\alpha(\bar{U} - c)\hat{\rho} + (D_y \bar{\rho})\hat{v} + \bar{\rho}(i\alpha \hat{u} + D_y \hat{v}) = 0 \\ \bar{\rho}[i\alpha(\bar{U} - c)\hat{u} + (D_y \bar{U})\hat{v}] + i\alpha \left(\frac{\hat{p}}{\gamma_f Ma^2} \right) = 0 \\ \bar{\rho} i\alpha(\bar{U} - c)\hat{v} + D_y \left(\frac{\hat{p}}{\gamma_f Ma^2} \right) = 0 \\ i\alpha(\bar{U} - c)\hat{w} = 0 \\ \bar{\rho} \bar{c}_{v,ir} [i\alpha(\bar{U} - c)\hat{\theta} + (D_y \bar{T})\hat{v}] + \frac{\gamma_f - 1}{\gamma_f} (i\alpha \hat{u} + D_y \hat{v}) \bar{p} \\ = -(\bar{e}_m \hat{S}_m + \hat{S}_q) \\ \bar{\rho} [i\alpha(\bar{U} - c)\hat{y}_s + (D_y \bar{Y}_s)\hat{v}] = \hat{S}_s \\ \bar{\rho} \bar{c}_{vib} [i\alpha(\bar{U} - c)\hat{\theta}_v + (D_y \bar{T}_v)\hat{v}] = \hat{S}_q \end{cases} \quad (7)$$

式中 $D_y = d/dy$ 表示法向导数, γ_f 是冻结流比热比, \hat{S}_q 和 \hat{S}_s 是振动和化学非平衡源项的扰动。上式可整理为关于 \hat{p} 的二阶常微分方程:

$$\frac{D^2}{\alpha^2} \left(\frac{\hat{p}}{\gamma_f Ma_r^2} \right) = (1 - Ma_r^2) \frac{\hat{p}}{\gamma_f Ma_r^2} + iF_s(\hat{S}_q, \hat{S}_s)$$

其中 $Ma_r = (\bar{U} - c)/a_f$ 是扰动传播的相对马赫数, a_f 是冻结声速。上式除了新增的非平衡源项扰动函数 F_s 外,与 Mack 给出的量热完全气体结果相同,所以声速同样是非平衡流动的 Mack 模态的重要参数。

由于氧气相比氮气在更低的温度时激发振动能和发生化学分解,因此对空气考虑相同温度下热化学过程最显著的情况 $Y_{O_2, \infty} = 1$,由式(7)解出振动能和组分质量的扰动形函数:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_v = \frac{-\frac{\bar{\tau}_v}{Re_\delta}(D_y \bar{T}_v) \hat{v} + \frac{\bar{c}_{vib}(\bar{T})}{\bar{c}_{vib}(\bar{T}_v)} \hat{\theta}}{1 + i(\bar{U}/c - 1)F\bar{\tau}_v} \\ \hat{y}_s = \frac{-\frac{\bar{\tau}_c}{Re_\delta}(D_y \bar{Y}_s) \hat{v} + \hat{y}_{s,eq}}{1 + i(\bar{U}/c - 1)F\bar{\tau}_c} \end{cases}$$

以 $\hat{\theta}_v$ 为例,其产生项有两个:一个是由法向速度扰动 \hat{v} 作用上基本流法向梯度 $D_y \bar{T}_v$ 引起的掺混项,另一个是由温度扰动 $\hat{\theta}$ 通过源项耦合引起的非平衡项。决定 $\hat{\theta}_v$ 幅值的是分母的 $(\bar{U}/c - 1)F\bar{\tau}_v$,将其定义为扰动的 Damköhler 数,以衡量扰动引起的非平衡过程的影响:

$$Da_v^{dist} = \left(\frac{\bar{U}}{c_r} - 1\right) F\bar{\tau}_v = \left(\frac{\bar{U}}{c_r} - 1\right) 2\pi f^{* <Hz>} \tau_v^* \quad (8)$$

对大气来流的高超声速边界层,典型第二模态失稳频率的量级为 0.1 MHz~1 MHz,而 τ_v^* 的量级可以图 3 为参考,所以对边界层内大多数区域,有 $F\bar{\tau}_v \gg 1$ 。虽然在临界层附近 $\bar{U} \approx c_r$,但临界层一般靠近边界层外缘,温度较低且黏性效应较强,所以 $Da_v^{dist} \gg 1$ 总体上满足。再考虑到温度和振动温度的量级关系,若分母远大于 1 则有:

$$\hat{\theta}_v \approx \frac{-\frac{\bar{\tau}_v}{Re}(D_y \bar{T}_v) \hat{v}}{i(\bar{U}/c - 1)F\bar{\tau}_v} = \frac{i(D_y \bar{T}_v) \hat{v}}{(\bar{U}/c - 1)\omega} \quad (9)$$

对组分扰动 \hat{y}_s 也可类似分析。观察式(9)可以发现其正是忽略了式(5b)右端项、即忽略了非平衡源项的扰动的结果,对应于热化学冻结扰动。

作为验证,在完整黏性框架下分别计算包括和忽略非平衡源项扰动的稳定性方程,即分别求解:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{q}} = \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \tilde{q}} \text{ 和 } \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{q}} = 0 \quad (10)$$

其中基本流同为热化学非平衡基本流。求得的两者的振动温度扰动形函数对比如图 11(a)所示,同时画出式(9)如绿线所示作为参照。由图可见,虽然忽略了非平衡源项的扰动 $(\partial \mathcal{S}/\partial \tilde{q})\tilde{q}$,但求得的扰动形函数 $|\hat{\theta}_v|$ 并无明显区别。同时,忽略黏性和源项扰动的式(9)是很好的近似,除了在临界层附近因无黏奇异性而显著的黏性作用。再比较两者的增长率曲线如图 11(b)所示,两条增长率曲线几乎没有区别,这验证了以上分析,并说明了扰动方程中新增的非平衡源项的扰动对模态稳定性的影响很小。同时需要指出,由于 CO_2 等极性气体的振动松弛特征时间较短,

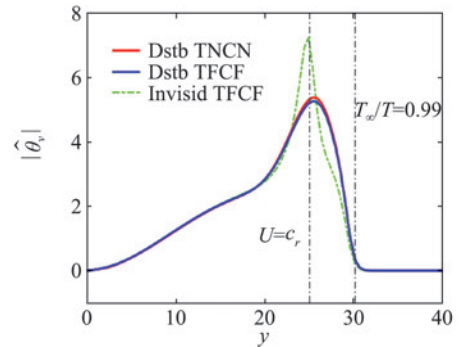
因此若考虑 CO_2 组分则需重新分析对应的 Da^{dist} 。

文献[37]将式(8)中第二模态不稳定波的频率与边界层厚度进行了关联,得到以下结果:

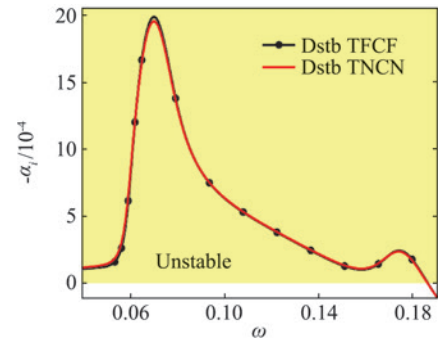
$$Da_v^{dist} = \left(\frac{\bar{U}}{c_r} - 1\right) \frac{\pi C}{K} \frac{\bar{\tau}_v}{\sqrt{Re_x}} \propto \frac{1}{\sqrt{Re_x}} \quad (11)$$

对比式(6),可见 Da^{dist} 相比 Da^{base} 沿流向衰减更慢,所以扰动引起的非平衡效应的影响域相比基本流更靠下游,或者说扰动相比基本流更趋向于热化学冻结态,因此有些论文中假设“基本流为非平衡态、扰动为平衡态”是不符合物理过程的。

综上所述,在大气来流条件和空气 5 组分模型下,对由第二模态主导的高超声速二维边界层,扰动方程中新增的非平衡源项的扰动对稳定性的影响很小,非平衡效应主要是通过改变边界层剖面来间接影响稳定性的。



(a) 振动温度扰动幅值



(b) 增长率曲线

图 11 包括和忽略非平衡源项的扰动对马赫数 10 热化学非平衡绝热平板的振动温度扰动和增长率的影响
Fig.11 Comparison of shape function and growth rate between those with and without the disturbance of source term for Mach 10 non-equilibrium adiabatic flat-plate

2.3.3 声速的影响

由上述分析,声速是影响 Mack 模态的重要参数,但不同气体模型假设的声速计算式是不同的。由于非平衡源项的扰动对稳定性影响较小,因此只需比较热化学冻结态、热平衡化学冻结态和热化学平衡态这三种模型。声速表示压力小扰动在等熵条件下的

传播速度, 定义式为:

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} \quad (12)$$

对热化学冻结态(即量热完全气体), 声速只与温度有关:

$$a_{\text{TECF}}^2 = \gamma_f \bar{R} \bar{T}, \quad \gamma_f = \frac{\bar{c}_{p,\text{tr}}}{\bar{c}_{v,\text{tr}}} \quad (13)$$

对热平衡和化学平衡态, 等熵过程同步引起了振动温度和组分的变化, 推导出热平衡化学冻结和热化学平衡态这两种假设下的声速表达式如下所示:

$$a_{\text{TECF}}^2 = \gamma \bar{R} \bar{T}, \quad \gamma = \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_v} = \frac{\bar{c}_{p,\text{tr}} + \bar{c}_{\text{vib}}}{\bar{c}_{v,\text{tr}} + \bar{c}_{\text{vib}}} < \gamma_f,$$

$$a_{\text{TECE}}^2 = a_{\text{TECF}}^2 \left[1 + (\bar{h}_m - \gamma \bar{e}_m) \frac{\frac{\rho^2 \bar{c}_p}{\gamma - 1} \frac{\partial \bar{Y}_m}{\partial \rho} + \frac{\partial \bar{Y}_m}{\partial \bar{T}}}{\bar{c}_p + \gamma \bar{e}_m \frac{\partial \bar{Y}_m}{\partial \bar{T}}} \right]$$

其中 \bar{h}_m 和 \bar{e}_m 是如式(2)所示的基本流的组分比焓和组分比内能。

以下进行数值结果分析。为控制变量, 在同样的基本流(只能是热化学平衡态基本流)上传播上述三种不同假设的小扰动, 比较三种声速和对应的模态增长率曲线如图 12 所示。如绿色箭头所示, 本算例下

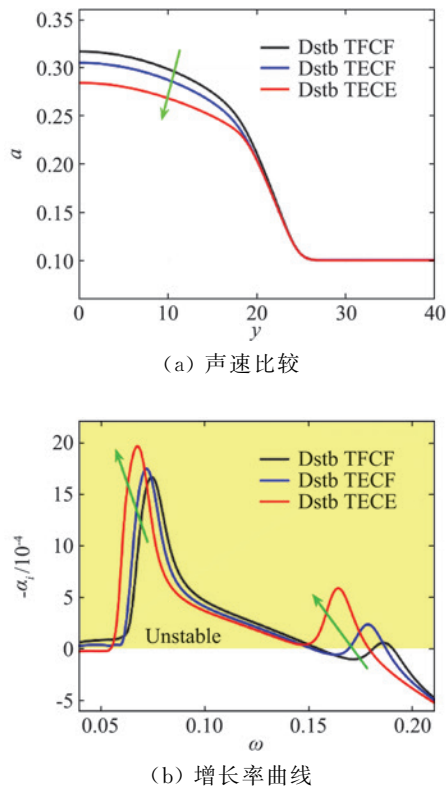


图 12 马赫数 10 热化学平衡绝热平板在不同扰动假设下的声速和增长率比较

Fig.12 Comparison of the speeds of sound and growth rates for Mach 10 equilibrium adiabatic flat-plate with different disturbance assumptions

热化学冻结扰动的声速最大, 热化学平衡扰动的声速最小。与此相对应, 声速越小则第二和第三模态的最大增长率越大, 最不稳定波对应的频率越小。

由此, 图 9 中平衡气体第二模态的增长率和频率的反转趋势可以被解释: 相比于非平衡态, 虽然平衡态气体的流场温度和边界层厚度进一步降低, 引起第二模态最大增长率和对应频率增加, 但同时平衡态假设下等熵传播的扰动还引起了振动能和组分的变化, 使得声速降低, 从而引起第二模态最大增长率的升高和对应频率降低。由于这两个作用的增长率峰值对应的频率不同, 因此相互叠加后造成平衡气体第二模态的最大增长率与非平衡气体持平、对应的频率相比非平衡气体出现降低。

3 结 论

本文利用空气 5 组分 (N_2 、 O_2 、 NO 、 N 和 O) 模型, 开展了考虑热化学非平衡效应的高超声速平板边界层的线性稳定性研究。针对非平衡边界层基本流不存在相似性解的问题, 本文实现和验证了求解边界层非相似性解的流向推进方法, 相比直接求解 N-S 方程有很高效率。同时, 针对热化学冻结、非平衡和平衡等不同气体模型, 本文验证了所发展的线性稳定性计算程序的可靠性。

以此为基础, 本文重点研究了热化学过程对模态稳定性的影响, 并探究了离散谱模态的同步和演化过程。计算结果表明, 热化学非平衡边界层中存在与量热完全气体类似的离散谱演化和模态同步过程。对于由第二模态主导的高超声速二维边界层, 本文的计算和分析表明: 第一, 扰动所引起的非平衡效应的影响域相比基本流更靠近下游, 即扰动相比基本流更趋向于热化学冻结态; 第二, 扰动方程中新出现的非平衡源项的扰动项对稳定性影响很小, 非平衡过程主要是通过改变基本流剖面来间接影响稳定性; 第三, 对考虑热化学过程的边界层, 声速同样是影响第二及更高模态(Mack 模态)的重要参数, 热化学平衡态假设引起的声速计算式的变化能够解释边界层温度和厚度降低时第二模态频率反而降低的非常规趋势。

参 考 文 献:

- [1] MORKOVIN M V, RESHOTKO E, HERBERT T. Transition in open flow systems—a reassessment[J]. Bulletin of the APS, 1994, 39(9): 1-31.
- [2] 陈坚强, 涂国华, 张毅锋, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与发展趋势[J]. 空气动力学学报, 2017, 35(3): 311-337. CHEN J Q, TU G H, ZHANG Y F, et al. Hypersonic boundary layer transition: what we know, where shall we go[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(3): 311-337. (in Chinese)

- [3] 杨武兵, 沈清, 朱德华, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与趋势[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 183-195.
YANG W B, SHEN Q, ZHU D H, et al. Tendency and current status of hypersonic boundary layer transition [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 183-195. (in Chinese)
- [4] ANDERSON J D. Hypersonic and high-temperature gas dynamics, second edition[M]. Reston, VA: AIAA, 2006.
- [5] TANNEHILL J C, MUGGE P H. Improved curve fits for the thermodynamic properties of equilibrium air suitable for numerical computation using time-dependent or shock capturing methods[R]. Iowa State University, 1974.
- [6] SRINIVASAN S, TANNEHILL J C, WEILMUNSTER K J. Simplified curve fits for the transport properties of equilibrium air; NASA CR-180422[R]. NASA contractor report, 1986.
- [7] GNOFFO P A, GUPTA R N, SHINN J. Conservation equations and physical models for hypersonic air flows in thermal and chemical nonequilibrium; NASA-TP-2867 [R]. Hampton, VANTRS: NASA Langley Research Center, 1989.
- [8] MALIK M R, ANDERSON E C. Real gas effects on hypersonic boundary-layer stability [J]. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1991, 3(5): 803-821.
- [9] STUCKERT G, REED H L. Linear disturbances in hypersonic, chemically reacting shock layers [J]. AIAA Journal, 1994, 32(7): 1384-1393.
- [10] 樊宇, 万兵兵, 韩宇峰, 等. 平衡空气模型的流动稳定性及转捩预测[J]. 航空动力学报, 2016, 31(7): 1658-1668.
FAN Y, WAN B B, HAN Y F, et al. Hydrodynamic stability and transition prediction with the chemical equilibrium gas model[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(7): 1658-1668. (in Chinese)
- [11] 万兵兵, 韩宇峰, 樊宇, 等. 高温空气传输特性对边界层稳定性及转捩预测的影响[J]. 航空动力学报, 2017, 32(1): 188-195.
WAN B B, HAN Y F, FAN Y, et al. Effect of transport properties of high-temperature air on boundary layer stability and transition prediction [J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(1): 188-195. (in Chinese)
- [12] HUDSON M L, CHOKANI N, CANDLER G V. Linear stability of hypersonic flow in thermochemical nonequilibrium [J]. AIAA Journal, 1997, 35: 958-964.
- [13] JOHNSON H, SEIPP T, CANDLER G, et al. Numerical study of hypersonic reacting boundary layer transition on cones [C]//32nd Thermophysics Conference, Atlanta, GA, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1997.
- [14] BERLOTTI F P. The influence of rotational and vibrational energy relaxation on boundary-layer stability [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1998, 372: 93-118.
- [15] MALIK M R. Hypersonic flight transition data analysis using parabolized stability equations with chemistry effects [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2003, 40(3): 332-344.
- [16] FEDOROV A, TUMIN A. High-speed boundary-layer instability: old terminology and a new framework [J]. AIAA Journal, 2011, 49(8): 1647-1657.
- [17] BITTER N P, SHEPHERD J E. Stability of highly cooled hypervelocity boundary layers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2015, 778: 586-620.
- [18] STEMMER C. Hypersonic transition investigations in a flat-plate boundary-layer flow at $M = 20$ [C]//35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Toronto, Ontario, Canada. Reston, Virginia: AIAA, 2005.
- [19] MARXEN O, IACCARINO G, MAGIN T E. Direct numerical simulations of hypersonic boundary-layer transition with finite-rate chemistry [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2014, 755: 35-49.
- [20] MORTENSEN C H, ZHONG X L. Real-gas and surface-ablation effects on hypersonic boundary-layer instability over a blunt cone [J]. AIAA Journal, 2016, 54(3): 980-998.
- [21] CHANG C L, VINH H, MALIK M, et al. Hypersonic boundary-layer stability with chemical reactions using PSE [C]//28th Fluid Dynamics Conference, Snowmass Village, CO, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1997.
- [22] ZANUS L, MIRÓ MIRÓ F, PINNA F. Nonlinear parabolized stability analysis of hypersonic flows in presence of curvature effects [C]//2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting, Kissimmee, Florida. Reston, Virginia: AIAA, 2018.
- [23] ADAM P H, HORNUNG H G. Enthalpy effects on hypervelocity boundary-layer transition: ground test and flight data [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1997, 34(5): 614-619.
- [24] WADHAMS T, MACLEAN M, HOLDEN M, et al. A review of transition studies on full-scale flight vehicles at duplicated flight conditions in the LENS tunnels and comparisons with prediction methods and flight measurement [C]//48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida. Reston, Virginia: AIAA, 2010.
- [25] GRONVALL J E, JOHNSON H B, CANDLER G V. Boundary-layer stability analysis of the high enthalpy shock tunnel transition experiments [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2014, 51(2): 455-467.
- [26] GROSSIR G, PINNA F, BONUCCI G, et al. Hypersonic boundary layer transition on a 7 degree half-angle cone at Mach 10 [C]//7th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference, Atlanta, GA. Reston, Virginia: AIAA, 2014.
- [27] PARK C. Assessment of two-temperature kinetic model for ionizing air [J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 1987, 3(3): 233-244.
- [28] WILKE C R. A viscosity equation for gas mixtures [J]. The Journal of Chemical Physics, 1950, 18(4): 517-519.
- [29] BLOTTNER F G, JOHNSON M, ELLIS M. Chemically reacting viscous flow program for multi-component gas mixtures [R]. Office of Scientific and Technical Information (OSTD), 1971.
doi: 10.2172/4658539
- [30] VINCENTI W G, KRUGER C H. Introduction to Physical Gas Dynamics [M]. John Wiley and Sons, 1967.
- [31] MILLIKAN R C, WHITE D R. Systematics of vibrational relaxation [J]. The Journal of Chemical Physics, 1963, 39(12): 3209-3213.
- [32] MCBRIDE B J, HEIMEL S, EHLERS J, et al. Thermodynamic properties to 6000 K for 210 substances involving the first 18 elements. NASA SP-3001 [R]. NASA Lewis Research Center, 1963.
- [33] PARK C, JAFFE R L, PARTRIDGE H. Chemical-kinetic parameters of hyperbolic earth entry [J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2001, 15(1): 76-90.
- [34] BLOTTNER F G. Chemical nonequilibrium boundary layer [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2003, 40(5): 810-818.
- [35] MIRÓ MIRÓ F, PINNA F, BEYAK E S, et al. Diffusion and chemical non-equilibrium effects on hypersonic boundary-layer stability [C]//2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting, Kissimmee, Florida. Reston, Virginia: AIAA, 2018.
- [36] MACK L M. Boundary-layer linear stability theory [R]. AGARD Report No. 709, 1984.
- [37] BITTER N P. Stability of hypervelocity boundary layers [D]. California Institute of Technology, 2015.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0326-13

Sensitivity of wavepackets in subsonic coaxial jets

ZHANG Xingchen^{1,2}, XU Guangchun¹, WAN Zhenhua¹, SUN Dejun^{1,*}

(1. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2. State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: Coaxial jets are widely applied in Aeronautics and Astronautics. However great limitation generally exists for predicting wavepackets and noise by theoretical models based on linear mechanisms, and the effect of nonlinearity has become a research hotspot recently. The effects of nonlinearity on wavepackets in subsonic coaxial jets with different velocity ratios are studied by adding external harmonic forcing to linear Parabolized Stability Equations (PSE). The present work focuses on investigating wavepacket model of coaxial jets due to the fact that there are two distinct shear layer modes. With the mean flow of coaxial jets, the linear model of wavepackets based on PSE is constructed, while the sensitivity of total disturbance energy with respect to external forcing is obtained by solving the adjoint PSE (APSE). The results show that the sensitivity and flow response reach their maximum around the inner and outer critical layers, both of them turn out to be sensitive to external forcing, while the mutual influence between two instability modes can be identified in the downstream region. Finally, the optimal forcing for the outer mode is obtained using an APSE based optimization methodology, giving rise to more rapid growth of wavepackets.

Keywords: coaxial jets; wavepackets; adjoint

中图分类号: O358

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0143

亚声速同轴射流波包敏感性研究

张星辰^{1,2}, 徐光春¹, 万振华¹, 孙德军^{1,*}

(1. 中国科学技术大学 近代力学系, 合肥 230027;

2. 中国空气动力动力与发展中心 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000)

摘要: 同轴射流广泛应用于航空航天领域, 目前基于线性机制的理论模型对预测射流波包和噪声普遍存在局限性, 非线性效应已成为研究热点。本文通过在线性抛物化稳定性方程(PSE)右端项中加入外部激励项, 研究了亚声速同轴射流中非线性对波包演化的作用。当前工作主要聚焦于考察同轴射流中的波包特性, 因为其存在两个剪切不稳定模态。基于同轴射流的基本流, 采用求解线性 PSE 构建了线性波包, 进一步通过求解伴随 PSE 方程得到了总体扰动能量对外部激励的敏感性。结果表明敏感性区域和流动较大响应区域均对应于内外临界层附近, 且二者对外部激励均十分敏感, 在下游区域可以看出, 内外两个失稳模态之间存在一定程度的相互作用。最后, 采用伴随优化的方法获得了关于外模态的最优激励, 且施加最优激励之后波包得以更快速的增长。

关键词: 同轴射流; 波包; 伴随

* 收稿日期: 2019-12-24; 修订日期: 2020-02-28

基金项目: 国家自然科学基金(11772323, 91952103, 11621202); 气动噪声控制重点实验室开放课题(ANCL20190102); 空气动力学国家重点实验室开放课题(SKLA20180205)

作者简介: 张星辰(1990-), 男, 江苏人, 博士研究生, 研究方向: 流动稳定性与气动噪声. E-mail: zxczxc@mail.ustc.edu.cn

通信作者: 孙德军*, 教授, 研究方向: 流动稳定性、气动噪声和热对流. E-mail: dsun@ustc.edu.cn

引用格式: 张星辰, 徐光春, 万振华, 等. 亚声速同轴射流波包敏感性研究[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 326-338.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0143 ZHANG X C, XU G C, WAN Z H, et al. Sensitivity of wavepackets in subsonic coaxial jets[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 326-338.

0 Introduction

The design of silent turbofan jet engine is an important issue on civilian aircraft, which usually comprises a low-speed cold bypass flow and the heated high-speed core stream. The coaxial jet is capable of raising the fuel efficiency and reducing the turbulent mixing noise^[1]. In recent decades, much attention has been paid to the experiments and numerical simulations of flow developments and noise emission in turbulent coaxial jets^[2-5]. Moreover, from the perspective of hydrodynamic stability, the evolutions of flow perturbations in coaxial jets with different operating conditions (e.g. different bypass ratios and temperature ratios) have also been analyzed based on local linear stability theory (LST)^[1,6-7]. Near the nozzle exit, two kinds of instability modes, namely, the ‘inner mode’ and ‘outer mode’, corresponding to the primary and secondary shear layer, can be obtained by LST, both of which have a great influence on the initial flow development, especially the evolution of large-scale flow structures.

Since the pioneer study of Crow and Champagne^[8], large-scale coherent structures in turbulent flows have been studied extensively. Recently, great efforts have been made to construct wavepacket models for far-field noise prediction in order to mimic the noise radiated by large-scale coherent structures in turbulent single-stream jets^[9-11] and coaxial jets^[12-14]. Considering the slow-varying and non-parallel effects of mean flow, a wavepacket model based on Parabolized Stability Equations (PSE)^[15] has been proven to be relatively effective before the end of the potential core in turbulent jets^[16-20] and also in subsonic coaxial jets^[21-23].

However, the limitations of wavepackets based on linear-PSE model are also significant, which cause underestimation of far-field sound pressure levels (SPL) greatly in subsonic jets compared to the predictions of large-eddy simulation (LES)^[24-26]. As stated by Tissot et al.^[27], the nonlinearity might be the most important missing factor and should be considered in the modeling framework. The effects of nonlinearity on wavepackets and sound generation have gained more and more attentions in recent years^[27-30]. Semeraro et al.^[14] discussed that the nature of nonlinearity might come

from nonlinear wave-wave interactions, or stochastic turbulence interactions. The simplest weakly nonlinear model considering the nonlinear interaction effect of two instability modes was proposed by Sandham and Salgado^[31], which was tested numerically in the subsonic transitional jet^[26]. It was found that the nonlinear interactions could raise the acoustic efficiency to a certain extent at low polar angles in the downstream region, but such model is still far from the real situation. Up to now, the nonlinear effects on sound generation in subsonic jets are still ambiguous, which are far more complicated in turbulent jets under realistic operating conditions, since the ‘real’ nonlinearity is originated from full Navier-Stokes equations. In a word, this subject is worthy of further and deeper investigation.

The present work is inspired by the work of Tissot et al.^[27], where an ‘external’ harmonic forcing term interpreted as the effect of nonlinearity is added to the linear model in the subsonic single-stream turbulent jet. The largest sensitivity of wavepackets and flow responses to this forcing are found to be located in the vicinity of the critical layer, where the phase speed equals to the mean-flow velocity at each streamwise location. However, in the coaxial jets, where two distinct shear layers accompanied by two critical layers exist, we here mainly concern about the differences in sensitivity and response of flow disturbances between the coaxial jet and single-stream jet, and whether interplay between two instability modes exists.

The rest of paper is organized as follows. In Sec.1, the mean flow fields of coaxial jets with different velocity ratios are obtained by solving Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equations, and the numerical methods of PSE and adjoint PSE are introduced. The results and discussions of the local linear stability analysis, linear wavepacket model based on PSE and the sensitivity of wavepackets with respect to external forcing are presented in Sec.2 and Sec.3. Finally, the summary of results is presented in Sec.4.

1 Problem formulation

1.1 Flow configuration

In this study, we obtain the turbulent mean flow fields of subsonic coaxial jets with different velocity

ratios by solving the RANS equations together with the SST (Menter's Shear Stress Transport) turbulence model. A co-planar coaxial nozzle similar to Ref. [32] is inserted into the computational domain (see Fig. 1), where the primary nozzle diameter is $D_p = 0.1$ m and the secondary nozzle diameter is $D = 0.2$ m. The RANS computational domain is a cylinder with $[-2.7D, 30D]$ in the streamwise direction and $[0, 12D]$ in the radial direction, where the center of coaxial nozzle exit is located at $z=0$ and $r=0$. An O-grid based structured mesh with about 5 million nodes is adopted, with mesh refinement near the jet exit $z=0$ and around the two shear layers at $r=0.25D$ and $r=0.5D$. The detailed conditions of two coaxial jets are listed in Table 1, where U is the velocity, T is the temperature, Ma is the Mach number and a is the sound speed. The subscripts 'p' and 's' refer to the exit conditions at primary and secondary nozzle, respectively. The Reynolds number corresponding to the primary nozzle diameter $Re_{D_p} = \rho_p U_p D_p / \mu_p$ is 2×10^6 . The velocity decay along the jet centerline has been validated by

investigating the mean flow field of a heated coaxial jet compared with Bogey et al. (2009)^[4]. Details can be found in the Appendix.

Figure 1 shows the mean axial velocity fields of two coaxial jets considered. In general, three stages of jet development can be identified, referred to as the initial merging zone, intermediate zone and fully merged zone, marked in Fig. 1, which are qualitatively similar to previous work^[13]. As illustrated in Fig.1(a), the initial merging zone starts from the nozzle exit and ends near the end of outer potential core at about $z=4D$ where the two shear layers begin to merge. The intermediate zone, where most of jet mixing takes place, starts from the end of outer potential core and extends to the point where the outer shear layer reaches the jet axis at about $z=13D$. The fully merged zone is located just downstream of the intermediate zone, where the flow field becomes similar to the single-stream jet. We also find that both the inner and outer potential core lengths become shorter when the velocity ratio decreases, in consistence with the results of Gloor et al.^[15].

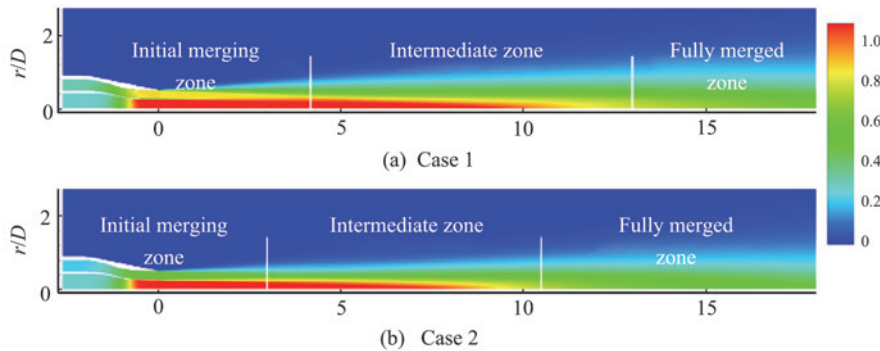


Fig.1 Mean axial velocity fields U_z/U_p in subsonic coaxial jets

图1 亚声速同轴射流基本流轴向速度场

Table 1 Parameters of two subsonic coaxial jets with different velocity ratios for the mean flow computations

表1 具有不同速度比的亚声速同轴射流基本流计算参数列表

Case	$Ma_p = U_p/a_p$	T_p/T_s	$Ma_s = U_s/a_s$	U_s/U_p
Case 1	0.880	1.00	0.668	0.759
Case 2	0.880	1.00	0.440	0.500

1.2 Numerical approaches

1.2.1 Parabolized stability equations

The flow variables \mathbf{Q} in cylindrical coordinates can be decomposed into mean and disturbance parts,

$$\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}' \quad (1)$$

where the mean flow $\bar{\mathbf{q}} = (\bar{\rho}, \bar{U}_r, \bar{U}_\theta, \bar{U}_z, \bar{T})^T$ represent density, radial, azimuthal and axial velocity components

and temperature, which are directly obtained from RANS simulations. The disturbances $\mathbf{q}' = (\rho', u'_r, u'_\theta, u'_z, T')^T$ could be written as the product of a slow-varying shape function and a fast-varying exponential term using PSE assumptions:

$$\mathbf{q}'(z, r, \theta, t) = \mathbf{q}(z, r) \exp \left[i \left(\int_{z_0}^z \alpha(\xi) d\xi + m\theta - \omega t \right) \right] \quad (2)$$

where α is the complex local streamwise wavenumber, m is the azimuthal wavenumber, and ω is the angular frequency. By substituting the Eq.(1) and Eq.(2) into compressible Euler equations, and neglecting the viscous terms and high-order nonlinear components, the

disturbance equations could be written in compact matrix forms as:

$$\mathcal{L}\mathbf{q} = 0, \quad \mathcal{L} = i\alpha\mathbf{M} + \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{N} \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{A} \quad (3)$$

where \mathbf{M} , \mathbf{N} and \mathbf{A} are linear operators associated with mean flow variables $\bar{\mathbf{q}}$. The detailed expression of \mathbf{M} , \mathbf{N} and \mathbf{A} can be found in the appendix of our previous work^[33]. An additional constraint must be imposed to keep the equations well-posed and ensure that $\mathbf{q}(z, r)$ varies slowly in the axial direction^[15]:

$$\int_0^R \mathbf{q}^H \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} r dr = 0 \quad (4)$$

where the superscript H denotes transpose conjugate, and R is the maximum of the radial computational domain. A downstream marching algorithm is employed to solve the PSE iteratively. Following Andersson et al.^[34], a modified formulation of linear-PSE is utilized to treat numerical instabilities^[15]:

$$\mathbf{M}' \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} + \left(i\alpha\mathbf{M} + \mathbf{N} \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{A} \right) \mathbf{q} = 0 \quad (5)$$

where $\mathbf{M}' = \mathbf{M} + s(i\alpha\mathbf{M} + \mathbf{N} \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{A})$, and s is a parameter to control the minimum step size in the streamwise direction. The value of s is given as

$$\begin{cases} s = s_0, & \text{if } dz > \frac{1}{|\alpha_r|} - 2s_0 \\ s = \left(\frac{1}{|\alpha_r|} - dz \right) / 2 + 0.01, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

where $dz = 0.1D$, $s_0 = 0.1$.

The boundary conditions of PSE in radial direction are given as

$$\begin{cases} |m| = 0: u_r = u_\theta = 0, \\ \quad \quad \quad d\rho/dr = du_z/dr = dT/dr = 0 \\ |m| = 1: u_z = \rho = T = 0, \\ \quad \quad \quad du_r/dr = du_\theta/dr = 0 \end{cases} \quad (7)$$

1.2.2 Adjoint PSE and sensitivity

In this work, we investigate the influence of the external harmonic forcing on the spatial development of instability waves, so a spatial integration form of flow disturbance is used in the objective function in the adjoint procedures. Similar to Ref. [34], the generalized total disturbance energy is defined as the objective function and the external forcing $\hat{\mathbf{f}}(z, r) = \mathbf{f}(z, r) \exp \left[i \left(\int_{z_0}^z \alpha(\xi) d\xi \right) \right]$

for given (m, ω) added to the right-hand side of linear PSE is the control variable. Then, the continuous adjoint PSE methods are derived and applied to sensitivity analysis of wavepackets.

As a prerequisite, the innerproducts in the radial direction and in the whole domain are defined as follows:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle_r &= \int_0^R \mathbf{a}^H \mathbf{b} r dr \\ \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle_\Omega &= \int_{z_0}^{z_f} \int_0^R \mathbf{a}^H \mathbf{b} r dr dz \end{aligned} \quad (8)$$

where $\Omega = [z_0, z_f] \times [0, R]$ is the computational domain of PSE and APSE. The streamwise axis starts from z_0 and ends by z_f .

The local disturbance energy E_z is defined as follows:

$$E_z(z) = \int_0^R (\chi \mathbf{q}(z, r))^H \chi \mathbf{q}(z, r) r dr \quad (9)$$

and we further define the cost function J as

$$J = \int_{z_0}^{z_f} E_z(z) dz \quad (10)$$

and the exponential function χ as

$$\chi(z) = \exp \left[i \int_{z_0}^z \alpha(\xi) d\xi \right] \quad (11)$$

An unconstrained Lagrangian function L , which accounts for linear-PSE, the normalized condition and the cost function, is introduced

$$L = \mathcal{R} \left\{ J - \langle \hat{\mathbf{q}}^*, \chi \mathcal{L} \mathbf{q} - \hat{\mathbf{f}} \rangle_\Omega - \int_{z_0}^{z_f} n^H \int_0^R \mathbf{q}^H \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} r dr dz \right\} \quad (12)$$

where \mathcal{R} represents the real part, $n, \hat{\mathbf{q}}^*$ are Lagrangian multipliers, and $\hat{\mathbf{q}}^*$ has the wave-like form:

$$\hat{\mathbf{q}}^* = \chi^* \mathbf{q}^* \quad (13)$$

where $\chi^* = \exp \left[i \int_{z_f}^z \alpha^H(\xi) d\xi \right]$ satisfies the equation $\chi \chi^{*H} = \chi(z_f) = \chi_f$. All the derivatives of L except the gradient with respect to the control parameters must vanish. The gradients of L with respect to the Lagrangian multipliers can recover to the original linear-PSE and its normalized conditions. The gradient with respect to the state vector \mathbf{q} is equal to zero, leading to the APSE and its boundary conditions by integration by parts. The gradient with respect to α leads to the ‘adjoint normalized condition’ for iteratively solving the adjoint wavenumber n and its boundary conditions. The matrix form of APSE is written as:

$$\mathcal{L}^* \mathbf{q}^* = \text{RHS}(n, \mathbf{q}) \quad (14)$$

where

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^* = & -\frac{1}{r} \mathbf{N}^H + (\mathbf{A}^H - i\alpha \mathbf{M}^H) - \frac{\partial \mathbf{M}^H}{\partial z} - \\ & \frac{\partial \mathbf{N}^H}{\partial r} - \mathbf{M}^H \frac{\partial}{\partial z} - \mathbf{N}^H \frac{\partial}{\partial r} \quad (15) \\ \text{RHS} = & \frac{1}{\chi_f^H} \left[(n - n^H) \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} + \left(\frac{\partial n}{\partial z} + \chi \chi^H \right) \mathbf{q} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

Then, the adjoint normalized condition becomes

$$\mathcal{R} \left\{ \frac{E_z}{E_0} + \chi_f^H \int_0^R \frac{\partial (\mathbf{q}^{*H} \mathbf{M} \mathbf{q})}{\partial z} r dr \right\} = 0 \quad (17)$$

where $E_0 = E_z(z = z_0)$.

Finally, the sensitivity S with respect to k -th component of the external forcing f is

$$\hat{S}_{fk} = \nabla L_{fk} = \mathcal{R}(\hat{q}_k^*) \quad (18)$$

The sub-domain Ω inside the RANS computational domain is used to solve the PSE and APSE, where z_0 is $0.5D$ slightly downstream of the nozzle exit to remove the influence of nozzle, z_f is $20D$ downstream of the nozzle exit, and R is $10D$ away from the jet axis. The equations are discretized by the first-order backward difference scheme in z -direction with 196 grid points and uniform grid spacing $\Delta z = 0.1D$, and the sixth-order compact difference scheme^[35] in r -direction with 300 stretched grid points, clustering near the nozzle-lip.

The radial boundary conditions of APSE can be also derived together with the APSE,

$$\mathcal{R} \left\{ \chi_f^H \int_{z_0}^{z_f} \left[\mathbf{q}^{*H} \mathbf{N} \delta \mathbf{q} r \right] \Big|_{r=0}^{r=R} dz \right\} = 0 \quad (19)$$

An upstream marching algorithm is applied in solving APSE iteratively, contrary to PSE, while the streamwise terminal condition at $z = z_f$ is

$$\mathbf{q}^*(z_f, r) = 0, \quad n(z_f) = 0 \quad (20)$$

More details including discretization and the validation of PSE and APSE codes can be found in our previous work^[36].

2 Hydrodynamic stability and instability waves

In order to characterize the behaviors of large-scale coherent structures in the hydrodynamic region of coaxial jets, the PSE-based linear instability wave model

is constructed, similar to Sinha et al.^[23]. The local stability analysis is firstly carried out near the nozzle exit in purpose of obtaining the instability characteristics of both inner and outer modes in coaxial jets. Then, the two kinds of instability modes, normalized by the disturbance energy in Eq. (9) at the position $z = z_0$, are used as the initial conditions for solving the PSE to obtain the spatial development of instability waves.

2.1 Locally parallel analysis

Firstly, the local stability analysis is carried out for different Strouhal numbers $St = fD_s/U_p$ at $z = z_0$ near the nozzle exit where $f = \omega/2\pi$ represents the frequency. Two meshes with 280 and 300 r -grid points are adopted to show the convergence of eigenvalues. Generally, the low-frequency and low-azimuthal-wavenumber components of wavepackets are recognized to be associated with the major sound sources of turbulent jet noise, thus in the following the axisymmetric mode $m = 0$ is investigated. Gloor et al.^[5] have reported a representative frequency of $St = 0.4$ in the sound pressure spectrum at low polar angle in their isothermal coaxial jet. Thus, we also take the axisymmetric mode $m = 0$ and $St = 0.4$ as an example. From the eigenvalue spectrum shown in Fig. 2, two distinct unstable modes can be identified. The two different modes are corresponding to the hydrodynamic Kelvin-Helmholtz (K-H) modes of the two mixing layers, where the definition of ‘inner mode’ refers to the K-H mode at the primary mixing region, and the ‘outer mode’ refers to the K-H mode at the secondary mixing region. At $St = 0.4$, the local growth rate of the outer mode is much higher than its counterpart of inner mode, indicating that the outer mode dominates the local instability near the nozzle exit, which is consistent with the conclusion of Kwan and Ko^[12], Léon and Brazier^[22]. The imaginary part of the eigenvalues obtained by LST representing the local growth rate with respect to the Strouhal number is presented in Fig. 2(d). It is seen that the peak frequency of growth rate is reduced when the velocity ratio decreases. For $St = 0.4$ and $m = 0$, the growth rates in the two cases are relatively high, so this frequency component is appropriate for comparison between the two cases.

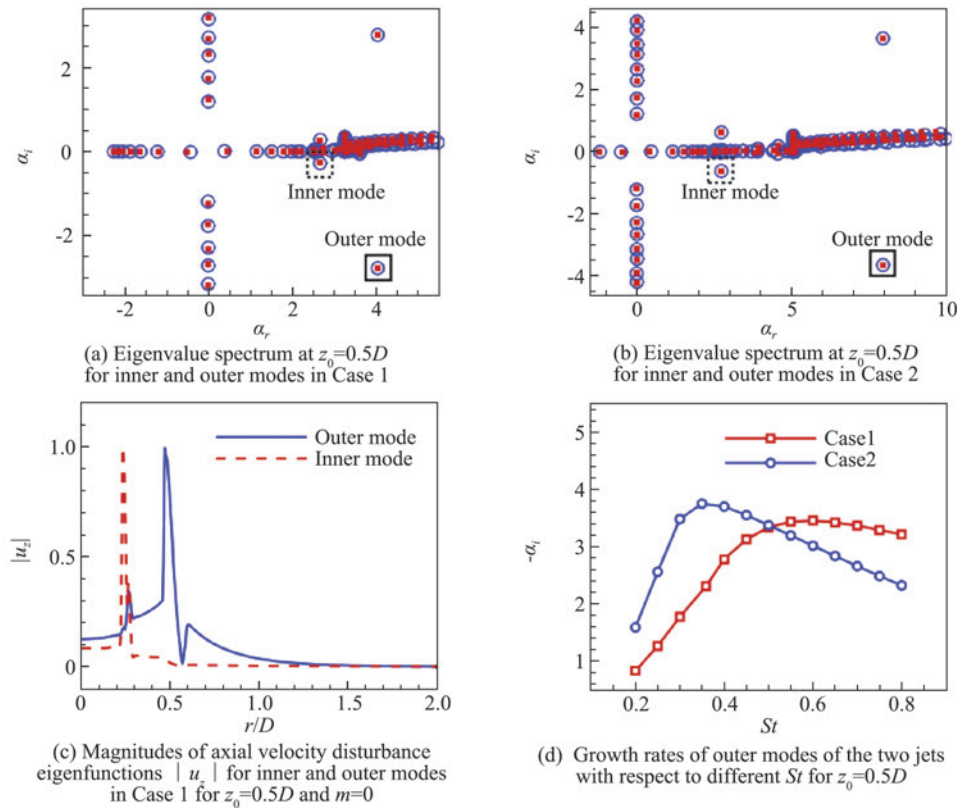


Fig.2 Results of locally parallel stability analysis in coaxial jets at $z_0 = 0.5D$

图 2 同轴射流 $z_0 = 0.5D$ 站位当地平行流稳定性分析结果

2.2 Non-parallel analysis

In this section, we consider the slowly diverging base flows obtained by RANS simulations and carry out non-parallel analysis based on PSE. Starting from the solutions of locally parallel analysis, the spatial evolutions of instability waves for both inner and outer modes in the whole domain are obtained by solving the PSE with non-parallel effect. The near-field pressure structures for inner and outer modes in Case 1 for $St = 0.4$ and $m = 0$, characterized by the iso-contours of pressure disturbance, are shown in Fig.3 (a) and Fig.3 (b), respectively. It shows that our present linear-PSE model could capture the key characteristics of coherent wavepackets for both inner and outer modes. The pressure disturbance magnitudes increase at first, then come to saturation and finally decay. Moreover, the peak of pressure disturbance for outer mode occurs earlier upstream with a larger amplitude compared with the inner mode, suggesting that the outer mode plays a dominant role in the upstream of the end of potential core of secondary nozzle, also in agreement with locally parallel analysis. However, it is worth mentioning that the outer mode decays more rapidly after saturation, because the two shear layers in the coaxial jet flow begin

to merge in the downstream of the outer potential core. These results are also in reasonable agreement with that of Sinha et al.^[23].

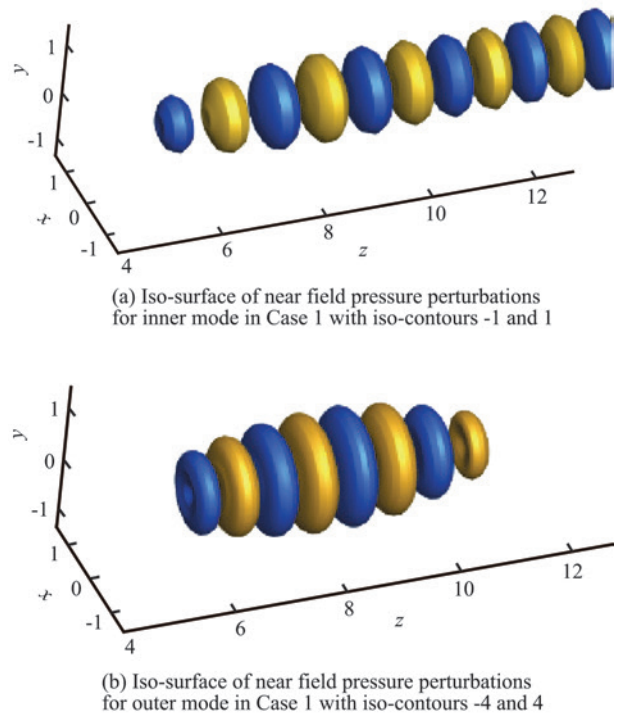


Fig.3 Near field pressure wavepackets in coaxial jets ($St = 0.4, m = 0$)

图 3 同轴射流近场压力波包 ($St = 0.4, m = 0$)

Figure 4 compares the imaginary part of local streamwise wavenumber α_i and the ‘ N -factor’, defined as imaginary part of $-\chi$ in Eq. (11), representing the spatial growth rate between the two cases for outer modes. It shows that the rapid growth of instability wave mainly occurs before $3D \sim 4D$ to nozzle exit inside the potential core in both cases. Moreover, as the velocity ratio decreases, the peak of N -factor corresponding to the neutrally stable axial location moves upstream to the nozzle exit, due to a shorter length of the outer potential core in Case 2. The change of neutrally stable axial location will affect the spatial distribution of sensitivity and flow response.

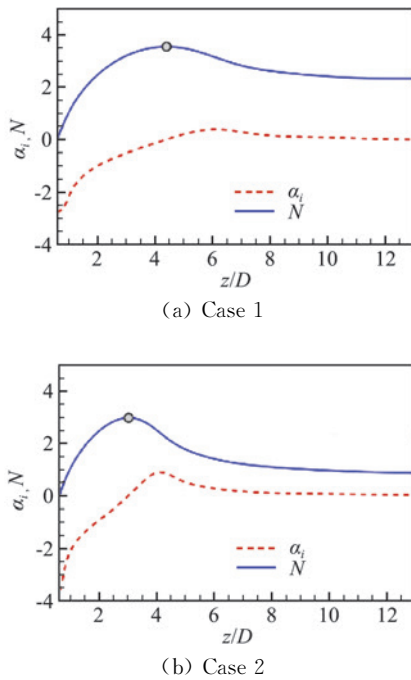


Fig.4 Streamwise evolution of spatial growth rate of wavepackets in coaxial jets ($St=0.4$ and $m=0$, The circle denotes the peak position of N -factor)
图4 同轴射流波包空间增长率的流向演化 ($St=0.4, m=0$, 圆圈表示 N 因子的峰值位置)

3 Sensitivity analysis and optimization

3.1 Sensitivity analysis to external forcing

In this section, in order to determine the effects of nonlinearities on wavepackets in present subsonic coaxial jets, the sensitivity of disturbance energy with respect to the external forcing is obtained by the solution of adjoint PSE. Here, we firstly focus on the sensitivity around the homogenous situation ($\mathbf{f}=0$), in which the infinitesimal forcing is defined as $\delta\mathbf{f}$ obtained by the definition of sensitivity

$$\delta\mathbf{f} = \beta \frac{\partial J}{\partial \mathbf{f}} \quad (21)$$

The relaxation coefficient β is set to 10^{-6} . The jet flow mainly evolves along the streamwise direction, therefore we investigate the infinitesimal forcing, namely the sensitivity forcing \mathbf{f}_s with the vector form of $\mathbf{f}_s = \delta\mathbf{f} = (0, 0, 0, f_s, 0)^T$, added to the right-hand side of linear-PSE as Eq. (22). Here, f_s is the axial momentum component of the external forcing,

$$\mathcal{L}\mathbf{q} = \mathbf{f}_s \quad (22)$$

It is worth mentioning that \mathbf{f}_s is real-valued according to the definition of sensitivity in Eq. (18).

The corresponding flow response can be defined in a similar way. For instance, \mathbf{q}^0 is the solution of homogeneous linear-PSE, and \mathbf{q}^f is the solution of inhomogeneous forced-PSE defined by Eq. (22). Then, the flow response can be defined as the difference of the above two states, i.e. $\delta\mathbf{q} = \mathbf{q}^f - \mathbf{q}^0$. Note that these two equations are solved starting from the same inflow conditions. The axial velocity disturbance component of $\delta\mathbf{q}$ is utilized correspondingly to show the flow response.

The sensitivity results of forcing \mathbf{f}_s and flow response $\delta\mathbf{q}$ are presented in Fig.5 and Fig.6 for $St=0.4$ and $m=0$ in both jets. In the theory of shear-flow stability, critical layers arise as a singularity of the linearized Euler equations in frequency-wavenumber space, where the phase velocity of instability wave is equal to the local fluid velocity. Since a local streamwise wavenumber of the flow perturbations is defined by PSE, we can determine the critical-layer position at each streamwise location. In present coaxial flows, there are two distinct K-H modes, which means there are two critical layers as well. In Fig.5 and Fig.6, we plot the outer and inner critical layers as solid and dashed lines on the $z-r$ map, respectively. It is found that there are some similarities in the sensitivity results between our present coaxial jets and the results of Tissot et al.^[27] in their single-stream jet. The most striking feature is that the peak values of both forcing and flow response of inner or outer mode are mainly distributed around its own critical layer. This is related to the inherent nature of critical layer. According to the inviscid stability theory, from Rayleigh's stability equation and its adjoint formulation, the adjoint solution could reach infinity around the critical layer, giving rise to such a region

with high sensitivity, as discussed by Tissot et al.^[27]. In addition, for both inner and outer modes, the spatial distributions of forcing and flow response show tilted structures of perturbations characterized by the shear in the downstream region, which is related to the Orr mechanisms^[29]. The details about the wavepackets in connection with Orr mechanisms can also refer to the

recent work of Schmidt et al.^[37].

One aim of present work is to study the mutual influence of the inner and outer shear layers based on the forcing and flow response, which is the major difference between the coaxial jet and single-stream jet. Based on the sensitivity results, it is shown that the forcing f_s of inner/outer mode is mainly located in the

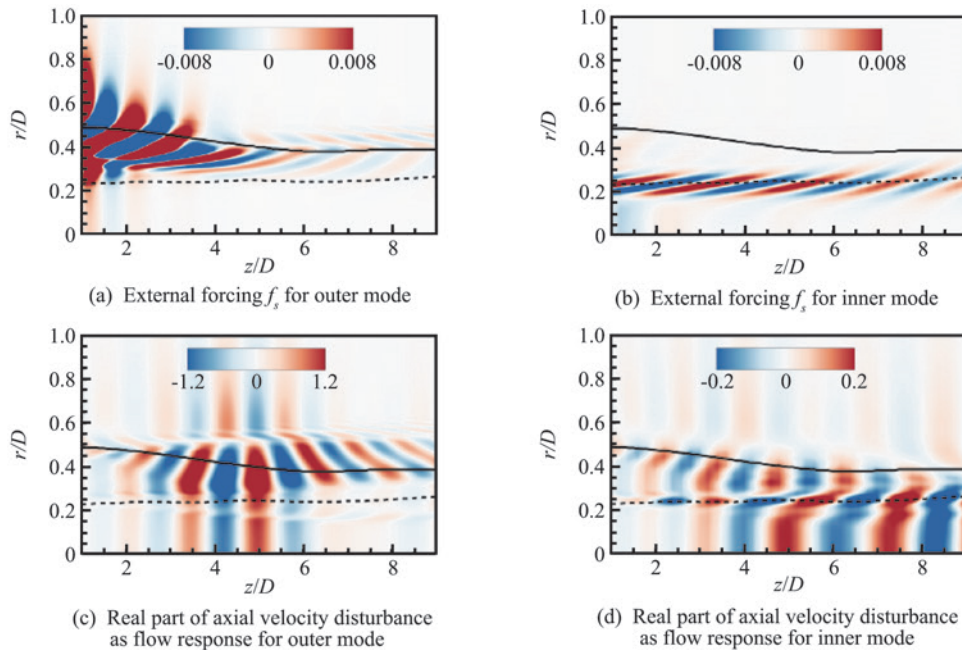


Fig.5 Spatial distribution of sensitivity forcing and flow response for inner and outer modes in Case 1 ($St=0.4, m=0$, Solid line: outer critical layer; dashed line: inner critical layer)

图 5 算例 1 中内外模态敏感性激励和流动响应的空间分布对比 ($St=0.4, m=0$. 实线:外临界层;虚线:内临界层)

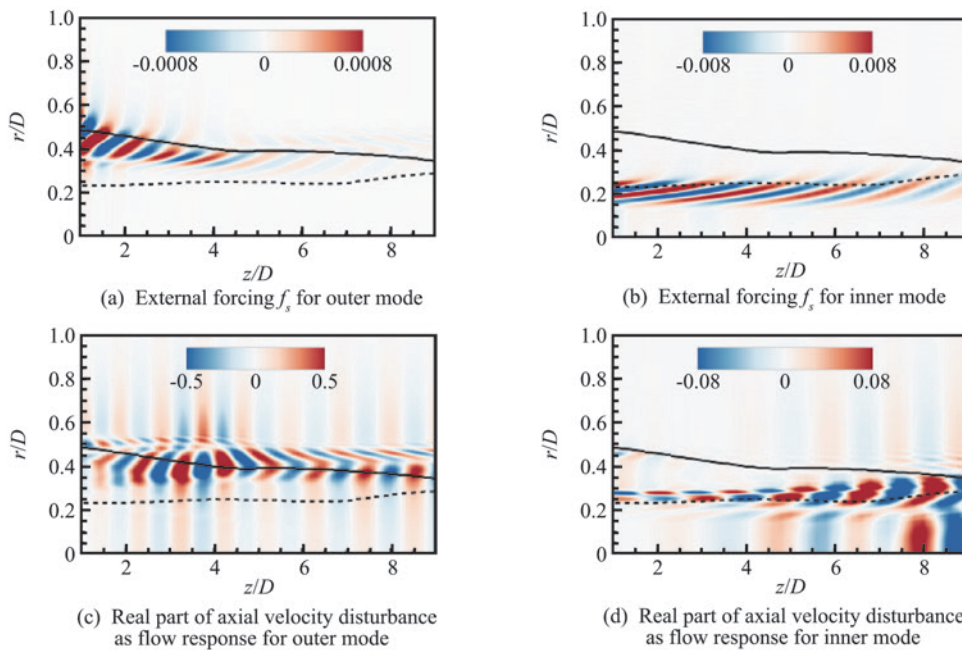


Fig.6 Spatial distribution of sensitivity forcing and flow response for inner and outer modes in Case 2 ($St=0.4, m=0$, Solid line: outer critical layer; dashed line: inner critical layer)

图 6 算例 2 中内外模态敏感性激励和流动响应的空间分布对比 ($St=0.4, m=0$. 实线:外临界层;虚线:内临界层)

vicinity of its own critical layer, which has little effect in the region near the other critical layer, as seen in Figs.5(a, b). Along the critical layers, the highest values of sensitivity are mainly located near the nozzle exit which decay in the downstream region, due to the fact that the growth rates of instability waves are higher in the upstream near the nozzle as illustrated in Fig.4.

However, from the flow response δq , some mutual influences of the inner and outer shear layers can be clearly identified. As shown in Figs. 5 (c, d), it is seen that both the forcing of inner or outer mode has some influence on flow responses near the critical layer of the other mode. For the outer mode, we find that the flow response reaches its peak near the neutral stability axial position. Moreover, the peak location of flow response in the radial direction in general matches with the critical layer location before the neutral stability axial position. However, after this axial location, it is clearly found that the forcing of inner mode has a certain influence on the flow response with a secondary peak around the outer critical layer, as shown in Fig.5 (d).

In order to show the effects of forcing more clearly, we present the radial distribution of real part of axial velocity forcing and flow response for inner and outer modes of Case 1 at three different positions $z=2D, 3D$ and $5D$ in Fig.7 and Fig.8, respectively. From Fig.7(a), at $z=2D$, for the outer mode, there is a secondary peak close to the inner critical layer which is almost identical to that of the primary peak around the outer critical layer. At $z=3D$ and $5D$, the secondary peak is relatively weak compared to the primary peak when the axial position moves downstream, as shown in Fig.7(b, c). On the other hand, from Fig.8, for the inner mode, the absolute value of flow response near the outer critical layer is even greater than that near the inner critical layer before the end of the outer potential core (e.g. $z=2D$ or $z=3D$), implying that nonlinearities near the inner critical layer in this region can contribute considerably to instabilities near the outer shear layer. Moreover, it is interestingly found that in downstream region where the two shear layers begin to merge, the flow response magnitudes of inner mode near the jet axis

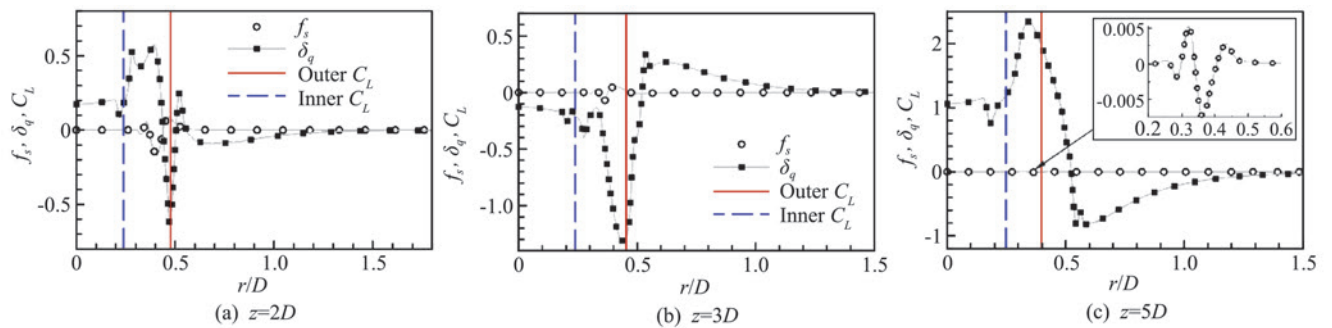


Fig.7 Comparison of sensitivity forcing and flow response at different streamwise locations for outer mode in Case 1 ($St=0.4, m=0$. Solid line represents the axial position of outer critical layer and dashed line for inner critical layer)

图 7 算例 1 外模态不同流向站位处敏感性激励和流动响应对比

($St=0.4, m=0$. 实线代表外临界层的流向位置,虚线代表内临界层的流向位置)

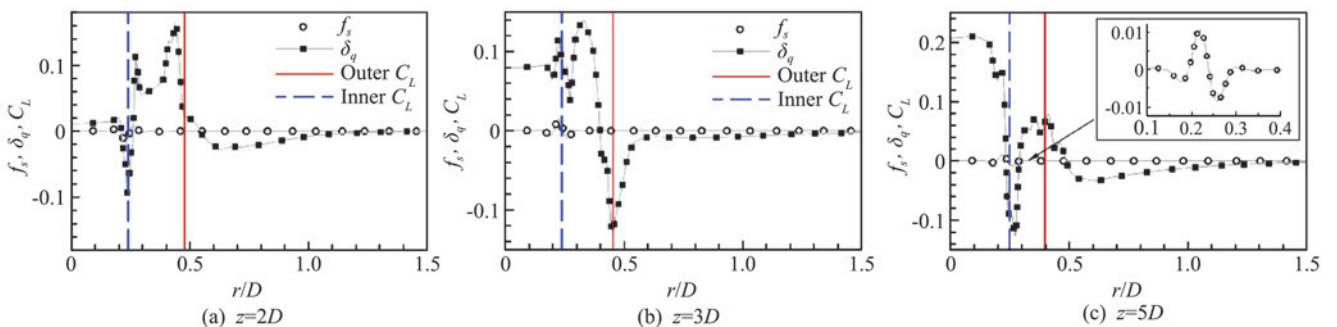


Fig.8 Comparison of sensitivity forcing and flow response at different streamwise locations for inner mode in Case 1 ($St=0.4, m=0$. Solid line represents the axial position of outer critical layer and dashed line for inner critical layer)

图 8 算例 1 内模态不同流向站位处敏感性激励和流动响应对比

($St=0.4, m=0$. 实线代表外临界层的流向位置,虚线代表内临界层的流向位置)

increase rapidly, as illustrated in Fig.5 (d) and Fig.6 (d). In other words, in the downstream core region close to the jet axis, the inner mode plays an increasingly important role. It is worth mentioning that such a kind of response pattern is to some extent similar to that of the single-stream jet^[27].

In addition, comparing Fig.5 and Fig.6, we find that the axial location of maximum flow response moves upstream when the velocity ratio is smaller, which seems to be consistent with the PSE results for the change of neutral stability axial position shown in Fig.4. Accordingly, the effect of forcing of outer mode becomes weaker in Case 2 because of its lower velocity and shorter length of potential core to the secondary nozzle. More importantly, in both cases, the outer modes have larger amplitudes of flow response than the inner modes, indicating that the outer modes are not only dominant in the evolution of instability waves but also more sensitive to the external forcing. In a word, the nonlinearity plays a more significant role around the inner and outer critical layers, especially for the outer mode inside the outer potential core near the nozzle exit.

3.2 Optimal forcing

In this section, we are committed to searching optimal volumetric forcing with a specific amplitude using an APSE-based optimization algorithm, in order to achieve wavepackets with higher disturbance kinetic energy with the same relaxation parameter β in building the nonlinear wavepacket model. In practice, the stochastic forcing magnitudes in real turbulent jets are relatively small. From the perspective of the formulation of Eq. (22), the nonlinear terms in PSE are in fact some form of higher-order flow disturbances acting as Reynolds stresses. The entire magnitude of such external forcing must be restricted in order to prevent the fast growth of disturbance energy, otherwise it may cause the excessive magnitudes of flow disturbances, or even invalid solutions. Following Ref.[36], the integral of k -th component of external forcing in the whole domain ($k=1,2,\dots,5$) is

$$\varepsilon_k = \int_{\Omega} f_k d\Omega \quad (23)$$

Therefore, in convenience, we keep the value of ε_k constant as a constraint for optimization procedures. The target of optimization is to achieve the maximum of

disturbance energy over the full computational domain, i. e. to obtain the most energetic wavepacket in the hydrodynamic region.

Firstly, the direct and adjoint PSE are solved iteratively until convergence with the same ε_k as the sensitivity analysis. The optimal forcing is computed as following procedures

$$\mathbf{f}^{(n+1)} = \mathbf{f}^{(n)} + \beta^{(n)} \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{f}} \right)^{(n)} \quad (24)$$

Since the downstream evolution of wavepackets is dominated by outer mode, we only build the wavepacket model for outer modes including optimal forcing. Similarly, the axial momentum component of optimal forcing is adopted, then the optimal forcing \mathbf{f}_{opt} is added to the right-hand side of linear PSE for obtaining the nonlinear wavepackets.

Next, we take the component of $St=0.4$ and $m=0$ in Case 1 as an example. Fig. 9 shows the spatial distribution of optimal volumetric forcing and axial velocity disturbance as the flow response compared with the results of sensitivity analysis. The outer and inner critical layers are also shown. It is clear that the shape of optimal forcing is quite similar to that of sensitivity results. The region of maximum forcing magnitude is also located in vicinity of the outer critical layer. However, there are some differences that the optimal forcing is more widely distributed, especially at $z > 4D$ downstream of the outer potential core. Additionally, Figs.9 (c, d) show the axial velocity disturbances as the flow responses. We find the results of flow response remain qualitatively the same, except the minor difference occurring downstream of the outer potential core. In short, the optimization procedures mainly change the distribution of forcing and flow response in the downstream region to some extent.

Furthermore, the influence of the nonlinear intensity on wavepackets is investigated by increasing the value of β to 10^{-4} . The corresponding objective function of disturbance energy compared with the linear-PSE model is presented in Fig.10 for different β . The amplification of local disturbance energy increases greatly when adding the optimal forcing to the linear-PSE model, while their peak axial locations remain the same. The peak value of E_z can reach twice the results of linear model as $\beta=10^{-6}$, and the local disturbance energy is

amplified more as forcing magnitude increases. In a word, these results indicate that the intensity and

spatial distribution of \mathbf{f} , interpreted as nonlinearity, play a vital role in shaping wavepackets.

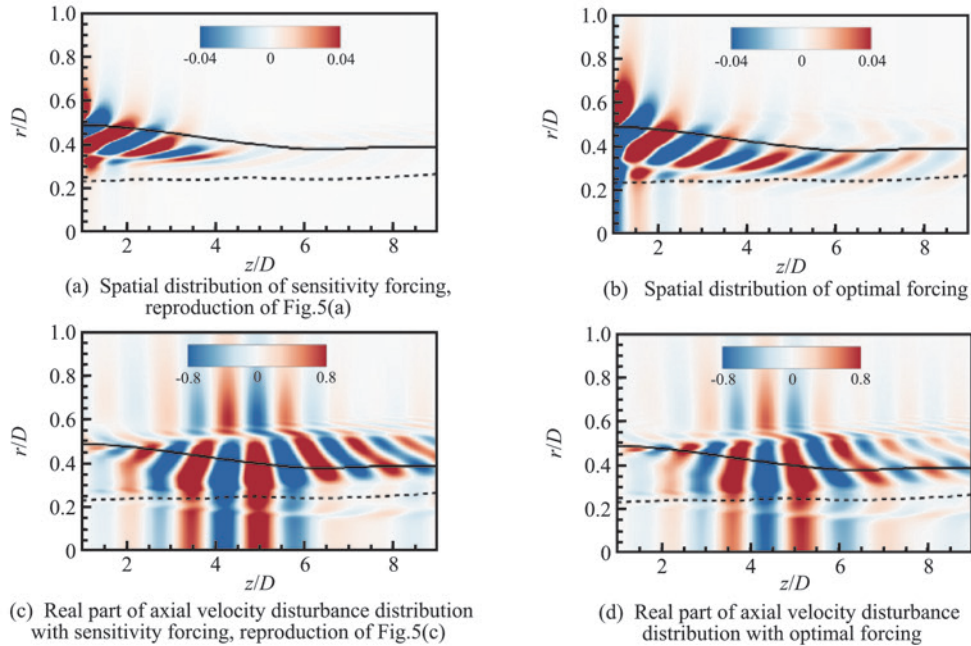


Fig.9 Comparison of sensitivity forcing and optimal forcing and their flow response for outer mode in Case 1 ($St=0.4$, $m=0$, Solid line: outer critical layer; dashed line: inner critical layer)

图 9 算例 1 外模态敏感性激励和最优激励及其流动响应对比 ($St=0.4$, $m=0$, 实线:外临界层;虚线:内临界层)

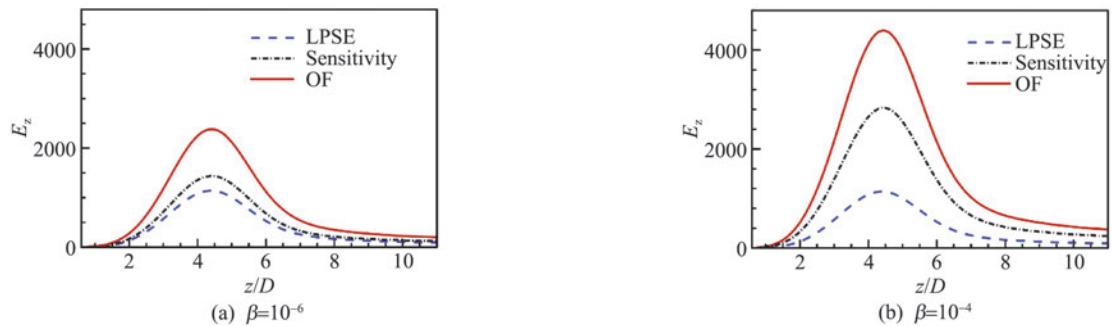


Fig.10 Comparison of streamwise evolution of local disturbance energy with different wavepacket models ($St=0.4$, $m=0$, ‘OF’ means wavepacket model with optimal forcing, ‘sensitivity’ represents wavepacket model with sensitivity forcing and ‘LPSE’ represents the linear PSE model without any external forcing)

图 10 不同波包模型得到的当地扰动能量的流向演化对比 ($St=0.4$, $m=0$, ‘OF’代表包含最优激励的波包模型, ‘sensitivity’代表包含敏感性激励的波包模型, ‘LPSE’代表不包含任何外部激励的线性 PSE 模型)

4 Conclusion

To summarize, we have attempted to investigate the sensitivity and flow response to the small external forcing added to the linear-PSE model in subsonic coaxial jets. Nonlinearity is considered based on the linear modeling framework, using adjoint PSE algorithm. The effects of nonlinearity on modelling wavepackets are analyzed systematically in subsonic coaxial jets with different velocity ratios.

In coaxial jets, two kinds of distinct shear layer

modes exist and affect the near-field wavepackets, which leads to differences in sensitivity and flow response between coaxial and single-stream jets. The sensitivity and flow response for outer or inner modes reach their maximum around their own critical layers, which are extremely sensitive to external forcing, similar to prior results of single-stream jets. The mutual influences between two instability modes are mainly identified in the downstream region from flow responses. It is found that the outer modes dominate the evolution of instability waves until the end of the outer

potential core, which is more important for building wavepacket model for coaxial jets.

In addition, the forced-PSE wavepacket models based on optimal forcing for the outer mode is also obtained using an APSE-based optimization algorithm. In general, the spatial distribution of optimal forcing shows some similar trends to sensitivity results, while the major differences appear in the downstream region. In purpose of building nonlinear wavepacket model, to apply forcing f based on APSE-based optimization methodology in the linear-PSE framework seems to be a promising and efficient way, at a negligible computational cost.

In a nutshell, from a reduced-order-modeling perspective, such a modelling framework might have some insight in building wavepacket acoustic models based on the database obtained by numerical simulations, with an appropriate consideration of nonlinearity.

References:

- [1] GLOOR M R. Numerical investigation on hydrodynamic stability and noise radiation of coaxial jet flows[D]. Ph. D. thesis, ETH Zurich, 2014.
- [2] DAHL M D, MORRIS P J. Noise from supersonic coaxial jets, part 2: normal velocity profile[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 200(5): 665-699.
- [3] TINNEY C E, JORDAN P. The near pressure field of co-axial subsonic jets[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 611: 175-204.
- [4] BOGEY C, BARRÉ S, JUVÉ D, et al. Simulation of a hot coaxial jet: Direct noise prediction and flow-acoustics correlations [J]. *Physics of Fluids*, 2009, 21(3): 035105.
- [5] GLOOR M, BÜHLER S, KLEISER L. Transition to turbulence and noise radiation in heated coaxial jet flows[J]. *Physics of Fluids*, 2016, 28(4): 044103.
- [6] PERRAULT-JONCAS D, MASLOWE S A. Linear stability of a compressible coaxial jet with continuous velocity and temperature profiles[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(7): 074102.
- [7] GLOOR M, OBRIST D, KLEISER L. Linear stability and acoustic characteristics of compressible, viscous, subsonic coaxial jet flow [J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25(8): 084102.
- [8] CROW S C, CHAMPAGNE F H. Orderly structure in jet turbulence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, 48(3): 547-591.
- [9] SUZUKI T, COLONIUS T. Instability waves in a subsonic round jet detected using a near-field phased microphone array[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, 565: 197.
- [10] TAM C K W, VISWANATHAN K, AHUJA K K, et al. The sources of jet noise: experimental evidence [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 615: 253-292.
- [11] JORDAN P, COLONIUS T. Wave packets and turbulent jet noise [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2013, 45(1): 173-195.
- [12] KWAN A S H, KO N W M. Coherent structures in subsonic coaxial jets[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1976, 48(2): 203-219.
- [13] SEGALINI A, TALAMELLI A. Experimental analysis of dominant instabilities in coaxial jets[J]. *Physics of Fluids*, 2011, 23(2): 024103.
- [14] SEMERARO O, LUSSEYRAN F, PASTUR L, et al. Qualitative dynamics of wave packets in turbulent jets[J]. *Physical Review Fluids*, 2017, 2(9): 094605.
- [15] HERBERT T. Parabolized Stability Equations[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1997, 29: 245-283.
- [16] CHEUNG L C. Aeroacoustic noise prediction and the dynamics of shear layers and jets using the nonlinear parabolized stability equations[D]. Ph. D. thesis, Stanford University, 2007.
- [17] GUDMUNDSSON K, COLONIUS T. Instability wave models for the near-field fluctuations of turbulent jets[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, 689: 97-128.
- [18] CAVALIERI A V G, RODRÍGUEZ D, JORDAN P, et al. Wavepackets in the velocity field of turbulent jets[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 730: 559-592.
- [19] SINHA A, RODRÍGUEZ D, BRÈS G A, et al. Wavepacket models for supersonic jet noise [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 742: 71-95.
- [20] RYU J, LELE S K. Instability waves in high-speed jets: near-and far-field DNS/LES data analysis [J]. *International Journal of Aeroacoustics*, 2015, 14(3/4): 643-673.
- [21] LÉON O, BRAZIER J P. Application of the linear parabolized stability equations to a subsonic coaxial jet[C]//17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2011: 2839.
- [22] LÉON O, BRAZIER J P. Investigation of the near and far pressure fields of dual-stream jets using an Euler-based PSE model[C]//19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Berlin, Germany. Reston, Virginia: AIAA 2013-2280.
- [23] SINHA A, GAITONDE D V, SOHONI N. Parabolized stability analysis of dual-stream jets[C]//22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Lyon, France. Reston, Virginia: AIAA, 2016: 3057.
- [24] BREakey D E, JORDAN P, CAVALIERI A, et al. Near-field wavepackets and the far-field sound of a subsonic jet [C]//19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Berlin, Germany. Reston, Virginia: AIAA 2013-2083.
- [25] JORDAN P, COLONIUS T, BRES G A, et al. Modeling intermittent wavepackets and their radiated sound in a turbulent jet [C]//Proceedings of the Summer Program, Center for Turbulence Research, Stanford University, 2014.
- [26] WAN Z H, YANG H H, ZHANG X C, et al. Instability waves and aerodynamic noise in a subsonic transitional turbulent jet [J]. *European Journal of Mechanics-B*, 2016, 57: 192-203.
- [27] TISSOT G, ZHANG M Q, LAJÚS F C Jr, et al. Sensitivity of wavepackets in jets to nonlinear effects: the role of the critical layer [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 811: 95-137.
- [28] TOWNE A, COLONIUS T, JORDAN P, et al. Stochastic and nonlinear forcing of wavepackets in a Mach 0.9 jet [C]//21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Dallas, TX. Reston, Virginia: AIAA 2015-2217.
- [29] TISSOT G, LAJÚS F C, CAVALIERI A V G, et al. Wave packets and Orr mechanism in turbulent jets[J]. *Physical Review Fluids*, 2017, 2(9): 093901.
- [30] QADRI U A, SCHMID P J. Effect of nonlinearities on the frequency response of a round jet[J]. *Physical Review Fluids*, 2017, 2(4): 043902.
- [31] SANDHAM N D, SALGADO A M. Nonlinear interaction model of subsonic jet noise [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2008, 366(1876): 2745-2760.

- [32] VUILLOT F, LUPOGLAZOFF N, RAHIER G. Double-stream nozzles flow and noise computations and comparisons to experiments [C]//46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. doi: 10.2514/6.2008.9.
- [33] ZHANG X C, RAN L K, SUN D J, et al. Optimal ‘quiet’ inlet perturbation using adjoint-based PSE in supersonic jets[J]. Fluid Dynamics Research, 2018, 50(4): 045504.
- [34] ANDERSSON P, HENNINGSON D, HANIFI A. On a stabilization procedure for the parabolic stability equations [J]. Journal of Engineering Mathematics, 1998, 33(3): 311-332.
- [35] LELE S K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution[J]. Journal of Computational Physics, 1992, 103(1): 16-42.
- [36] AIRIAU C, ANSALDI T. Sensitivity analysis for subsonic jet using adjoint of non local stability equations [C]//21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Reston: AIAA 2015-2019.
- [37] SCHMIDT T, TOWNE A, RIGAS G, et al. Spectral analysis of jet turbulence[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2018, 855: 953-982.

APPENDIX A

The RANS solution is validated by investigating the axial velocity along the jet centerline for a heated coaxial jet with $U_s/U_p=0.759$ and $T_s/T_p=0.37$, the same as Bogey et al. (2009)^[4]. As mentioned, the inner potential core length calculated by LES is generally shorter than that obtained by experiments or RANS solutions

due to different incoming boundary layers.

Despite the difference in potential core length, similar to Ref.[4], the velocity decay instead, is compared in Fig.11. Here the RANS solution is shifted axially by $-3D$ for the comparison.

The velocity decays obtained by our RANS solution and LES results in Ref.[4] show similar trend along the axial direction.

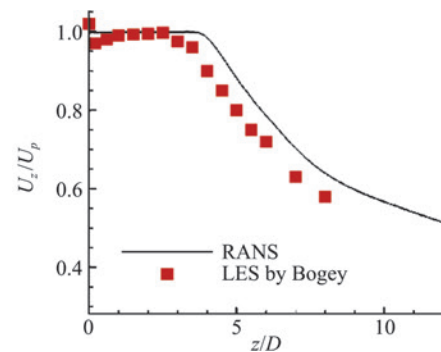


Fig.A1 Comparison of mean axial velocity U_z/U_p with respect to the streamwise location z/D in a heated coaxial jet

图 A1 同轴热射流中基本流流向速度 U_z/U_p 随流向位置 z/D 的演化对比

文章编号: 0258-1825(2020)02-0339-09

激波冲击锯齿形界面的气泡竞争实验研究

翟志刚, 郭旭, 司廷*

(中国科学技术大学 近代力学系, 合肥 230027)

摘要:通过实验在激波管中研究了平面激波冲击锯齿形界面的流动不稳定性演化过程, 重点关注锯齿形界面初始顶角角度对气泡竞争的影响。利用肥皂膜技术生成初始气体界面, 并采用高速摄影结合纹影方法对波后流场进行观测。结果表明: 在界面发展早期, 大、小界面几乎独立发展, 说明气泡竞争在早期不起作用; 随着时间发展, 气泡竞争起作用, 且随着锯齿形界面角度改变而变化, 角度越小, 界面上产生的斜压涡量越大, 界面发展越快, 气泡竞争越早出现且作用越显著。气泡竞争能够促进大气泡、抑制小气泡的振幅增长, 且对小气泡的影响更大。气泡竞争同时会导致尖钉结构扭曲, 进而改变界面总体振幅。气泡头部位移差在进入非线性增长之前会经历两个线性阶段, 且第二个线性增长率较小, 表明非线性效应在该阶段具有重要作用, 大气泡受到非线性效应的影响更大。不同条件下的气泡位移差无法归一化, 说明初始顶角角度对气泡竞争和界面演化具有重要影响。

关键词:激波管实验; 流动不稳定性; 界面演化; 气泡竞争; 高速纹影法

中图分类号: V211.7

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0020

Experimental study on bubble competition of shock-accelerated saw-tooth interface

ZHAI Zhigang, GUO Xu, SI Ting*

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: The flow instability development of a shock-accelerated saw-tooth interface has been studied in shock tube experiments, and the effect of initial vertex angle on the bubble competition is highlighted. The soap film technique is adopted to generate the initial saw-tooth gaseous interface, and the post-shock flow is captured by a high-speed video camera combined with the schlieren photography. The results show that at the very early stages, the large and small bubbles develop independently, implying that the bubble competition does not work initially. As the time goes by, the bubble competition plays an important role, and behaves differently for the saw-tooth interface with different vertex angles. As the vertex angle reduces, more baroclinic vorticity is deposited with the interface developing more quickly, and the bubble competition occurs earlier and becomes more significant. The bubble competition promotes the large bubble growth, whereas it inhibits the small bubble growth. Relatively, the bubble competition has a more prominent effect on the small bubble growth. Moreover, the bubble competition will distort the spike head, which will affect the total interface amplitude growth. The bubble front difference seems to experience two linear stages before it enters nonlinear stage. The growth rate in the second linear stage is smaller than that in the first linear stage, indicating that the nonlinearity exerts a significant effect to the flow in the second stage. Specifically, the nonlinearity plays a more significant effect on the large bubble growth. The bubble front difference cannot collapse in dimensionless form, which means the vertex angle has a great influence on the saw-tooth interface development.

Keywords: shock-tube experiment; flow instability; interface development; bubble competition; high-speed schlieren photography

收稿日期: 2020-01-02; 修订日期: 2020-02-20

基金项目: 国家自然科学基金(11772329, 11722222); 中科院青促会人才专项(2018491)

作者简介: 翟志刚(1985-), 男, 安徽人, 副教授, 博士, 研究方向: 实验流体力学, 激波动力学. E-mail: sanjing@ustc.edu.cn

通信作者: 司廷*(1983-), 男, 特任教授, 博导, 研究方向: 实验流体力学, 复杂界面流动. E-mail: tsi@ustc.edu.cn

引用格式: 翟志刚, 郭旭, 司廷. 激波冲击锯齿形界面的气泡竞争实验研究[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 339-347.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0020 ZHAI Z G, GUO X, SI T. Experimental study on bubble competition of shock-accelerated saw-tooth interface[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 339-347.

0 引言

Richtmyer-Meshkov (RM)不稳定性^[1-2]又称为激波和界面相互作用,是指两种具有不同物理属性的物质分界面在激波冲击下,任意小扰动的扰动振幅随着时间逐渐增长,通常会经历线性和非线性发展阶段,并最终发生湍流混合。扰动振幅之所以能够不断发展,目前认为主要有两种机制。第一种是压力扰动机制,即激波在扰动界面上发生反射与透射时,反射波与透射激波会伴有不同的曲率及相位,在界面两侧产生不同的压力扰动。在不同压力的驱动下,界面不断发生变形,扰动振幅逐渐增大。第二种是斜压机理。根据涡量动力学方程,若密度梯度与压力梯度不重合,会产生涡量,而涡量会诱导界面产生运动速度。在RM不稳定性问题中,激波提供了压力梯度,不同密度界面提供了密度梯度。而当激波穿过界面时,由于扰动界面各位置处曲率不同,产生的涡量幅值不同,从而界面各位置处诱导的运动速度不同,进一步导致界面变形。RM不稳定性广泛存在于工程应用领域。比如在惯性约束核聚变(ICF)中,激波诱导的湍流混合极大地降低了聚变温度,可能导致最终点火失败。因此如何抑制激波诱导的湍流混合是ICF中亟需解决的物理难题之一^[3]。在超燃冲压发动机燃烧室中,激波诱导界面不稳定性则可以将燃料和氧化剂充分混合,从而极大地促进燃烧效率^[4]。此外RM不稳定性在天体物理^[5]、国防尖端武器等领域也有着重要的应用价值。因此RM不稳定性近几十年来得到了国内外研究者的广泛关注,取得了丰硕的研究成果^[6-11]。

在RM不稳定性研究中,单模界面(界面形状可以采用单一正/余弦函数表达)是构成复杂界面的基础,因其形式简单而得到了广泛的关注^[12-17]。Richtmyer最早针对单模界面的演化进行了理论分析,在不可压缩及小振幅的假设下提出了冲击模型,并对扰动的线性增长阶段进行预测^[1]。而Meshkov最早开展了系列激波管实验来验证冲击模型,他采用高分子膜形成单模界面,发现冲击理论总是高估实验增长率^[2]。此后,冲击模型不断得到修正,新的模型也不断被提出,并进一步考虑大振幅效应^[18]、可压缩效应^[19]等。另外,界面生成方法和流场观测手段等实验技术也得到了极大的改进。在界面生成方面,虽然早期实验采用的高分子膜在网格的支撑下能够形成多种形状界面,但高分子膜厚度较大,破碎后对流场的干扰较为明显;此外网格的存在会对流场产生一定的阻塞率,影响界面发展^[20]。为了消除膜片的影

响,无膜技术,诸如气体射流方法生成气柱/气帘界面^[21-22]、激波管震荡方法生成单模界面^[12]等逐渐发展起来。无膜界面同时易与激光诱导荧光、流场图像测速等片光测量技术相结合,可以获得流场的定量信息。但无膜方法一方面由于气体扩散无法形成间断型界面,导致初始条件无法定量重复,另一方面生成的界面形状目前仅局限于柱形或单模界面,在生成其他形状界面方面有一定局限性。肥皂膜由于其厚度极薄,对流场污染小,是一种生成界面的较好材料。但由于表面张力的作用,肥皂膜在无约束的条件下只能生成球形或柱形界面^[7, 23],难以生成具有顶点的界面。近年来,基于线/环约束肥皂膜的界面生成方法克服了这一缺点,实验中能够生成任意形状的初始扰动界面,非常有利于开展激波管实验研究^[14-15, 24-28]。

在许多工程实际中,多模界面最为常见。通过傅里叶展开,多模界面可以分解为多个不同振幅和波长的单模界面的叠加,因此单模界面演化的实验研究有助于更好地理解多模界面的演化。对于单模界面而言,当激波冲击界面之后,界面在发展过程中,高阶模态逐渐出现。为了预测单模界面演化中出现的高阶模态的发展规律,Zhang和Sohn基于扰动展开方法提出了一个四阶非线性模型^[29]。基于Padé近似,Zhang和Sohn进一步拓展了该模型的有效范围^[30]。对于多模态界面,高阶模态存在于初始界面上。Mikaelian指出,如果各个模态的振幅都满足小扰动假设,扰动总的线性增长率可以通过叠加各个高阶模态的线性增长率得到^[31]。Niederhaus和Jacobs也证明在界面变成多值函数之前,线性稳定性理论可以为多模态界面中每一个模态振幅的演化提供较好的预测^[32]。在弱非线性阶段,在模态耦合影响之前,Vandenboomgaerde等针对多模界面中每一个模态的非线性演化提出了一个非线性模型^[33]。在非线性发展后期,模态耦合与竞争变得重要,目前尚没有合适的模型能够预测强非线性阶段的高阶模态的演化规律。多模界面实验方面,Luo等实验研究了周期性锯齿形界面在激波冲击下的演化规律,由于锯齿形界面存在一个主控模态,其线性增长率几乎可以采用冲击模型预测。同时发现在不同初始角度下,扰动的线性增长率与初始振幅波长比是一个非单调函数关系,验证了已有的数值结论^[25]。Luo等同时研究了包括锯齿形界面在内的多种周期性多模界面,考虑了高阶模态的影响。发现当扰动发展进入非线性期时,即使不考虑模态耦合的影响,高阶模态仍会对扰动发展起到不可忽略的作用^[34]。美国Ranjan课题组开展了大量的激波与倾斜界面相互作用的实验研究(倾斜界

面可认为是锯齿形界面的一半),主要关注了初始振幅和激波强度对湍流混合的影响^[35-37]。

但工程实际中,如靶丸表面,涉及的多模态界面初始扰动往往并不是周期性分布的,而是随机分布。在激波诱导界面失稳研究中,具有不同振幅、不同波长的扰动在激波冲击下具有不同的发展速率。在这种情况下,不同尺度的界面在发展过程中就会存在彼此之间的相互影响、相互竞争。这在RM不稳定性研究中称为界面耦合效应(气泡竞争)。气泡竞争最早是由Lewis在实验中发现^[38]。在Rayleigh-Taylor(RT)不稳定性研究中,在不考虑模态耦合的前提下,Sharp提出了一个三维模型来预测气泡竞争^[39]。他发现气泡竞争会出现两个结果:只有一个长波长的气泡以稳定的速度增长或者具有不同波长的气泡均以稳定但不同的渐近速度在增长。Alon等进一步修正了Sharp提出的理论模型,并提出了新的理论来计算气泡的数量^[40]。Alon等认为气泡竞争最终会进入自相似阶段,且提出了自相似定律来预测气泡的平均高度。进一步地,Alon等考虑了RM不稳定性条件下的气泡竞争机制,发现主要气泡的宽度以指数定律增长,并且气泡的平均高度遵循自相似定律^[41]。

两个气泡的竞争,即一个大气泡和一个小气泡沿着界面间隔排列,是研究气泡竞争最简单的工况。理论方面,Zufiria曾提出一个势流理论研究了两个或多个气泡竞争^[42]。Zufiria的理论被Sohn加以改进,并推广到RM和RT不稳定性研究中来描述两个或多个气泡的竞争关系^[43-44]。Rikanati等通过构建一个涡模型研究了两个气泡的竞争关系。利用一个统计模型,基于气泡融合的机理描述了随机扰动的增长^[18]。实验方面,Sadot等采用高分子膜技术生成了具有单模形式且尺寸不同的气泡结构,研究了气泡竞争对流场的影响。发现相比单模界面而言,竞争促进了大气泡界面的非线性增长^[20]。但Sadot等只开展了一组工况实验,并没有研究其他初始条件对气泡竞争的影响。Guo等通过改变锯齿形界面中各部分的尺寸关系,实验研究了锯齿形界面中不同尺度界面之间的竞争关系。发现竞争对不同尺度界面的发展起到不同的促进或抑制作用^[25]。在Guo等^[27]的工作中,考虑了在同一种初始角度($\theta = 60^\circ$)下,通过改变相邻大小界面振幅的比例关系来研究气泡竞争,而没有考虑初始角度的影响。已有工作表明,初始角度的不同极大地影响了界面振幅增长率^[25]。而初始角度对气泡竞争的影响尚未见有公开文献报道,这也是本文研究的动机所在。

1 实验方法

本文采用肥皂膜技术生成具有不同角度的锯齿形界面。如图1所示,为了研究气泡竞争,采用与Guo等^[27]相似的方法,改变相邻两个V形界面的振幅,即大、小V形界面间隔排列,形成两个气泡结构,而初始尖钉结构的位置相同,从而可以突出气泡竞争的影响。本文共设计4种工况,顶角角度 θ 分别为 60° 、 90° 、 120° 和 160° 。对所有工况,大、小界面的半波长($\lambda_l/2$ 和 $\lambda_s/2$)分别为30 mm和15 mm,且满足 $h_{l0}/h_{s0} = \lambda_l/\lambda_s$,其中 h_{l0} 和 h_{s0} 分别为大、小界面振幅的两倍。注意到在锯齿形界面两侧分别有长度约10 mm的直边连接锯齿形界面和激波管壁。直边的存在会破坏界面的周期性,从而影响界面振幅增长率^[45]。但本文实验关心的区域为对称面两侧 ± 37 mm的范围,因此,两侧竖直部分并不会对关心的界面演化产生影响。

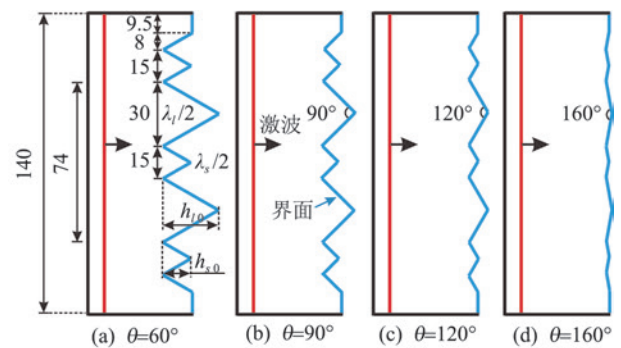


图1 四种工况初始界面布置示意图

Fig.1 Schematic of the initial interface configurations for four cases

肥皂膜技术已较为成熟,在之前的实验中已成功生成了锯齿形界面^[25, 27],因此这里仅对实验方法做一个简要介绍。实验之前首先采用雕刻机将间距为20 mm、厚度为3 mm的两块有机玻璃板雕刻成锯齿形,如图2(a)所示。在锯齿形界面每一个尖点的位置分别插入直径0.128 mm的细线来约束肥皂膜。尖点处细线的数量取决于尖角角度,当角度小于 120° 并大于 60° 时,至少需要两根细线,当角度大于或等于 120° 时,仅需一根细线。用一个刷子蘸取事先配置好的溶液(由质量分数分别为60%的蒸馏水,20%的浓缩肥皂液和20%的甘油配置而成),然后将蘸有溶液的刷子沿着锯齿形表面刷一下,即可形成锯齿形界面,如图2(b)所示。

为了形成具有不同属性物质的分界面,本文采用空气和 SF_6 气体作为实验气体。实验中,需要将界

面右侧的空气替换为 SF_6 气体。为此,在激波管尾端下部的小孔处通入 SF_6 气体,将空气从尾端上部的小孔排出。实验段内 SF_6 的纯度通过气体浓度检测仪保证。一旦 SF_6 气体的纯度满足实验要求后,将两个小孔封住。边界层效应和三维效应已被证明非常小^[34],可以忽略不计。在界面生成之后和实验开始之前的时间间隔内,空气和 SF_6 气体分子会透过肥皂膜,造成界面两侧气体污染。为了了解界面两侧气体组分,在实验中,我们通过测量入射激波及透射激波的速度,并结合一维气体动力学理论,能够基本确定界面两侧混合气体的组分。本文四种工况的实验初始条件如表1所示,其中, Ma 是入射激波马赫数; V_L 和 V_R 分别是界面左侧和右侧 SF_6 气体的体积分数; A^+ 为波后气体 Atwood 数,定义为 $A^+ = (\rho_2^+ - \rho_1^+) / (\rho_2^+ + \rho_1^+)$, 其中 ρ_1^+ 和 ρ_2^+ 分别为界面左侧和右侧波后气体密度; Δv 是激波冲击之后界面获得的理论阶跃速度。

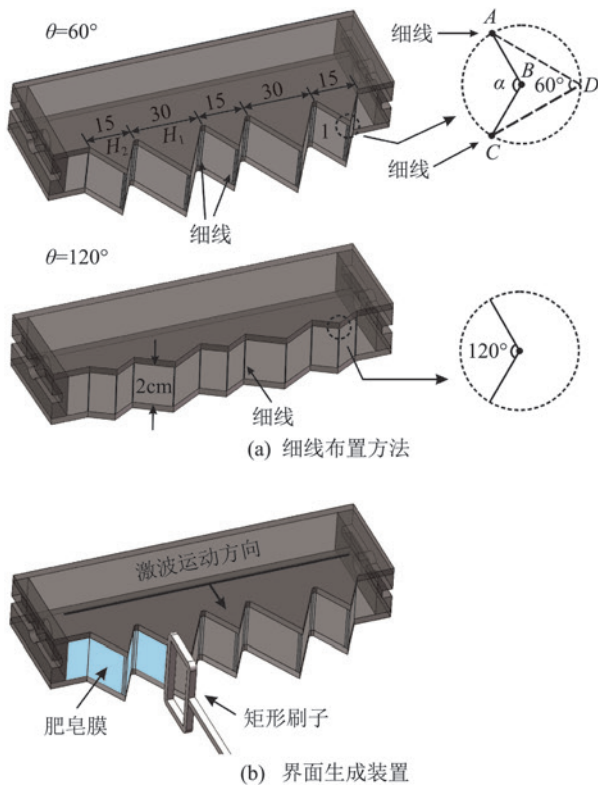


图2 $\theta=60^\circ$ 和 $\theta=120^\circ$ 时尖点处细线的布置方法及界面生成装置

Fig.2 Arrangement of the thin wires at vertex for $\theta=60^\circ$ and $\theta=120^\circ$ and the interface formation device

本文实验是在水平激波管中开展的,激波管高压段长 1.7 m,低压段长 2.0 m,实验段长 0.6 m,截面积为 $155 \text{ mm} \times 26 \text{ mm}$,通过安装在低压段内的压力传感器测得平面激波的马赫数为 1.19 ± 0.02 ,波后流场通过连续光源(型号为 DCR III, SCHOTT)照射,采用纹影方法结合高速相机(型号为 PHOTRON,

FASTCAM SA5)进行拍摄。高速相机的拍摄速度为 50 000 帧/s,曝光时间为 $0.37 \mu\text{s}$,纹影图片的空间分辨率为 0.32 mm/pixel 。

表1 实验初始条件

Table 1 Initial experimental conditions

$\theta/(\circ)$	Ma	V_L	V_R	A^+	$\Delta v / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
60	1.19	5.8	57.5	0.48	71.5
90	1.19	6.5	51	0.44	72.2
120	1.18	3.5	51	0.48	72.1
160	1.17	3.1	51.5	0.49	69.6

2 结果与分析

2.1 界面演化及波系

图3给出了 $\theta=60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ 和 160° 锯齿形界面的演化纹影图。本文定义零时刻为入射激波刚遇到界面时。以 $\theta=60^\circ$ 的工况为例,当激波作用在锯齿形界面的斜边时,产生反射激波和透射激波。从大、小界面处产生的透射激波相互干扰,形成马赫杆和三波点结构。在激波冲击下,锯齿形界面开始运动,在尖钉头部很快产生了涡结构,同时由于RM不稳定性和剪切不稳定性作用,斜边上也产生了较多的小涡结构。在 $t=255 \mu\text{s}$ 之前,可以发现大小气泡几乎独立发展,尖钉和气泡结构比较对称,说明在此之前气泡竞争的作用极小。在 $t=495 \mu\text{s}$ 的时候可以发现,尖钉结构的发展已呈现不对称的现象,说明此时大、小气泡的发展已经受到彼此的影响,气泡竞争开始发挥作用。进一步地,大气泡逐渐占据小气泡下游的发展空间,抑制了小气泡的运动($775 \sim 1555 \mu\text{s}$)。在这个过程中,尖钉结构发生了极大的变形,逐渐向大气泡方向偏移。

随着 θ 增大到 90° 和 120° 时,由于激波与界面之间的夹角减小,斜压性较弱,界面上产生的涡量幅值减小,导致在实验时间内界面变形较小。虽然大气泡并没有像小角度工况下那样挤占小气泡发展空间,但尖钉的发展同样出现了较大的扭曲变形,且同样向大气泡方向偏移。当 θ 增大到 160° 时,斜压性进一步的减弱导致界面发展更慢,在整个实验时间内,界面几乎都保持对称发展,气泡竞争并没有起明显作用。

在纹影图中,可以发现在界面运动前方有一团浅色的物质。为了搞清楚这团物质是否为界面(这对测量界面振幅增长率至关重要),我们采用了粒子散射技术对 $\theta=120^\circ$ 的工况进行了重新拍摄。这里采用能量为 15 W 的连续激光器对流场进行照明,初始圆柱形激光经过透镜组转变为厚度约 1 mm 的片光。采用肥皂液粒子本身作为示踪,利用高速摄影获得波后流场。将某时刻的纹影结果与片光结果进行了对

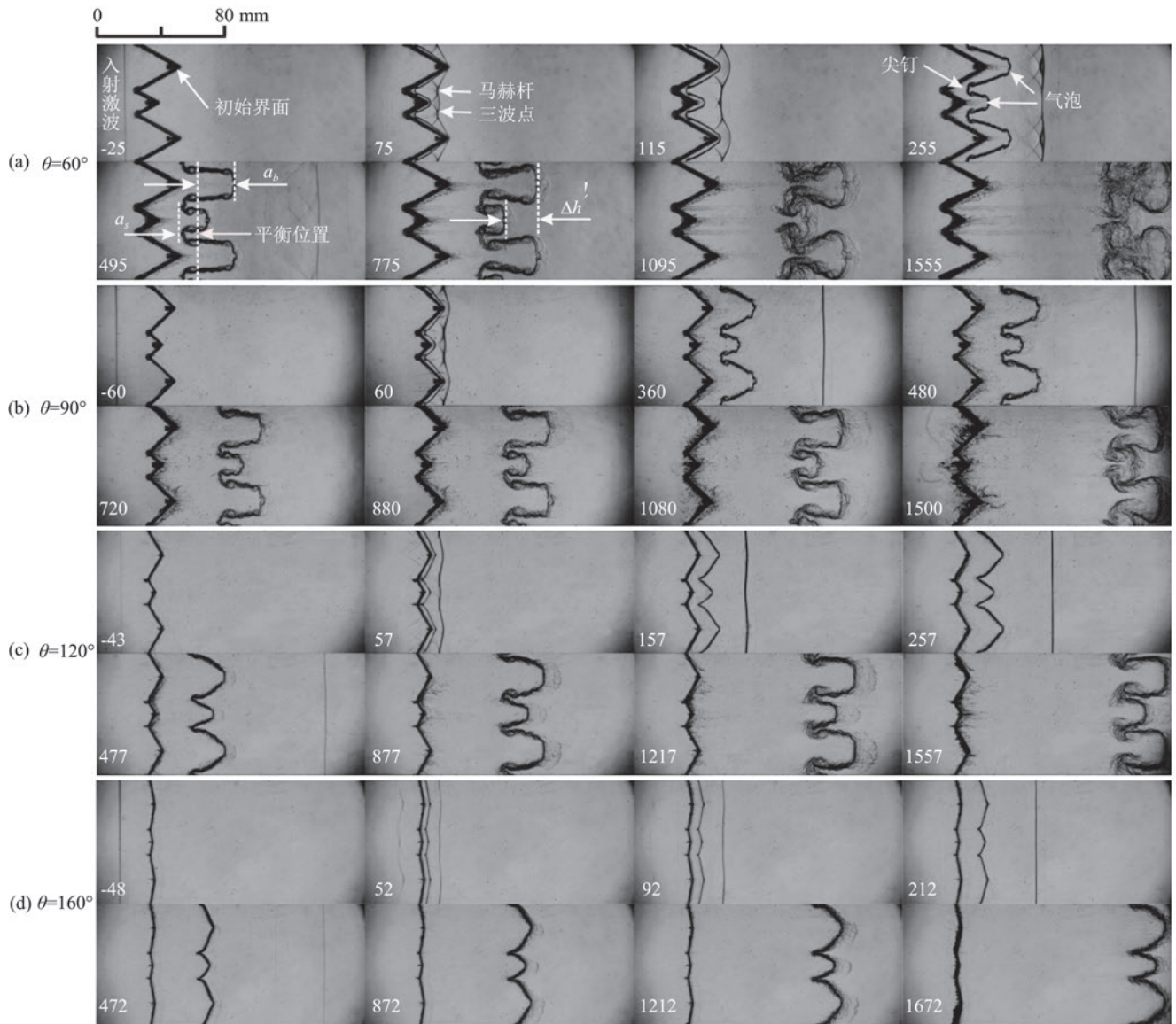


图 3 激波冲击四种不同角度 air/SF₆ 锯齿形界面演化的纹影图

(激波从左向右传播, a_b 和 a_s 分别是气泡结构和尖钉结构的振幅, Δh 是大、小气泡头部的位移差, 单位: μs)

Fig.3 Schlieren images of the air/SF₆ interfaces impacted by a planar shock with $\theta=60^\circ$, $\theta=90^\circ$, $\theta=120^\circ$ and $\theta=160^\circ$
(Shock waves propagate from left to right, a_b is bubble width, a_s is spike width, and Δh is bubble front difference, Unit: μs)

比,如图 4 所示。虽然片光结果不够精细,但足以说明这团物质并非界面。经过实验证明,该团物质的产生是由于用于形成界面的有机玻璃板与激波管壁之间存在一定的缝隙,同时又有少量 SF₆ 通过扩散进入该缝隙中,形成了一定的密度界面。在激波冲击过程中,这部分界面也会有所发展。由于这部分初始密度界面的随机性,该团物质的形状也表现出任意性。值得注意的是,这部分物质与界面处在不同的空间内,因此不会对界面演化产生任何影响。

2.2 界面尺度增长规律

图 5 给出了大、小气泡总体混合宽度随时间的变化,其中 k 为波数,对于大界面而言 $k_l = 2\pi/\lambda_l$,对于小界面而言, $k_s = 2\pi/\lambda_s$ 。 t_0 指激波刚穿过界面的时

间, h_0^+ 指在 t_0 时刻的波后混合宽度。 v_0 是实验中获得的混合宽度的线性增长率。对于大、小气泡来说, t_0 、 h_0^+ 及 v_0 是不同的。可以发现当初始角度较大时,大、小气泡的无量纲混合宽度的增长规律是一致的。这是因为在实验时间内,气泡竞争作用不明显,大、小气泡几乎保持独立发展。随着初始角度的减小,大、小气泡的混合宽度增长出现了较为明显的差异,而且角度越小,差异越大。这是因为角度越小时,界面上产生的斜压涡量较多,界面发展较快,气泡竞争同样出现较早,对大、小气泡的影响就越大。Guo 等^[27]指出气泡竞争总体上促进了大气泡的增长,抑制了小气泡的增长。从该图中同样可以看出,对于气泡竞争较为明显的工况,小气泡的增长受到了明显的抑制。此

外,大、小界面在早期,即二者均独立发展阶段,界面的无量纲线性增长率是一致的。气泡竞争出现的越早,大、小气泡之间的差异出现的就越早。值得注意的是,在本文中 $\theta = 160^\circ$ 的无量纲振幅增长率最大。理论上来说,角度较大时,产生的斜压涡量较少,界面演化较慢。但从界面演化纹影图中可以发现,当 $\theta = 160^\circ$ 时,气泡竞争不明显,界面表现出独立发展的态势。而在气泡竞争较为明显的工况下,气泡竞争使得尖钉头部变得扭曲,从而减小了尖钉的发展速度,进一步减小了界面总体混合宽度的增长率。

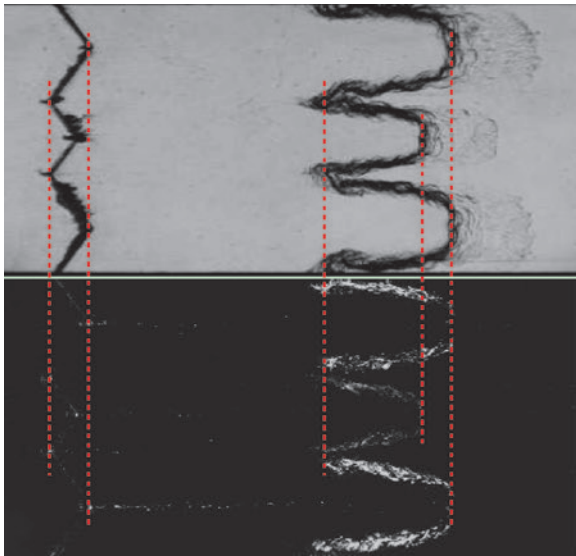


图 4 $\theta = 120^\circ$ 时纹影结果与片光结果的对比
Fig.4 Comparison of interface contour from the schlieren image and the laser sheet image

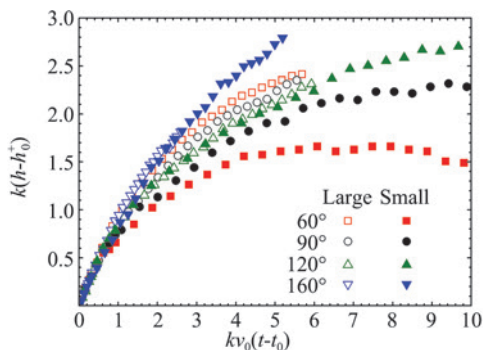
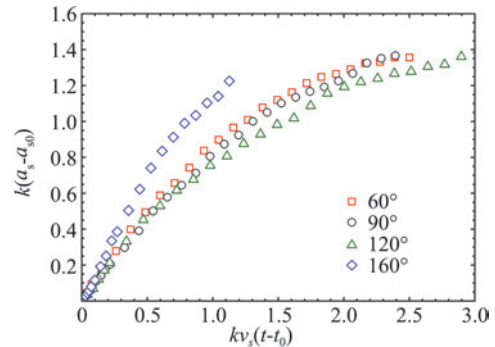


图 5 V 形界面顶角角度为 60° 、 90° 、 120° 和 160° 时大、小界面混合宽度的变化

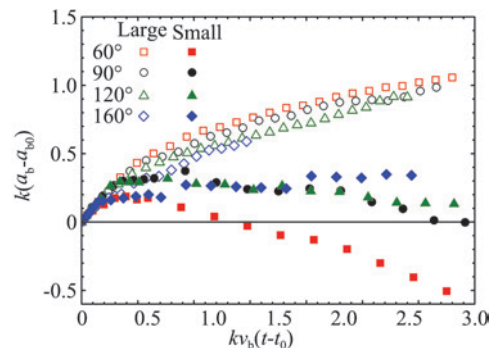
Fig.5 Time variation of the mixing width of the large and small shapes in dimensionless form (60° , 90° , 120° and 160° represent the vertex angles of the V-shaped interface)

进一步地,我们给出了尖钉和气泡的宽度随时间的变化,如图 6 所示。尖钉和气泡的测量是以界面的平衡位置为基准,而平衡位置可以通过界面形状的傅里叶分析得到^[45]。由于气泡竞争导致尖钉头部扭曲

变化,可以看到,在无气泡竞争的 $\theta = 160^\circ$ 的工况中尖钉无量纲宽度发展最快。对于气泡而言,随着角度的减小,大界面气泡的无量纲宽度增长越快,而小界面气泡的无量纲宽度增长越慢,甚至出现负增长。角度越小,气泡竞争出现越早,且作用越明显。因此气泡竞争促进了大界面气泡的增长,抑制了小界面气泡的增长。这与 Guo 等^[27]的工作中得到的结论相同。也就是说气泡竞争促使能量从小界面向大界面转移,气泡竞争越显著,能量转移越多,大、小界面的气泡增长差异就越大。



(a) 尖钉宽度随时间的变化

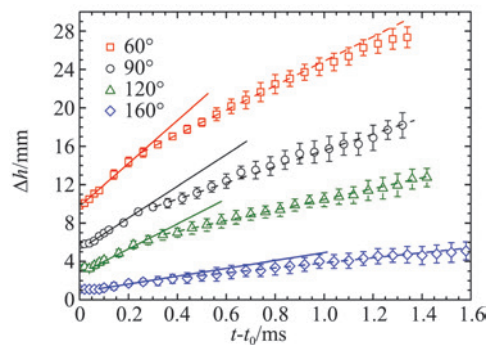


(b) 气泡宽度随时间的变化

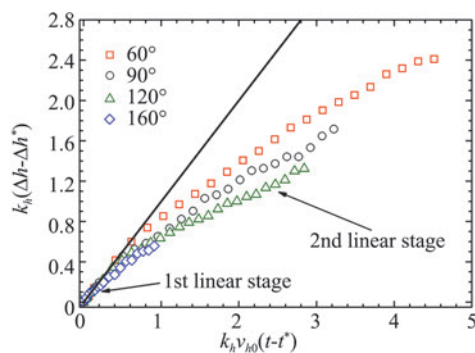
图 6 尖钉宽度和气泡宽度随时间的变化 (a_{s0} 和 b_{s0} 分别是 $t = t_0$ 时刻的尖钉和气泡宽度, v_s 和 v_b 分别实验中获得尖钉和气泡的线性增长率, 60° 、 90° 、 120° 和 160° 表示 V 形界面顶角角度)

Fig.6 Time variation of the spike width and bubble width (a_{s0} and a_{b0} are spike and bubble widths at time t_0 , respectively; v_s and v_b are linear velocities of the spike and bubble widths obtained from experiments, respectively. 60° , 90° , 120° and 160° represent the vertex angles of the V-shaped interface)

大、小气泡头部距离的位移差,即图 3 中定义的 Δh ,可以直接反映气泡竞争对界面运动在流向方向上的影响。图 7 给出了四种工况下的 Δh 变化规律。可以看出随着角度的减小,大、小气泡头部位移差异越来越大,意味着气泡竞争随着角度的减小而变得显著。有趣的是,对于任意一个工况来说,在进入非线性



(a) 有量纲变化



(b) 无量纲变化

图 7 大、小界面气泡头部位移差随时间的变化
(图中 60° 、 90° 、 120° 和 160° 表示 V 形界面顶角角度)

Fig.7 Time variation of the bubble front difference in dimensional form and dimensionless form (60° , 90° , 120° and 160° represent the vertex angles of the V-shaped interface)

性增长之前, Δh 似乎经历了两个不同的线性阶段。类似的现象在不同大小界面振幅实验中也得到过^[27]。第一个线性阶段比较容易理解,因为在气泡竞争作用之前,大、小界面的气泡结构都是线性增长。当气泡竞争发挥作用时,第一个线性阶段结束。第一个线性阶段的持续时间随着角度的减小而减小,因为角度越小,气泡竞争发生的越早。在气泡竞争作用之后,前面已介绍过,气泡竞争促进大气泡增长,而抑制小气泡增长,如果不考虑其他因素, Δh 应该保持非线性增长。值得注意的是,在扰动非线性增长阶段,非线性效应抑制振幅增长。因此,气泡竞争和非线性效应对大气泡的作用是相反的,而对小气泡的作用是相同的。由图可知,第二个线性增长率要比第一个线性增长率低,也就是说非线性效应对大气泡的抑制作用更明显,导致大气泡的增长率下降的更多。更确切地说,非线性效应导致大气泡增长率的下降要大于非线性效应和气泡竞争效应的耦合作用导致的小气泡增长率的下降。但这并不能解释第二个线性阶段存在的原因,关于第二个线性阶段存在的原因仍需要进一步的研究。

图 7(b)描述了大、小气泡头部位移差的无量纲变化规律,其中 $k_h = 4\pi/(\lambda_l + \lambda_s)$, v_{h0} 是实验中获得的第一个线性阶段的增长率, t^* 是第一个线性阶段开始的时刻, h^* 是 t^* 时刻波后气泡位移差。针对初始不同振幅的情况, Guo 等^[27] 发现无量纲后的气泡位移差能够较好地归一化。而对于本文不同角度的情况下,图 7(b)表明不同工况并没有较好地归一化,说明初始角度对气泡位移差,即气泡在流向方向上的运动具有一定的影响。总体上,初始角度越小,大、小气泡在流向上的运动速度差异就越大。

3 结 论

本文在激波管中实验研究了气泡竞争对锯齿形界面发展的影响,主要关注锯齿形界面初始顶角对气泡竞争的影响。为了突出气泡竞争的影响,对任一种角度来说,设计波长相同、振幅不同的大、小气泡间隔排列,同时保证尖钉的位置相同。实验中,锯齿形界面采用肥皂膜技术生成,并采用高速摄影结合纹影方法对波后流场进行显示。实验结果清晰地显示了气泡竞争对大、小气泡的影响规律。

在界面发展早期,大、小界面几乎独立发展,说明气泡竞争在早期不起作用。随着界面的演化,气泡竞争逐渐开始发挥作用。锯齿形界面角度不同,气泡竞争起到的作用不同。角度越小,由于斜压性较大且大振幅引起的二次压缩效应较强,界面上产生的斜压涡量越大,从而诱导界面更快发展,气泡竞争出现的越早且作用越显著。对于本文研究的 $\theta = 160^\circ$ 工况而言,在实验时间内几乎没有发生气泡竞争。通过气泡竞争,大气泡逐渐挤占小气泡的下游运动空间,同时导致尖钉结构扭曲变形。通过对大、小气泡总体混合宽度的测量,发现气泡竞争促进了大气泡的振幅增长,而抑制小气泡的振幅增长,且对小气泡的影响更大。实验结果表明气泡头部位移差在进入非线性增长之前会经历两个线性阶段,且第二个线性阶段增长率较小,表明非线性效应在该阶段起着重要的作用。对于大气泡而言,非线性效应和气泡竞争对气泡宽度增长起着相反的作用,而对于小气泡而言,非线性和气泡竞争均是抑制小气泡宽度增长。由于第二个线性增长率较小,在没有其他因素影响的前提下,可以认为非线性效应导致的大气泡宽度增长率的下降超过了非线性效应和气泡竞争两个综合作用导致的小气泡宽度增长率的下降,从而使得第二个线性增长率减小。可见大气泡受到非线性效应的影响更大。不同条件下的气泡位移差无法归一化,说明初始顶角角度对气泡竞争和界面演化具有重要影响。

参 考 文 献:

- [1] RICHTMYER R D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1960, 13(2): 297-319.
<https://doi.org/10.1002/cpa.3160130207>
- [2] MESHKOV E E. Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave[J]. *Fluid Dynamics*, 1972, 4(5): 101-104.
<https://doi.org/10.1007/BF01015969>
- [3] LINDL J, LANDEN O, EDWARDS J, et al. Review of the national ignition campaign 2009-2012[J]. *Physics of Plasmas*, 2014, 21(2): 020501.
<https://doi.org/10.1063/1.4865400>
- [4] YANG J, KUBOTA T, ZUKOSKI E E. Applications of shock-induced mixing to supersonic combustion[J]. *AIAA Journal*, 1993, 31(5): 854-862.
<https://doi.org/10.2514/3.11696>
- [5] SHIMODA J, INOUE T, OHIRA Y, et al. On cosmic-ray production efficiency at Supernova Remnant shocks propagating into realistic diffuse interstellar medium[J]. *The Astrophysical Journal*, 2015, 803: 98-103.
<http://doi:10.1088/0004-637X/803/2/98>
- [6] BROUILLETTE M. The Richtmyer-Meshkov instability[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2002, 34(1): 445-468.
<https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.34.090101.162238>
- [7] RANJAN D, OAKLEY J, BONAZZA R. Shock-bubble interactions[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2011, 43(1): 117-140.
<https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122109-160744>
- [8] 罗喜胜, 翟志刚, 司廷, 等. 激波诱导下的气体界面不稳定性实验研究[J]. *力学进展*, 2014, 44(1): 260-290.
 LUO X S, ZHAI Z G, SI T, et al. Experimental study on the interfacial instability induced by shock waves[J]. *Advances in Mechanics*, 2014, 44(1): 260-290.
<https://doi.org/10.6052/1000-0992-14-028>
- [9] ZHOU Y. Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instability induced flow, turbulence, and mixing. I[J]. *Physics Reports*, 2017, 720: 1-136.
<http://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.07.005>
- [10] ZHOU Y. Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instability induced flow, turbulence, and mixing. II[J]. *Physics Reports*, 2017, 723: 1-160.
<https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.07.005>
- [11] ZHAI Z G, ZOU L Y, WU Q, et al. Review of experimental Richtmyer-Meshkov instability in shock tube: From simple to complex[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2018, 232(16): 2830-2849.
<https://doi.org/10.1177/0954406217727305>
- [12] JACOBS J W, KRIVETS V V. Experiments on the late-time development of single-mode Richtmyer-Meshkov instability[J]. *Physics of Fluids*, 2005, 17(3): 034105.
<https://doi.org/10.1063/1.1852574>
- [13] DIMONTE G, RAMAPRABHU P. Simulations and model of the nonlinear Richtmyer-Meshkov instability[J]. *Physics of Fluids*, 2010, 22(1): 014104.
<https://doi.org/10.1063/1.3276269>
- [14] LUO X S, WANG X S, SI T. The Richtmyer-Meshkov instability of a three-dimensional interface with a minimum-surface feature[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 722: R2.
<http://doi.org/10.1017/jfm.2013.148>
- [15] LIU L L, LIANG Y, DING J C, et al. An elaborate experiment on the single-mode Richtmyer-Meshkov instability[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, 853: R2.
<http://doi.org/10.1017/jfm.2018.628>
- [16] 张文斌, 邹立勇. Richtmyer-Meshkov 不稳定性扰动增长率冲击模型的微尺度效应[J]. *实验力学*, 2019, 34(1): 47-54.
 ZHANG W B, ZOU L Y. On the microscale effect of Richtmyer-Meshkov instability on perturbation growth rate of impact model[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2019, 34(1): 47-54.
<http://doi.org/10.7520/1001-4888-17-114>
- [17] 杨玟, 王丽丽, 张树道, 等. 用湍流模型研究 Richtmyer-Meshkov 不稳定性诱导的湍流混合[J]. *空气动力学学报*, 2010, 28(1): 119-123.
 YANG M, WANG L L, ZHANG S D, et al. The study of turbulent mixing induced by Richtmyer-Meshkov instability using turbulence model[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2010, 28(1): 119-123.
- [18] RIKANATI A, ALON U, SHVARTS D. Vortex model for the nonlinear evolution of the multimode Richtmyer-Meshkov instability at low Atwood numbers[J]. *Physical Review E*, 1998, 58(6): 7410-7418.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.58.7410>
- [19] GLENDINNING S, BOLSTAD J, BRAUN D, et al. Effect of shock proximity on Richtmyer-Meshkov growth[J]. *Physics of Plasmas*, 2003, 10, 1931-1936.
<http://doi.org/10.1063/1.1562165>
- [20] SADOT O, EREZ L, ALON U, et al. Study of nonlinear evolution of single-mode and two-bubble interaction under Richtmyer-meshkov instability[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(8): 1654-1657.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.1654>
- [21] JACOBS J W. Shock-induced mixing of a light-gas cylinder[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, 234: 629-649.
<http://doi.org/10.1017/s0022112092000946>
- [22] TOMKINS C, KUMAR S, ORLICZ G, et al. An experimental investigation of mixing mechanisms in shock-accelerated flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 611: 131-150.
<http://doi.org/10.1017/S0022112008002723>
- [23] ZHAI Z G, SI T, LUO X S, et al. On the evolution of spherical gas interfaces accelerated by a planar shock wave[J]. *Physics of Fluids*, 2011, 23(8): 084104.
<https://doi.org/10.1063/1.3623272>
- [24] ZHAI Z G, WANG M H, SI T, et al. On the interaction of a planar shock with a light polygonal interface[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 757: 800-816.
<http://doi.org/10.1017/jfm.2014.516>
- [25] LUO X S, DONG P, SI T, et al. The Richtmyer-Meshkov instability of a 'V' shaped air/ interface[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 802: 186-202.
<http://doi.org/10.1017/jfm.2016.476>
- [26] ZHAI Z G, OU J F, DING J C. Coupling effect on shocked double-gas cylinder evolution[J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(9): 096104.
<https://doi.org/10.1063/1.5119003>
- [27] GUO X, ZHAI Z G, SI T, et al. Bubble merger in initial Richtmyer-Meshkov instability on inverse-chevron interface[J]. *Physical Review Fluids*, 2019, 4(9): 092001.
<http://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.4.092001>
- [28] 罗喜胜, 王显圣, 陈模军, 等. 可控肥皂膜气柱界面与激波相互作用的实验研究[J]. *实验流体力学*, 2014, 28(2): 7-13, 26.

- LUO X S, WANG X S, CHEN M J, et al. Experimental study of shock interacting with well-controlled gas cylinder generated by soap film[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2014, 28(2): 7-13, 26.
<http://doi.org/10.11729/sytlx20140015>
- [29] ZHANG Q, SOHN S I. An analytical nonlinear theory of Richtmyer-Meshkov instability[J]. *Physics Letters A*, 1996, 212(3): 149-155.
[https://doi.org/10.1016/0375-9601\(96\)00021-7](https://doi.org/10.1016/0375-9601(96)00021-7)
- [30] ZHANG Q, SOHN S I. Nonlinear theory of unstable fluid mixing driven by shock wave[J]. *Physics of Fluids*, 1997, 9(4): 1106-1124.
<https://doi.org/10.1063/1.869202>
- [31] MIKAELIAN K O. Richtmyer-Meshkov instability of arbitrary shapes[J]. *Physics of Fluids*, 2005, 17(3): 034101.
<https://doi.org/10.1063/1.1848547>
- [32] NIEDERHAUS C E, JACOBS J W. Experimental study of the Richtmyer-Meshkov instability of incompressible fluids [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 485: 243-277.
<http://doi.org/10.1017/S002211200300452X>
- [33] VANDENBOOMGAERDE M, GAUTHIER S, MÜGLER C. Nonlinear regime of a multimode Richtmyer-Meshkov instability: a simplified perturbation theory[J]. *Physics of Fluids*, 2002, 14(3): 1111-1122.
<https://doi.org/10.1063/1.1447914>
- [34] LIANG Y, ZHAI Z G, DING J C, et al. Richtmyer-Meshkov instability on a quasi-single-mode interface[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 872: 729-751.
<http://doi.org/10.1017/jfm.2019.416>
- [35] MCFARLAND J A, GREENOUGH J A, RANJAN D. Investigation of the initial perturbation amplitude for the inclined interface Richtmyer-Meshkov instability [J]. *Physica Scripta*, 2013, T155: 014014.
<http://doi.org/10.1088/0031-8949/2013/T155/014014>
- [36] MCFARLAND J, REILLY D, CREEL S, et al. Experimental investigation of the inclined interface Richtmyer-Meshkov instability before and after reshock[J]. *Experiments in Fluids*, 2014, 55: 1640-1653.
<http://doi.org/10.1007/s00348-013-1640-1>
- [37] MOHAGHAR M, CARTER J, MUSCI B, et al. Evaluation of turbulent mixing transition in a shock-driven variable-density flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 831: 779-825.
<http://doi.org/10.1017/jfm.2017.664>
- [38] LEWIS D J. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. II[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, 1950, 202(1068): 81-96.
<https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0086>
- [39] SHARP D H. An overview of Rayleigh-Taylor instability[J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1984, 12(1/2/3): 3-18.
[https://doi.org/10.1016/0167-2789\(84\)90510-4](https://doi.org/10.1016/0167-2789(84)90510-4)
- [40] ALON U, SHVARTS D, MUKAMEL D. Scale-invariant regime in Rayleigh-Taylor bubble-front dynamics[J]. *Physical Review E*, 1993, 48(2): 1008-1014.
<http://doi.org/10.1103/physreve.48.1008>
- [41] ALON U, HECHT J, MUKAMEL D, et al. Scale invariant mixing rates of hydrodynamically unstable interfaces [J]. *Physical Review Letters*, 1994, 72(18): 2867-2870.
<http://doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.2867>
- [42] ZUFIRIA J A. Bubble competition in Rayleigh-Taylor instability[J]. *Physics of Fluids*, 1988, 31(3): 440-446.
<https://doi.org/10.1063/1.866825>
- [43] SOHN S I. Bubble interaction model for hydrodynamic unstable mixing[J]. *Physical Review E*, 2007, 75(6): 066312.
<http://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.066312>
- [44] SOHN S I. Quantitative modeling of bubble competition in Richtmyer-Meshkov instability[J]. *Physical Review E*, 2008, 78: 017302.
<http://doi.org/10.1103/PhysRevE.78.017302>
- [45] LUO X S, LIANG Y, SI T, et al. Effects of non-periodic portions of interface on Richtmyer-Meshkov instability [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 861: 309-327.
<http://doi.org/10.1017/jfm.2018.923>

文章编号: 0258-1825(2020)02-0348-07

NPLS 技术在高超声速边界层转捩研究中的应用

易仕和*, 刘小林, 陆小革, 牛海波, 徐席旺

(国防科技大学 空天科学学院, 长沙 410073)

摘要: 基于纳米粒子示踪平面激光散射技术(Nano-tracer-based Planar Laser Scattering, NPLS)是作者自主研发的一种流动显示与精细测量技术。在超声速条件下, NPLS技术具有很高的时空分辨率和信噪比, 已经成功应用于超声速复杂流动现象的精细测量, 包括超声速混合层、超声速平板边界层、超声速压缩拐角、激波边界层干扰等。近年来, 该技术被进一步应用到高超声速边界层转捩研究中。本文主要介绍了 NPLS 技术在高超声速静音风洞喷管边界层流态测量、高超声速圆锥边界层转捩以及三角翼边界层转捩等研究中的应用。高超声速条件下 NPLS 研究结果与高频传感器、温敏漆等测试技术得到的结论一致性较好, 表明 NPLS 技术在高超声速边界层转捩研究中具有良好的应用前景。

关键词: NPLS; 高超声速流动; 边界层转捩; 静音风洞

中图分类号: V211.7

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0044

Application of NPLS technique in the researches on hypersonic boundary layer transition

YI Shihe*, LIU Xiaolin, LU Xiaoge, NIU Haibo, XU Xiwang

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Nano-tracer-based Planar Laser Scattering (NPLS) is a flow visualization technique developed by the authors. The NPLS technique is characterized with high spatial-temporal resolution and high signal-to-noise ratio under supersonic conditions. Flow visualization researches on complex flow phenomena such as the supersonic mixing layer, the supersonic flat boundary layer, the supersonic flow over compression-corner and the shock wave/boundary layer interaction have been carried out based on the NPLS. In recent years, the NPLS has been further applied to hypersonic boundary layer transition research. This paper mainly introduces the application of the NPLS technique in the visualization of boundary layer in the nozzle of hypersonic quiet wind tunnel, hypersonic conical boundary layer transition and delta wing boundary layer transition. The NPLS results under hypersonic conditions are in good agreement with the results obtained by high frequency sensors and temperature sensitive paint. This agreement indicates that the NPLS technique has a good application prospect in hypersonic boundary layer transition research.

Keywords: NPLS; hypersonic flow; boundary layer transition; quiet wind tunnel

0 引言

近年来, 由于高超声速飞行器研制的需要, 高超声速空气动力学相关问题受到了极大的关注。基于

流动显示与精细测量技术对高超声速流场进行研究, 能够清晰直观地反映出流场结构, 对理解流动机理和解释流动现象具有重大意义。然而高超声速条件下, 流场具有非定常、可压缩和强梯度等特点, 这对流动

收稿日期: 2020-02-27; 修订日期: 2020-04-03

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFA0401200); 国家重大科研仪器研制项目(11527802); 国家自然科学基金重点项目(11832018)

作者简介: 易仕和*(1965-), 男, 湖南湘阴人, 教授, 研究方向: 实验空气动力学与气动光学。E-mail: 13787410478@163.com

引用格式: 易仕和, 刘小林, 陆小革, 等. NPLS 技术在高超声速边界层转捩研究中的应用[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 348-354, 378. doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0044 YI S H, LIU X L, LU X G, et al. Application of NPLS technique in the researches on hypersonic boundary layer transition[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 348-354, 378.

显示与精细测量技术提出了巨大的挑战。

前期相关的高超声速流动显示研究基本都采用纹影和阴影等光学方法进行测量。早在 1965 年, Potter^[1] 等就开始尝试用阴影技术, 对高超声速流场进行可视化研究。后来 Demetriades^[2] 等同样采用阴影技术, 对马赫数 8 条件下的圆锥边界层进行了流动显示研究。从阴影图像中能够大致分辨出流场中的涡结构, 并以此判断边界层发生转换的位置。近年来 Laurence 及其研究团队通过高速纹影实验对高超声速边界层转换问题开展了一系列的研究^[3-8], 通过将流动显示结果和壁面脉动压力结果以及边界层稳定性计算结果进行对比, 验证了纹影流动显示技术在边界层扰动波研究中的适用性。采用阴影纹影等光学方法对高超声速流动问题进行研究, 其最大优点是作为非接触式测量方法, 对流场没有干扰, 但是具有共同的缺点, 即受到光路积分效应的影响, 空间分辨率低, 而且风洞壁面边界层等无关区域带来的干扰始终存在。

以滤波瑞利散射 (Filtered Rayleigh Scattering, FRS) 技术为代表的流场激光层析成像, 很好地避免了上述纹影和阴影等方法带来的时间和空间积分效应的影响。普林斯顿大学 Mark Huntley^[9] 等用 CO₂ 增强型滤波瑞利散射技术对马赫数 8 条件下的尖椭圆进行了边界层转换相关研究。第一次发现了边界层的转换是从中心轴上小尺度涡结构的出现开始的, 而不是从外侧的横流区域开始的。德克萨斯农工大的 Humble^[10] 等同样基于冷凝瑞利散射流动显示技术研究了马赫数 4.9 条件下凸曲面对高超声速边界层的影响, 分析了不同压力梯度条件下的边界层发展规律。

本文作者基于自主研发的 NPLS 技术, 在超声速复杂流场精细结构测量方面开展了大量工作^[11-19]。NPLS 技术以名义粒径 15nm 的纳米粒子作为示踪物质, 相比传统 PIV 技术中用的微米级示踪粒子而言, 纳米粒子的动力学特性更好地满足粒子跟随性要求^[20]。近年来, 研究团队成功将 NPLS 测试技术运用到高超声速流场的流动显示与精细测量研究中^[21-25], 在《高超声速边界层流动稳定性实验研究》^[25] 一文中, 侧重分析了高超声速边界层流动稳定性相关实验结果, 研究了高超声速裙锥边界层中的第二模态波和三角翼边界层中的横流不稳定性。作者在本文则重点介绍 NPLS 技术在高超声速边界层转换研究中的典型应用, 展示了在静音风洞喷管边界层流态测量、直圆锥边界层以及三角翼边界层转换测量等方面得到的典型 NPLS 结果。

1 风洞与测试技术

1.1 高超声速静音风洞

风洞自由来流中的噪声大部分来源于喷管壁面边界层产生的声辐射扰动。对于常规风洞, 其喷管壁面边界层通常为湍流状态, 湍流边界层中复杂的涡系结构会产生大量声辐射扰动, 因此常规风洞噪声水平高。国防科技大学空气动力学实验室高超声速静音风洞 (如图 1 所示), 通过在喷管喉道附近设计相应的抽吸装置来控制边界层状态。当抽吸阀门打开时, 喷管内边界层流动状态从常规的湍流状态变为层流状态, 从而大大降低了自由来流的噪声水平。该静音风洞的噪声水平约千分之一^[25-26], 明显低于常规风洞的噪声水平。

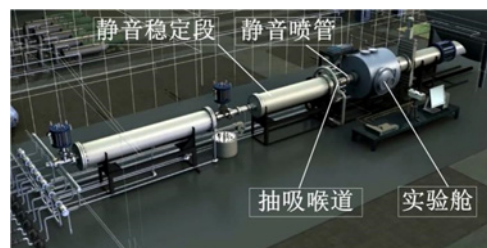


图 1 高超声速静音风洞组成及静音喷管图
Fig.1 Schematic diagram of hypersonic quiet wind tunnel and the quiet nozzle

1.2 NPLS 流动显示与精细测量技术

NPLS 系统组成如图 2 所示。该测试技术具有高时空分辨率, 高信噪比的优点, NPLS 技术的详细原理和适用性可参见文献^[13]。

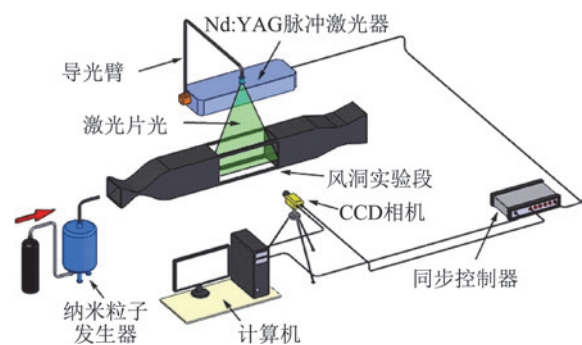


图 2 NPLS 系统组成
Fig.2 Schematic diagram of NPLS system

2 高超声速静音风洞喷管边界层流态测量

风洞喷管来流噪声水平是衡量高超声速风洞来流品质的核心参数, 目前较为通用的噪声水平 σ 是根据流场中的皮托压力脉动水平进行定义的, 具体如公式 (1)。其中, p_i 表示皮托压力脉动值, \bar{p} 表示皮托压

力平均值。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2}{n}} \quad (1)$$

风洞噪声水平测量是高超声速静音风洞流场校测的核心工作之一。图3所示为高超声速静音风洞噪声水平测量示意图,采用 Kulite XCE-62 高频压力传感器对皮托压力脉动进行测量,传感器固有频率为 300 kHz。在高超声速静音风洞的初期调试过程中,需要不断调节喷管喉道抽吸缝大小,并对每个抽吸状态下的风洞噪声水平进行测量,从而找到最佳静音流场对应的抽吸缝位置。在高超声速条件下,喷管中气流速度快,受到高温高压气流冲刷,微小固体颗粒状杂质可能直接打坏用于噪声水平测量的高频传感器,从而大大增加了实验成本和实验周期。

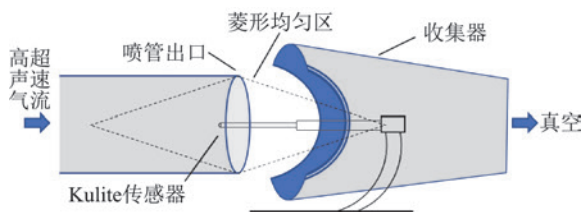


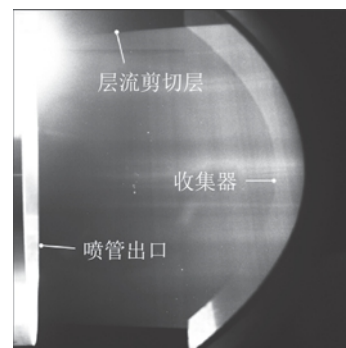
图3 高超声速静音风洞噪声水平测量示意图

Fig.3 Schematic diagram of turbulence noise level measurement in hypersonic quiet wind tunnel

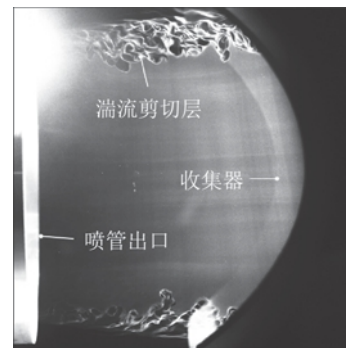
NPLS 技术通过对高超声速静音风洞喷管边界层的流态进行测量,能够有效应用到高超声速静音风洞的流场校测中。常规高超声速喷管边界层是湍流边界层,静音喷管的边界层要求是层流边界层。而通过 NPLS 技术可以测量得到的喷管出口射流剪切层 NPLS 图像,如果是层流的射流剪切层,则说明喷管出口是层流边界层;如果是湍流的射流剪切层,则说明喷管出口是湍流边界层。通过喷管边界层是层流状态还是湍流状态就可以确定高超声速喷管是否运行在静音状态。

图4所示为高超声速静音风洞喷管出口射流剪切层 NPLS 图像的典型结果,其中图4(a)喷管出口射流剪切层为层流剪切层,对应的喷管边界层为层流边界层,此时风洞处于静音运行模式。图4(b)喷管出口射流剪切层为湍流剪切层,对应的喷管边界层为湍流边界层,此时风洞处于噪声运行模式。按照图3所示方式,采用 Kulite 高频压力传感器对静音喷管来流的皮托压力脉动进行测量,传感器脉动电压输出随时间的变化曲线如图5所示。由图可见,当边界层抽吸阀打开时,静音喷管运行在静音状态;边界层抽

吸阀关闭时,静音喷管运行在噪声状态。按照式(1)即可得到自由来流的噪声水平 σ 。静音状态和噪声状态下,风洞自由来流的噪声水平 σ 分别为 0.1% 和 2%。由此数据也可以看出,当风洞边界层从层流发展为湍流状态后,边界层中涡结构产生的声辐扰动大大增加,导致自由来流中的噪声水平同样大幅度增加。在高超声速静音流场测量过程中,可以基于 NPLS 技术对不同抽吸条件下的喷管边界层进行流动显示研究,然后选取其中的典型状态进行脉动压力测试,这样减少脉动压力测量试验的车次从而大大降低了传感器被打坏的风险。而且通过喷管边界层流态的 NPLS 图像与脉动压力传感器噪声测量结果的



(a) 层流剪切层,抽吸阀打开



(b) 湍流剪切层,抽吸阀关闭

图4 喷管出口射流剪切层流态 NPLS 结果

Fig.4 NPLS results of the shear layer at nozzle outlet

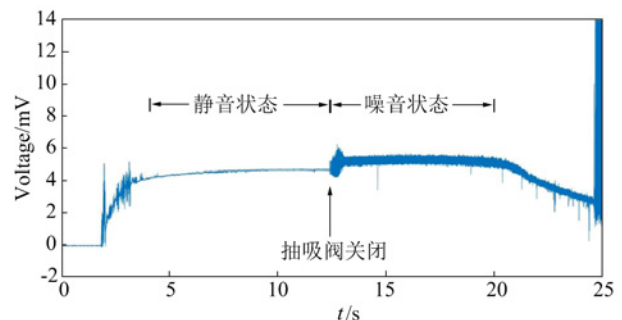


图5 静音喷管来流皮托压力的传感器脉动电压输出曲线

Fig.5 Voltage curve measured by the pitot pressure sensor in the quiet nozzle

比较,很好验证喷管边界层流态与喷管流场噪声的对应关系。

3 高超声速圆锥边界层转换研究

3.1 高超声速圆锥边界层研究

基于 NPLS 技术对不同迎角条件下高超声速圆锥边界层转换进行研究。实验模型为半锥角 5° 的光滑直尖锥,模型总长度 600 mm。图 6 给出了 5° 光滑尖锥流向平面流动精细结构测量的实验布局示意图。模型迎角 α 状态分别为 0° 、 2° 、 5° , 流场单位雷诺数 $Re=1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, 测量结果均为模型的迎风面。

图 7 为模型 0° 迎角的 NPLS 图像,流动方向为从左到右,测量范围为 $x=340 \sim 580 \text{ mm}$, 图像空间分辨

率为 $35.1 \mu\text{m}/\text{pixel}$, CCD 相机跨帧时间设置为 $10 \mu\text{s}$ 。从图 7 中可以观测到光滑尖锥边界层发展过程,在 $x=340 \sim 430 \text{ mm}$ 之间可看到规则的第二模态绳状波结构(见图 7 中局部放大结构),在 $x=430 \sim 500 \text{ mm}$ 之间边界层发展进入转捩区,在 $x=500 \text{ mm}$ 之后可以看到明显的大尺度涡结构,尖锥边界层完全发展为湍流。

根据图 7 中的时间相关结果,取绳状波结构计算得到 $\Delta t=10 \mu\text{s}$ 时间内涡结构沿流向位移为 7.47 mm , 计算得到涡结构沿流向位移速度约为 747 m/s , 此速度小于风洞运行时的主流速度。根据图中规则绳状波结构计算得到第二模态波的统计波长为 5.39 mm , 计算得到 5° 光滑尖锥在此工况下的特征频率为 138 kHz 。

图 8 和图 9 分别给出了 5° 光滑尖锥在 2° 和 5° 迎角时的 NPLS 图像,从图中可以看出在相同雷诺数条件下,随着迎角的增大,尖锥模型的边界层转捩位置明显推迟,并且在迎角增大后,也未观察到明显的第二模态波结构。

3.2 台阶对高超声速圆锥边界层转换的影响规律研究

在高超声速静音风洞中基于 NPLS 技术对带轴对称台阶的直圆锥高超声速边界层转换进行实验研究。圆锥半锥角为 7° , 如图 10 所示,模型头部可以更换,分别装配后可得台阶高度为 0.5 mm 的前台阶和后台阶。模型头部具有直径 0.8 mm 的小钝度。为

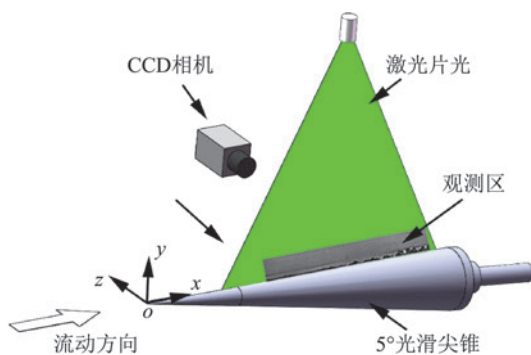


图 6 5° 光滑尖锥 NPLS 拍摄示意图

Fig.6 Schematic Diagram of 5° half angle cone

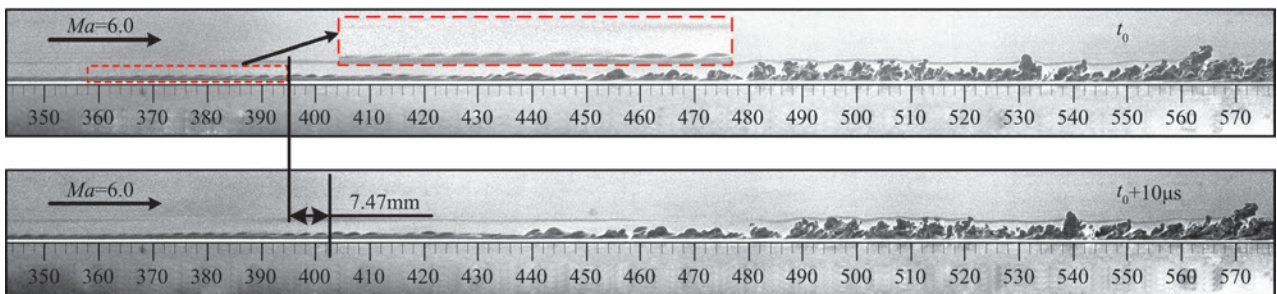


图 7 5° 光滑尖锥 0° 迎角 NPLS 图像 ($Re=1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, $\Delta t=10 \mu\text{s}$)

Fig.7 NPLS image of the boundary layer on the 5° half angle cone at 0° angle of attack ($Re=1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, $\Delta t=10 \mu\text{s}$)

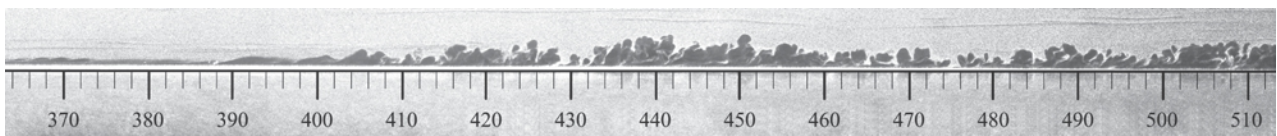


图 8 5° 光滑尖锥 2° 迎角 NPLS 图像 ($Re=1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

Fig.8 NPLS image of the boundary layer on the 5° half angle cone at 2° angle of attack ($Re=1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

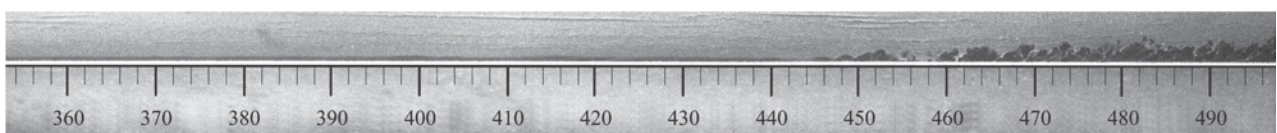


图 9 5° 光滑尖锥 5° 迎角 NPLS 图像 ($Re=1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

Fig.9 NPLS image of the boundary layer on the 5° half angle cone at 5° angle of attack ($Re=1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

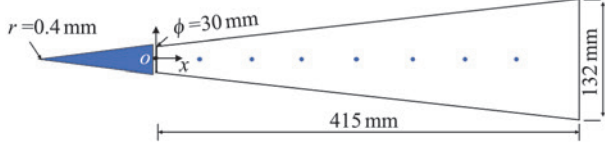
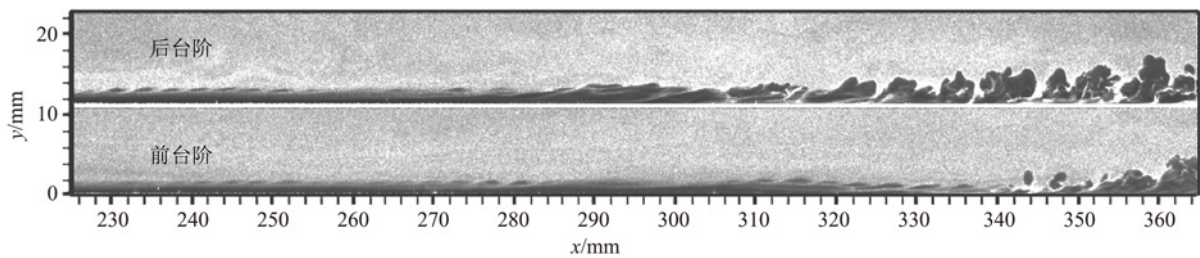


图10 7°圆锥模型示意图

Fig.10 Schematic Diagram of 7° half angle cone

为进一步检验 NPLS 结果的有效性,在该模型上布置了 7 个高频压力测点,具体分布如图 10 所示,7 个测点坐标分别为: $x_1 = 20$ mm、 $x_2 = 80$ mm、 $x_3 = 140$ mm、 $x_4 = 200$ mm、 $x_5 = 260$ mm、 $x_6 = 320$ mm、 $x_7 = 380$ mm。

如图 11 所示为单位雷诺数为 $Re = 7 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ 时,带 0.5 mm 高度前/后台阶的小钝锥的 NPLS 图

图11 0.5 mm 前/后台阶小钝锥边界层 NPLS 结果 ($Re = 7 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$)Fig.11 NPLS image of the boundary layer on the cone with 0.5 mm forward/backward facing step ($Re = 7 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$)

在两种模型中均可见第二模态波在向下游发展的过程中出现有幅值先增大后减小、特征频率逐渐降低的规律。但将两种模型结果对比可见,后台阶模型中第二模态波初次出现的测点位置更靠近上游,且后台阶模型中第二模态波消失、边界层开始呈现为湍流流态的位置也更靠近上游,结果表明后台阶模型中边界层转捩明显早于前台阶模型,该结论与 NPLS 测量结果一致。

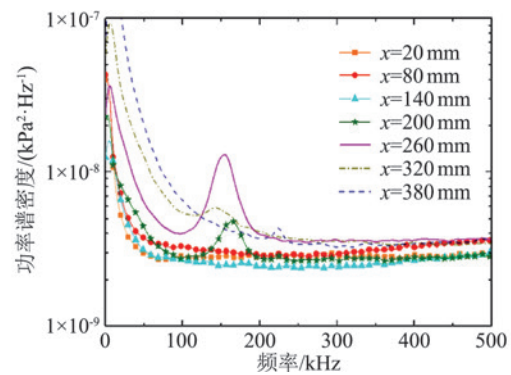
4 高超声速三角翼边界层转捩研究

三角翼流动是典型的非对称三维流动,对高超声速条件下三角翼流动进行流动显示研究有助于深入厘清横流不稳定性对边界层转捩过程的影响规律。图 13 是实验模型示意图。所用的模型为 75°后掠角三角翼,采用平板构型。模型厚度为 7 mm,长度为 500 mm,宽度为 250 mm。模型头部为 $R = 3.5$ mm 球头,两侧前缘半径也为 3.5 mm。选用的实验状态为 0°迎角,单位雷诺数 $1.44 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 。

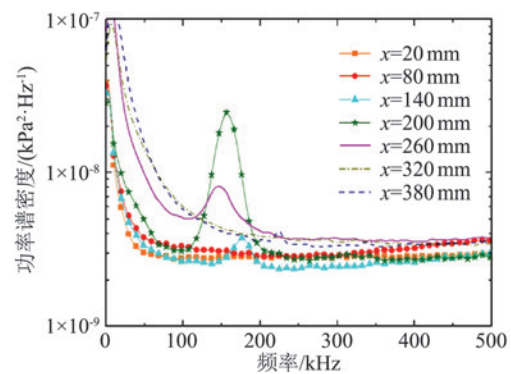
图 14 是三角平板展向 NPLS 实验结果。实验时,激光片光平行于模型表面,图 14(a)和图 14(b)片光分别距离壁面 0.5 mm 和 2 mm,相机位于模型正上方。图 14(a)中大部分区域为黑色,是由于片光切入了层流边界层内部。NPLS 图像灰度能够反映与

像。其中流动方向为从左至右,流向范围为 225 ~ 365 mm,照片的空间分辨率约为 $77.09 \mu\text{m}/\text{像素}$ 。图中可见,两种模型中均可观察到清晰的绳状第二模态波。后台阶模型中边界层在 $x = 230 \sim 255$ mm 之间绳状第二模态波清晰可见,发展至 $x = 260$ mm 附近第二模态波消失,在 $x = 280$ mm 后开始变厚并逐渐转换为湍流。但在前台阶模型中,边界层发展至 $x = 320$ mm 附近仍可见的第二模态波,在 $x = 340$ mm 后才开始逐渐转换为湍流。对比可见,后台阶模型中边界层发展明显早于前台阶模型。

如图 12 所示为相同条件下得到的壁面脉动压力功率谱密度曲线。图中可见,功率谱密度曲线中出现有特征频率在 140 ~ 180 kHz 范围内的第二模态波。



(a) 前台阶



(b) 后台阶

图12 脉动压力功率谱密度 ($Re = 7 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$)Fig.12 PSD results of the fluctuation pressure ($Re = 7 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$)

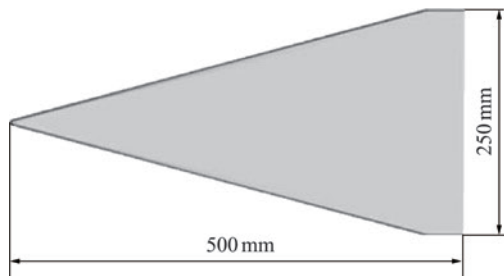
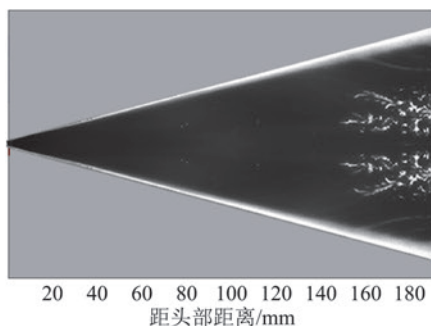
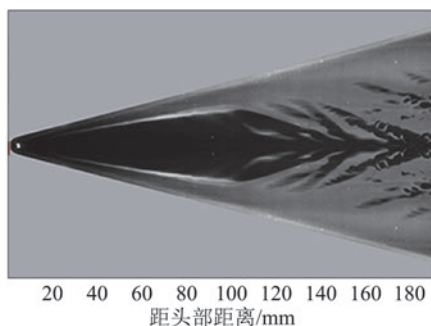


图 13 三角翼模型示意图

Fig.13 Schematic diagram of delta wing



(a) 片光距壁面 0.5 mm



(b) 片光距壁面 2 mm

图 14 三角翼展向 NPLS 实验结果

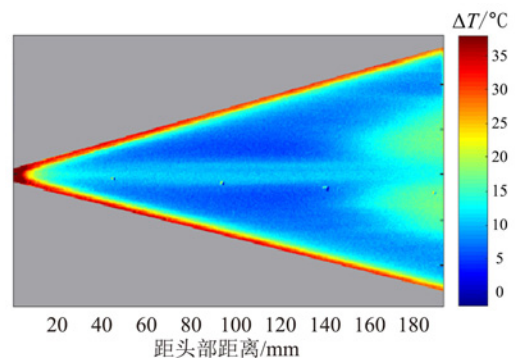
($\alpha=0^\circ, Re=1.44 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)Fig.14 NPLS results on the spanwise plan over the delta wing ($\alpha=0^\circ, Re=1.44 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

密度相关的标量场,层流边界层内流体密度都很小,因此 NPLS 图像灰度小,呈现黑色。而从 $x=150 \text{ mm}$ 附近,开始出现破碎的亮的结构,显示此时的边界层状态已经由层流变为了湍流,由于湍流结构将主流的高密度气体卷入底层低密度区,因此可以看到此片光位置处的亮的破碎的边界层流动结构。观察图 14(a) 中的湍流区域,可以看出,三角翼上,边界层转换至湍流的转换阵面呈现出大致的“肺叶状”分布,靠近三角翼前缘部分转换阵面与前缘大致平行,三角翼对称面位置处转换阵面内凹,转换较两侧推迟。

图 14(b) 中片光距离壁面比图 14(a) 更远,片光的大部分区域处于主流中,因此整体亮度比图 14(a) 更亮,当边界层由层流变为湍流时,湍流结构会将底层的低密度流体带入高层,因此,在 $x > 100 \text{ mm}$ 位

置观察到的黑色结构为大尺度的湍流结构。靠近头部的地方有暗区域,原因是头部处流体扰流,造成此处边界层厚。在 $x=100 \sim 150 \text{ mm}$ 范围内能够观察到大尺度的结构,说明此时处于转换区,边界层转换不完全。到 $x > 150 \text{ mm}$ 时,湍流结构尺度变小,更加破碎,说明此时边界层完全转换为湍流,与图 14(a) 中出现破碎的湍流结构的区域相对应。

图 15 是对应状态下的温敏漆(TSP)实验结果。不同颜色代表了温度相对于风洞未运行时升高的程度。从 $x=150 \text{ mm}$ 位置开始,模型表面温升明显增加,说明此时发生了边界层转换。观察转换阵面,可以发现,阵面形状也呈现“肺叶状”的分布,靠近三角翼前缘部分的转换阵面与前缘平行,靠近中心线区域转换位置后凹。

图 15 三角翼表面 TSP 实验结果 ($\alpha=0^\circ, Re=1.44 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)
Fig.15 TSP result on the delta wing ($\alpha=0^\circ, Re=1.44 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

TSP 结果反映的是模型表面上时间平均的温度分布,而 NPLS 结果反映的是处于激光片光平面的瞬态的精细流场结构。将图 15 中 TSP 结果与图 14 所示不同高度 NPLS 结果进行对比,TSP 反映出的边界层转换阵面的位置和形状与图 14(a) 中符合较好。图 14(a) 中,片光位置距离壁面 0.5 mm, NPLS 结果显示的是边界层底层的流场精细结构,与 TSP 结果的相符进一步说明了边界层底层的湍流流动结构是导致模型表面温升增大的原因。而图 14(b) 中,片光位置距壁面 2 mm,此处的流动不会对模型表面产生直接影响,因此所反映的规律与 TSP 有些许差异。

5 结 论

本文主要介绍了 NPLS 技术在高超声速边界层转换研究中的典型应用。在高超声速静音风洞喷管边界层流态测量中,基于喷管出口射流剪切层 NPLS 照片,可以确定对应的喷管边界层流态,从而判断风洞自由来流噪声水平,大大降低了静音风洞调试成

本,并很好验证喷管边界层流态与喷管流场噪声的对应关系。在高超声速圆锥边界层研究中,NPLS技术能够清晰测量到边界层中的绳状第二模态波等精细流动结构,并且基于NPLS结果,可以分析迎角和台阶等因素对边界层转捩的影响规律。在三角翼流动研究中,通过展向NPLS结果,可以清晰地观察到破碎的湍流结构,得到“肺叶状”的转捩阵面。NPLS结果与基于高频脉动压力及温敏漆等技术得到的结果一致,证明了NPLS技术应用于高超声速边界层转捩测量的有效性与准确性。

参 考 文 献:

- [1] POTTER J L, WHITFIELD J D. Boundary-Layer transition under hypersonic conditions [R]. AGARDograph97, Part 3 1965: 1-61.
- [2] STETSON K, KIMMEL R. On the breakdown of a hypersonic laminar boundary layer [C]//31st Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1993. doi: 10.2514/6.1993-896
- [3] LAURENCE S J, WAGNER A, HANNEMANN K. Schlieren-based techniques for investigating instability development and transition in a hypersonic boundary layer [J]. *Experiments in Fluids*, 2014, 55(8): 1782. doi: 10.1007/s00348-014-1782-9
- [4] LAURENCE S J, WAGNER A, HANNEMANN K. Experimental study of second-mode instability growth and breakdown in a hypersonic boundary layer using high-speedschlieren visualization [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 797: 471-503. doi: 10.1017/jfm.2016.280
- [5] LAURENCE S J, WAGNER A, OZAWA H, et al. Visualization of hypersonic boundary-layer transition on a slender cone (invited) [C]//19th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Atlanta, GA. Reston, Virginia: AIAA, 2014. doi: 10.2514/6.2014-3110
- [6] LAURENCE S J, WAGNER A, HANNEMANN K, et al. Time-resolved visualization of instability waves in a hypersonic boundary layer [J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(1): 243-246. doi: 10.2514/1.J051112
- [7] KENNEDY R E, LAURENCE S J, SMITH M S, et al. Investigation of the second-mode instability at Mach 14 using calibratedschlieren [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, 845: R2. doi: 10.1017/jfm.2018.269
- [8] KENNEDY R E, LAURENCE S J, SMITH M S, et al. Visualization of the second-mode instability on a sharp cone at Mach 14 [C]//2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting, Kissimmee, Florida. Reston, Virginia: AIAA, 2018. doi: 10.2514/6.2018-2083
- [9] HUNTLEY M, SMITS A. Transition studies on an elliptic cone in Mach 8 flow using filtered rayleigh scattering [J]. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2000, 19(5): 695-706. doi: 10.1016/s0997-7546(00)00130-8
- [10] HUMBLE R A, PELTIER S J, BOWERSOX R D W. Visualization of the structural response of a hypersonic turbulent boundary layer to convex curvature [J]. *Physics of Fluids*, 2012, 24(10): 106103. doi: 10.1063/1.4944657
- [11] 冈敦殿. 低噪声条件下超声速/高超声速边界层转捩及钝舵绕流实验研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2017. GANG D D. Low noise experimental investigation on supersonic/hypersonic boundary layer transition and flow over blunt fins [D]. Doctor, National University of Defense Technology, 2017. (in Chinese)
- [12] 付佳, 易仕和, 王小虎, 等. 高超声速平板边界层流动显示的试验研究 [J]. *物理学报*, 2015, 64(1): 168-173. FU J, YI S H, WANG X H, et al. Experimental study on flow visualization of hypersonic flat plate boundary layer [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(1): 168-173. (in Chinese) doi: 10.7498/aps.64.014704
- [13] ZHAO Y X, YI S H, TIAN L F, et al. Supersonic flow imaging via nanoparticles [J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2009, 52(12): 3640-3648. doi: 10.1007/s11431-009-0281-3
- [14] HE L, YI S H, ZHAO Y X, et al. Visualization of coherent structures in a supersonic flat-plate boundary layer [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2011, 56(6): 89-94. doi: 10.1007/s11434-010-4312-z
- [15] CHEN Z, YI S H, TIAN L F, et al. Flow visualization of supersonic laminar flow over a backward-facing step via NPLS [J]. *Shock Waves*, 2013, 23(4): 299-306. doi: 10.1007/s00193-012-0378-7
- [16] CHEN Z, YI S H, HE L, et al. An experimental study on fine structures of supersonic laminar/turbulent flow over a backward-facing step based on NPLS [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2012, 57(6): 584-590. doi: 10.1007/s11434-011-4888-y
- [17] YI S H, HE L, ZHAO Y X, et al. A flow control study of a supersonic mixing layer via NPLS [J]. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2009, 52(12): 2001-2006. doi: 10.1007/s11433-009-0301-0
- [18] TIAN L F, YI S H, ZHAO Y X, et al. Study of density field measurement based on NPLS technique in supersonic flow [J]. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2009, 52(9): 1357-1363. doi: 10.1007/s11433-009-0180-4
- [19] QUAN P C, YI S H, WU Y, et al. Experimental investigation on the effects of swept angles on blunt fin-induced flow [J]. *AIAA Journal*, 2015, 53(9): 2805-2810. doi: 10.2514/1.J053988
- [20] 陈植, 易仕和, 朱杨柱, 等. 强梯度复杂流场中的粒子动力学响应试验研究 [J]. *物理学报*, 2014, 63(18): 461-472. CHEN Z, YI S H, ZHU Y Z, et al. Experimental study on dynamics of particles in the flow field with intensive gradients [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(18): 461-472. (in Chinese) doi: 10.7498/aps. 63. 188301
- [21] 刘小林, 易仕和, 牛海波, 等. 高超声速条件下7°直圆锥边界层转捩实验研究 [J]. *物理学报*, 2018, 67(17): 175-186. LIU X L, YI S H, NIU H B, et al. Experimental investigation of the hypersonic boundary layer transition on a 7° straight cone [J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(17): 175-186. (in Chinese) doi: 10.7498/aps.67.20180531
- [22] 刘小林, 易仕和, 牛海波, 等. 激光聚焦扰动作用下高超声速边界层稳定性实验研究 [J]. *物理学报*, 2018, 67(21): 254-265. LIU X L, YI S H, NIU H B, et al. Influence of laser-generated perturbations on hypersonic boundary-layer stability [J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(21): 254-265. (in Chinese) doi: 10.7498/aps.67.20181192

文章编号: 0258-1825(2020)02-0355-13

高超声速边界层转捩预测中的关键科学问题 ——感受性、扰动演化及转捩判据研究进展

苏彩虹*

(天津大学 机械学院 高速空气动力学研究室, 天津 300072)

摘要:随着临近空间高超声速飞行技术的发展,预测高超声速边界层转捩位置的需求变得越来越迫切。由于高超声速实验很难做,不可能做得很多,因此像低速飞行器那样的半经验预测方法恐怕很难可靠地实现。为此,需要理解转捩所包含的关键物理过程,在此基础上,发展基于物理机理的转捩预测方法。目前,对于高超声速边界层,转捩预测的不确定性主要来自于转捩过程的一“头”一“尾”,即感受性和转捩判据。本文将分别介绍这两方面的最新研究进展和尚存在的问题,特别是有关圆锥边界层具体的感受路径和横流转捩的机理。之后,讨论了在边界层扰动演化方面的问题,包括 e^N 方法在三维边界层中的积分策略,及在高超声速边界层中遇到的第一模态到第二模态的模式转换问题。最后,总结了在完善转捩预测方法上面临的问题和挑战。

关键词:高超声速;转捩;线性稳定性; e^N 方法

中图分类号:O357.4

文献标识码:A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0056

Progress in key scientific problems of hypersonic boundary-layer transition prediction: receptivity, evolution of disturbances and transition criterion

SU Caihong*

(Laboratory for high-speed aerodynamics, School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: With the development of hypersonic flight technology in the near space, accurate prediction of the transition location of hypersonic boundary layers is highly desired. Due to the difficulty of implementing hypersonic experiments, there is no enough experimental data to realize a semi-empirical method of transition prediction for high-speed flight vehicles as reliably as their low-speed counterparts. For that purpose, the physical process of transition needs to be understood more thoroughly, and based on which, a reasonable transition prediction method can be established. So far, for hypersonic boundary layers, the main uncertainties of transition prediction come from the first stage and the last stage of the transition respectively, i. e. the receptivity and the criterion of transition. This paper presents the recent progress and the problems remained in these two aspects, including the specific path in receptivity of a blunt cone boundary layer and the physical mechanism involved in transition induced by cross flow. For the stage of evolutions of disturbances, the integral strategy in applying e^N method to the three-dimensional boundary layer, and the intermodal exchange between the first mode and second mode encountered in hypersonic boundary layers are discussed. In conclusion, the problems and challenges are summarized for the improvement of transition prediction method based on linear stability theory.

Keywords: hypersonic; transition; linear stability; e^N method

收稿日期:2020-02-16; 修订日期:2020-03-30

基金项目:国家自然科学基金(11872270,11472188,91952202)

作者简介:苏彩虹*(1979-),女,内蒙古包头人,教授,研究方向:流动稳定性和转捩. E-mail:su_ch@tju.edu.cn

引用格式:苏彩虹.高超声速边界层转捩预测中的关键科学问题——感受性、扰动演化及转捩判据研究进展[J].空气动力学学报,2020,38(2):355-367. doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0056 SU C H. Progress in key scientific problems of hypersonic boundary-layer transition prediction: receptivity, evolution of disturbances and transition criterion[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 355-367.

0 引言

层流-湍流转捩是流动从有序到无序的演化过程,与湍流问题一道,构成流体力学乃至经典物理学中尚未解决的重大基本科学问题。在高超声速条件下,湍流状态下的壁面摩阻和热流比层流状态下大得多,需要准确地预测转捩发生的位置,才能准确计算气动力和合理设计热防护系统。因此,对于长时间在大气层中飞行的高超声速飞行器,边界层的转捩预测是飞行器设计中必须考虑的问题^[1-2]。

早在 20 世纪 50 年代,由于大型民用客机的发展,转捩问题便受到了航空技术界的重视。当时有人提出基于线性稳定性理论(LST)的转捩预测方法,即 e^N 方法,在当时对转捩问题研究的不够深入条件下,结合实验和经验提出的转捩判据,进行转捩预测。迄今为止,该方法仍然在航空界广泛应用。然而,对于临近空间高超声速飞行器,由于实验很难做,即使要用半经验的方法,也很难取得足够的实验数据用以确定相关参数。而且,在新的飞行参数条件下,原有的方法常常不能给出合理的结果。直到 2006 年, Bertin 和 Cummings^[3] 在 Annual Review of fluids 发表的综述文章中仍引用 NASA 首席科学家 Bushnell 在 1997 年的话:“历史上人类在预测所有高超声速(甚至超声速)飞行器的转捩时几乎从来没有成功过”^[4]。

想要对转捩位置进行可靠预测,最合理的方法是从科学上弄清楚转捩所包含的关键物理过程中的规律。目前一般认为,转捩发生的本质是,飞行器的边界层在外界扰动的激励下产生了以不稳定波形式出现的扰动,扰动的演化结果会使得流动状态发生改变,即从层流转为湍流。高空中背景湍流度较低,飞行器表面边界层发生的转捩是由小扰动引起的自然转捩。如图 1 所示,其过程包含以下三个具有不同特征的阶段:(1) 感受性;(2) 扰动波的线性增长;(3) 非线性演化和 breakdown 至湍流。其中,感受性指的是外界扰动如何激发边界层中的不稳定波;激发出的扰动波在阶段(2)中经历较长的线性增长过程,小幅值扰动波的持续增长是转捩能够发生的内在机理;在阶段(3),扰动波的演化不再是线性的,非线性演化最终使流动突变为湍流。因此,想要完全从理论上预测转捩,需要回答以下三个方面的问题:(1) 外界扰动是如何激发边界层中不稳定波的? 更具体地,在何处激发,幅值为何?(2) 边界层中的不稳定波是如何发展和演化的?(3) 扰动波演化到何种程度转捩发生,即转捩的机理如何? 可用于转捩预测的判据是什么?

以上三个方面的问题就是转捩预测中需要解决的基本问题,即感受性、扰动演化、转捩机理和判据。其中第二个问题是研究得最早和最充分的,有成熟的线性稳定性理论^[5]可以用于描述小扰动的线性演化。对于二维低速流动,已无原则上的困难。但是,在高超声速边界层的实际应用中还存在一些新的挑战。2015 年,罗纪生^[6]从边界层转捩的基本过程出发,对高超声速边界层转捩研究中涉及的几个关键科学问题做了很好的综述。与高超声速飞行器转捩有关的综述可见文献^[7,8]。

本文以发展基于物理机理的转捩预测方法所包含的科学问题为主线,重点介绍了在感受性、转捩机理及判据方面的最新研究进展及主要面临的挑战,最后讨论了 e^N 方法在高超声速边界层计算扰动演化时遇到的问题。

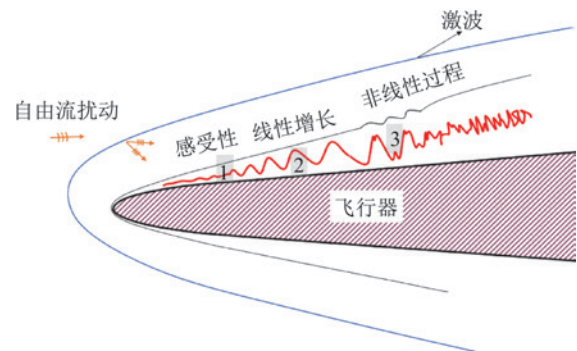


图 1 飞行器表面边界层的转捩过程示意图

Fig.1 Sketch of transition process of a boundary layer on a flight vehicle

1 基于科学问题的转捩预测方法

基于科学问题的转捩预测需要研究引言中提到的三个方面的问题。目前熟知的 e^N 方法,是基于线性稳定性理论,通过描述扰动的线性演化,并结合一定的转捩判据来预测转捩。以二维问题为例,根据线性稳定性理论,小扰动可写为

$$q' = \hat{q}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \quad (1)$$

其中, q' 代表任一扰动物理量, $\hat{q}(y)$ 为特征函数,对于空间模式, ω 为实数,代表频率, α 为复数,其实部和虚部分别代表流向波数和增长率。将式(1)代入 N-S 方程的扰动方程中,并将其线性化,就得到所谓的 Orr-Sommerfeld 方程。若给定频率和 x 的位置,求解 O-S 方程可以得到 α 和 $\hat{q}(y)$ 。假设某一扰动在中性点处被激发,初始幅值为 A_0 ,其在下游的幅值演化可写为

$$A = A_0 e^{-\int \alpha_i dx} \quad (2)$$

若不考虑非线性作用,假设转捩发生的阈值是

A_c , 则可确定该扰动幅值达到 A_c 时对应的流向位置。基于模态竞争的思想, 在所有被激发的扰动中, 最先达到 A_c 的扰动是触发转捩的关键扰动, 而其对应的位置即是转捩发生的位置。显然, A_0 与扰动频率有关, 由于 A_0 和 A_c 并不清楚, 在传统的 e^N 方法中, 定义 $N_c = A_c/A_0$, N_c 即为由实验和经验给出的转捩判据。研究表明, 对于马赫数不超过 3.5 的流动, N_c 多取为 9~11^[9-11]。

不难发现, 传统的 e^N 方法所隐含的对感受性的考虑是, 所有频率的扰动波在其中性点处具有相同的初始幅值。这显然是不合理的。由于高超声速边界层中存在多种模态, 流动复杂, 用于确定 N_c 的值的实验和经验也远不如低速流中的多, 很难找到普遍适用的 N_c 值。因此, 假设线性稳定性理论对小扰动演化的描述是准确的, 即边界层非平行性的影响可以忽略(事实证明, 大部分大雷诺数的情况确实如此), 转捩预测方法的不确定性主要来自于转捩过程的一“头”和一“尾”, 即如何确定不稳定波的初始幅值 A_0 和转捩阈值 A_c 。

Su 和 Zhou^[12-14] 在对小迎角圆锥边界层进行转捩预测时, 曾对传统的 e^N 方法做了改进。在改进的 e^N 方法中, 包含两种对感受性的考虑: (1) 对于静风洞或高空飞行的情况, 假设所有频率的扰动都在头部附近激发, 且具有相同的幅值^[12-13], 其大小与自由流扰动幅值相当; (2) 对于回流风洞的情况, 背景扰动主要是实验段上游的风洞壁面湍流边界层发射的声波, 需要考虑慢声波的感受性^[14]。还提出一个转捩判据, 即当边界层内速度扰动的幅值达到自由流速度的 1%~2%, 转捩便发生^[12]。King^[15] 曾对同一实验模型, 分别在静风洞和回流风洞中做转捩实验, 所得结果如图 2 所示。模型为马赫数 3.5 的尖锥, 迎角为 0.6°。横坐标为圆锥周向角度, 纵坐标为转捩雷诺数。显然, 静风洞中的转捩位置比回流风洞中的显著靠后, 并且, 转捩线的形状显著不同。静风洞的转捩线是下凹的, 而回流风洞中的转捩线略微上凸。分别采用改进 e^N 方法对两种情况进行转捩预测, 可以得到与实验吻合很好的转捩结果。需要说明的是, 调整转捩判据的阈值, 只能整体调整转捩的位置, 并不能改变转捩线的形状。这样的比较结果是令人鼓舞的, 这表明能否正确考虑感受性, 关系到转捩预测的成败。

在改进的 e^N 方法中, 对于扰动初始幅值 A_0 和转捩阈值 A_c 的考虑是非常粗略的。为了建立基于科学问题和物理机理的转捩预测方法, 需要系统、细致地研究边界层的感受性, 尽可能准确地给出在边界层中激发的扰动的初始幅值, 而是否能够采用扰动线

性增长的幅值 A_c 作为转捩判据, 且应取何值, 则与转捩机理有关。

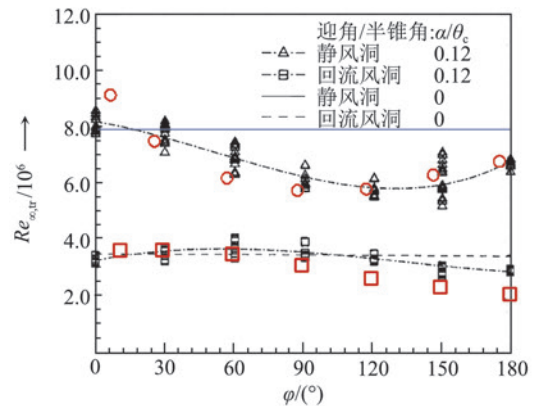


图 2 小迎角圆锥边界层转捩预测与实验结果^[15]的比较 (○为文献[13]中的结果, □为文献[14]中的结果)

Fig.2 Transition prediction of a cone boundary layer with small AOA in comparison of experimental results (○ is from Ref.[13] and □ is from Ref.[14])

2 高超声速边界层的感受性研究

对于三维边界层中横流转捩的情况, 低背景扰动环境下起主导作用的是横流定常涡, 主要由壁面粗糙度激发, 机理相对简单。本节仅讨论二维或轴对称边界层中激发 Mack 模态的情况。

2.1 感受性研究概述

转捩是一个初值问题, 其结果严重依赖于外界扰动。目前, 高空背景扰动的具体情况很难获得, 然而, 均匀来流中的小扰动总能表达成三种基本扰动形式, 即涡波、熵波和声波(包括快声波和慢声波)的线性组合^[16]。因此, 感受性研究需要给出这些基本自由流扰动与边界层内激发的不稳定波之间幅值的定量关系, 即确定感受性系数 Δ 。 $\Delta = A_0/A_c$, 其中, A_0 为自由流扰动的幅值。感受性系数与流动条件有关, 还与具体的感受机理和扰动频率有关。然而, 目前对感受性的研究仍然集中在机理的理解上, 研究成果还远未达到能在转捩预测中实用的程度^[17]。

在感受性机理方面的研究从 20 世纪 80 年代就开始了。对于低速流动, 由于自由流扰动的尺度通常大于边界层内 T-S 波的尺度, 不稳定波通过“尺度转换”机制^[18-19] 被激发。该机制的实现可以是声波与前缘作用^[20-21], 或声(涡)波与壁面粗糙元^[22] 或波纹壁作用^[23]。虽然涡波不能直接进入边界层, 但可以与局部粗糙元引起的边界层外缘的定常扰动相互作用从而激发不稳定波。低速流感受性方面的理论和实验工作可参考 Saric 等^[24] 的综述文章。而高速流中的感受性机理则显著不同。由于自由流扰动的时

和空间尺度与边界层不稳定波的是相当的, Fedorov 和 Khokhlov^[25-26]最先发现, 自由流中的快声波和慢声波可以在前缘处通过“同步机制”分别激发边界层中的快模态和慢模态。快、慢模态在下游的演化过程中可以与 Mack 第二模态“同步”, 将后者激发。这里的“同步”并非真正意义上的同步, 因为对于某个固定的频率而言, 在所谓的“同步点”处, 只能保证外界扰动和边界层模态的相速度的实部相同, 而虚部相差一个小量。

高超声速感受性实验难度很大, 实验结果并不多, 如文献[27]。大量的关于感受性的结果是基于直接数值模拟的, 研究模型包括平板^[28-31]、楔^[32-34]和圆锥^[35-40]等, 内容包括自由流扰动和壁面扰动的感受性, 以及不同因素如钝度、壁面温度的影响规律。相关的综述可参考文献[41-43], 以及吴雪松在周恒等人专著^[44]中撰写的第四章关于感受性的综述。

目前为止, 被理解和接受的高速流动感受性机理和过程基本上就是所谓的“同步机制”。但是, 这些理论工作并没有考虑高超声速流动的主要特征——激波的存在。而事实上, 激波在感受性问题中扮演了至关重要的角色^[17,45]。因为, 直接通过感受性机制激发边界层模态的扰动是激波后的扰动。任意一种自由流中的基本扰动和激波相互作用, 在激波后都会产生包含三种基本扰动的组合^[16-17]。对于钝头体而言, 问题变得更加复杂。脱体激波的激波角从头部开始沿下游逐渐减小, 随着激波角的改变, 激波后产生的扰动类型也不同。考虑到扰动波的波长显著小于激波的曲率半径, 可将激波当成局部平面激波处理, 采用扰动形式的 Rankine-Hugoniot 方程求解自由流扰动和激波作用在激波后产生的扰动情况^[45]。图 3 给出了平面慢声波以零度入射圆锥头激波时激波后的扰动情况示意图^[40]。可见, 激波后不同区域内激发的扰动显著不同。因此, 要理解感受性, 需要回答究竟是哪一区域内的何种扰动通过何种机制最终激发了不稳定波。

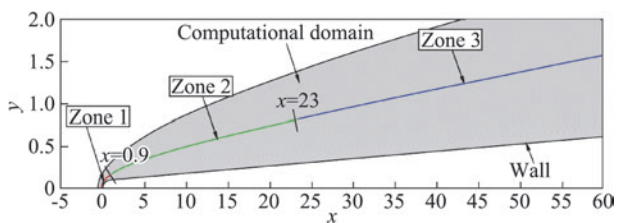


图 3 激波后扰动情况示意图 (Zone 1: 快声波, 熵、涡波; Zone 2: 熵、涡波; Zone 3: 慢声波, 熵、涡波)^[40]

Fig.3 Three zones behind the shock

(Zone 1: fast acoustic wave, entropy and vorticity wave;

Zone 2: entropy and vorticity wave;

Zone 3: slow acoustic wave, entropy and vorticity wave)^[40]

采用直接数值模拟方法可以考虑激波的影响, 但是对于大部分数值模拟研究而言, 例如文献[28-39], 都是以激波前的外界扰动为输入, 边界层内的不稳定波为输出, 尽管能够得到感受性系数的具体数值, 但实际上, 在激波后产生的声波、涡波和熵波中, 究竟是哪一种扰动最终引发边界层中的扰动波是不清楚的。因此, 整个感受过程就好像被关在一个“黑箱子”里, 无法了解具体的感受路径。近年来, 为了使感受性计算尽可能地贴近真实的情况, Balakumar 等在感受性的数值模拟中, 采用实验测得的外界扰动频谱构造来流扰动^[38], 或以波纹壁散射的声波作为初始扰动, 用来模拟实际中风洞壁面辐射的背景扰动^[39]。这样并不能对理解真正的感受过程有所帮助, 也无法回答究竟是激波后的何种扰动通过何种路径激发了可能触发转捩的不稳定波。因此, 需要打开感受性的“黑箱子”, 理解真正的感受过程。

2.2 打开感受性的“黑箱子”

我们设想出一种打开“黑箱子”的方法^[40,46], 在激波后选择一个计算域(以下简称为“子计算域”), 分别以激波后的某一种扰动波作为输入扰动, 进行数值模拟, 以分析其具体的感受过程。以钝头圆锥的感受性问题为例, 子计算域如图 4 所示, 激波后的某一种扰动可以在其入口或上边界引入, 将所得结果与基准算例进行比较。基准算例是指采用类似文献[30-39]的方法, 在激波前引入自由流扰动, 对整个感受性过程进行的直接数值模拟。仍以慢声波入射的情况为例, 子计算域的上边界取在图 3 所示的 Zone 3 中, 则包含的主要扰动为从激波传过来的慢声波。入口则一般包含了边界层内激发的快模态(由头部激波后的快声波激发), 以及边界层外熵层中的扰动。两者可以借助线性稳定性理论分析进一步区别, 具体方法可参考文献[46]。研究发现^[40], 对于频率较低的第一模态波的激发, 激波后的慢声波起主导作用。图 5 给出的脉动密度的等值线图显示了激波后慢声波激发边界层内不稳定波的过程。由于慢声波的相速度与第一模态接近, 感受性激发的机制是所谓的“同步”机制。

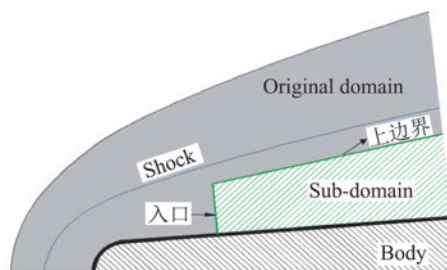


图 4 子计算域示意图^[46]

Fig.4 Schematic diagram of sub-domain^[46]

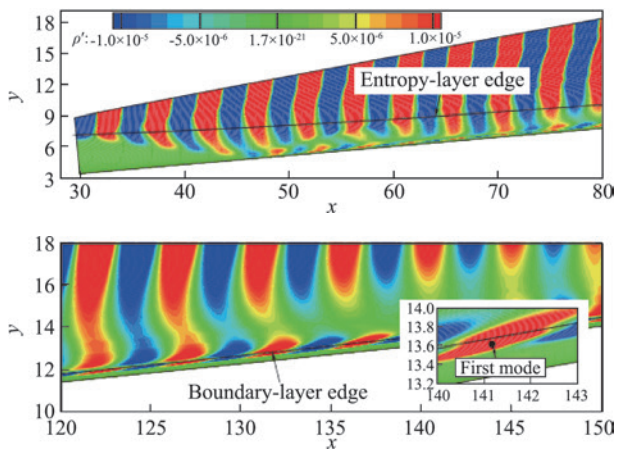
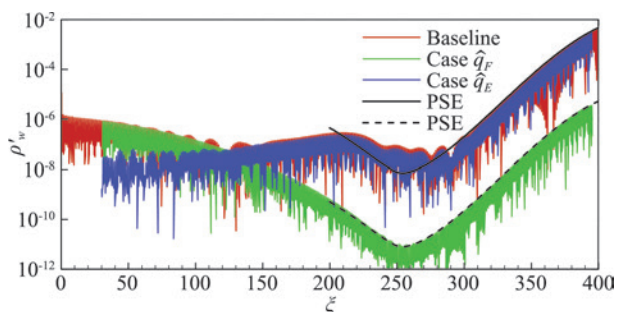
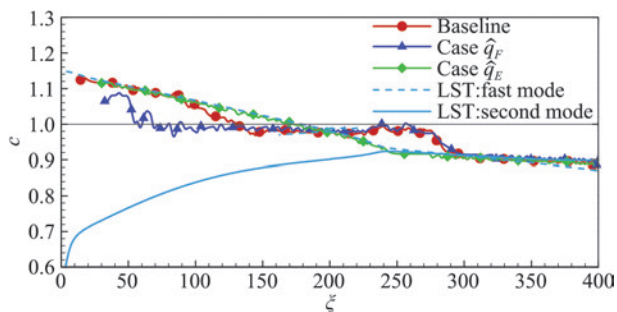


图 5 脉动密度等值线图^[40]
Fig.5 Contour of fluctuating density^[40]

采用类似的方法研究第二模态的感受性^[46],发现激波后的慢声波几乎没有作用,起主导作用的是熵层中的扰动。如图 6(a)和(b)所示,Baseline 为基准算例,Case \hat{q}_F 和 Case \hat{q}_E 分别表示在子计算域的入口引入快模态和熵层中的扰动。在下游都激发了第二模态,显然,熵层中的扰动对第二模态激发起主导作用。并且,激发过程揭示了一种不同于“同步”的全新的感受机制。从图 6(b)可见,熵层中扰动的相速度基本上在 1 左右,而第二模态的相速度为 0.9 左右,在没有“同步”的情况下,后者被激发。这种新的感受机制有待于开展相应的理论工作进一步理解和认识。由于头部激波后的扰动情况复杂,目前并不清楚熵层



(a) 壁面压力脉动



(b) 相速度图

图 6 第二模态波的激发过程^[46]
Fig.6 Excitation of the second mode^[46]

中扰动的具体来源。但显然,理解在感受性中起主导作用的扰动,将有利于帮助建立可用于转换预测的感受性模型。

3 转换判据与转换机理

3.1 Mack 模态的转换判据及转换机理

前面曾提到,在改进的 e^N 方法^[12-13]中,转换判据取为速度扰动幅值达到自由流速度的 1%~2%。提出这个判据的依据是,大量的关于 T-S 波/Mack 模态导致转换的直接数值模拟结果显示,当扰动增长到一定程度,非线性作用会激发更多的高阶波,转换便发生。另一方面,不少数值模拟结果表明,非线性作用在基本扰动波幅值达到 1%~2%时开始变得明显起来^[47]。事实上,1%~2%的数值并不是绝对的,与扰动具体的演化情况有关。问题的关键是,以扰动线性演化的幅值作为转换判据是否是合理的,即 e^N 方法忽略非线性作用是否会成为该方法的重要缺陷。

对于高超声速边界层,二维的 Mack 第二模态是最不稳定的。但是,它本身并不导致转换,而是通过非线性作用促使三维扰动快速增长。有关非线性作用的理论研究表明^[48],存在亚谐共振、基本波共振和锁相位模态作用三种。2019 年 Wu^[49]在对非线性理论的综述文章中指出,理论分析揭示了一种所谓的“催化效应”,即线性增长最强的模态,在其幅值达到一定阈值时,三维波快速增长,而它本身仍然保持线性特征。数值计算也证明了这一点^[47]。例如,图 7 给出了由非线性 PSE 方法(该方法的验证可参考文献^[50])计算的马赫数为 6 的平板边界层中扰动演化的情况(算例来自于文献^[47])。入口扰动为一个二维的第二模态波(2,0)和一对等幅值的三维斜波(1,1)和(1,-1)。图中标出的转换位置对应于壁面摩擦系数曲线抬升的位置。可见,在转换前,非线性作用促使高次谐波快速增长,而(2,0)的幅值演化曲线与 LST 的结果始终是相近的。

判据的合理性还与转换机理有关。T-S 波/Mack 模态导致的转换有个显著的特点,即非线性作用开始之后的转换过程具有突变的性质。其内在机理最早在 2005 年由 Luo 等^[51]在平面槽道流中进行了研究,后来扩展到不可压平板边界层^[52]、超声速平板^[53-54]、圆锥边界层^[55]。读者也可参考罗纪生的综述文章^[6]和周恒等的专著^[44]。对于高速边界层,研究发现^[53-55],在壁面摩擦曲线抬升的过程中,非线性作用对平均流剖面进行修正,修正后的平均流使得边界层中高频扰动的不稳定区缩小,而与此同时,低频扰动的不稳定区迅速放大,进一步修正平均流,促进

更多低频扰动的增长,形成一种正反馈机制。这种机制使扰动呈现爆发式的增长,快速促发转捩。Zhu 等在实验^[56]中也观察到了类似的现象。

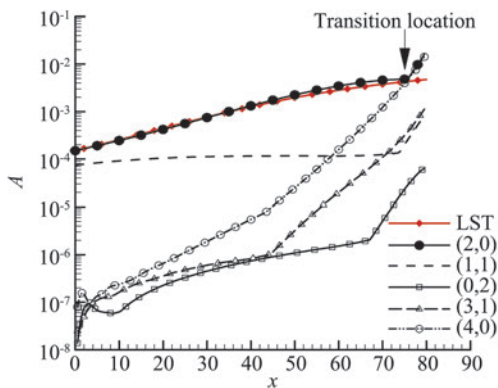


图7 非线性PSE计算的扰动增长情况

Fig.7 Evolutions of disturbances computed by nonlinear PSE

此外,由北约科学技术组织 NATO STO AVT-240 开展的国际联合研究项目——“高超边界层转捩预测”,涉及到4个国家的11座高超声速风洞,以细长锥第二模态转捩为主要研究对象,马赫数从5到14,单元雷诺数从 1.5×10^6 到 1.6×10^7 。实验结果表明^[57-58],对于第二模态主导的高超声速圆锥边界层的转捩,以第二模态扰动幅值为基础的转捩判据在很大的参数范围内是适用的。文章认为^[58],转捩预测方法的改进更有可能通过联系风洞设备中的背景噪声得到。这与 Wu^[49]的观点一致,认为感受性的考虑对转捩预测方法结果影响更大。因此,综合来看,尽管 e^N 方法长期以来被诟病没有考虑扰动波之间的非线性作用,但是,其带来的影响远不如忽略感受性的大。换句话说,以扰动线性增长的幅值作为转捩判据是具有一定的物理依据的。

3.2 横流转捩的机理

相比 T-S 波/Mack 模态主导的转捩,横流的转捩预测面临的挑战更大。对于一般的三维边界层,外缘流线弯曲,压力在与流线垂直的方向上存在梯度,引起边界层内的相应流动,即横流。图8给出了横流速度剖面的示意图。由于横流速度剖面存在拐点,具有很强的无黏不稳定性,存在定常横流涡和横流行进波两种不稳定的横流涡。前者对壁面粗糙度非常敏感,很容易被激发,被证实在低背景环境下起主导作用^[59]。横流转捩预测最大的困难是,目前并没有可用的基于物理的转捩判据。很多横流的转捩预测采用的仍是基于 RANS 框架下的转捩模式的方法,例如文献^[60-61],也有的直接借用 e^N 方法中的 N 判据^[62-63],但是,后面会说明,这样的判据是值得怀疑的。

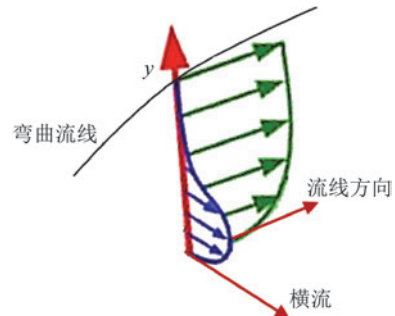


图8 横流速度剖面示意图

Fig.8 Sketch of velocity profiles of cross flow

与 T-S 波/Mack 模态主导的转捩过程的显著区别是,横流转捩有着非常长的非线性过程。横流定常涡或行进波经历线性放大后,会发生非线性饱和。非线性饱和过程很长,在此过程中,扰动幅值变化非常缓慢。非线性作用修正平均流,使之发生二次失稳,最终二次失稳波的快速增长促使转捩发生。通常,转捩位置与开始发生非线性饱和的位置有相当长的距离。因此,直接借用 e^N 方法的判据,采用首次失稳波线性演化幅值作为转捩判据是不可行的^[64-68]。

由于二次模态出现“爆发式”增长,其激发预示着转捩将快速发生,有人认为可以用二次模态开始激发的位置作为转捩位置^[64,66]。Malik 等^[67]发现,可以将二次失稳波的线性演化幅值与转捩位置联系起来作为转捩判据。Li 等^[69]在后掠翼的转捩预测上使用了该方法。然而,这样带来的困难是,在转捩预测时,除了需要给出首次失稳波的幅值外,还需要对二次模态进行计算,且多个二次模态的出现会为转捩预测带来额外的不确定性。更重要的是,这样的转捩判据无法给出转捩区壁面摩擦系数抬升及对阻力的影响等信息^[70-71]。

以上都是基于低速流得到的研究成果。尽管不少研究表明^[72],高速流与低速流中的横流转捩存在着本质上的相似之处,但是也有显著的差别。最近, Kocian 等^[72]在对 NATO STO AVT-240 项目中的高超声速横流不稳定性的工作做总结时提到,实验发现^[73-74],在高超声速流中,在横流涡开始饱和时,便测量到了类型 I(Z 模态)的二次模态,且并不像低速流中那样表现出“爆发式”的增长。具体原因还不清楚。

高超声速横流问题具有代表性的模型是椭圆锥和有迎角圆锥。在转捩过程中,Mack 模态和横流失稳同时存在且相互影响,转捩机制非常复杂。目前,尽管在实验方面已经有了不少有价值的结果^[73-76],然而,直接数值模拟计算转捩过程计算量非常大,因此大部分的工作仍主要集中在首次失稳和二次模态的稳定性和演化上^[77-78]。最近,中国空气动力研究与发

展中心的陈坚强团队对有迎角圆锥的转捩问题开展了 15 亿网格的超大规模的直接数值模拟(私人通讯)。总的来说,对高超声速横流边界层实现基于物理机理的转捩预测,还有相当长的距离。理解横流转捩过程的机理是迫切需要解决的问题。

为此,可先针对一个构型相对简单的情况,研究其内在机理,弄清楚其与 Mack 模态转捩机理的区别和联系。韩宇峰等^[79-80]以马赫数为 6 的后掠钝板为研究对象,研究了横流的转捩机理。他们采用直接数值模拟方法计算了从定常涡开始到非线性饱和,以及引入二次模态后,扰动放大促发转捩的整个过程。图 9 给出了引入二次模态后转捩的过程。可见,二次模态的增长破坏了横流涡的展向周期性,最终促使流动转换为湍流。转捩发生的位置与二次模态的初始幅值和引入的位置有关。如果不引入二次模态,定常涡本身并不会导致转捩发生,但会使壁面摩擦系数 C_f 曲线略有抬升。在图 10 所示的 C_f 曲线中,若不引入二次模态(stationary vortex 的情况), C_f 曲线在 $x=46.25$ 处偏离层流值,但最终会保持在某一数值上。而对于引入二次模态的情况(用 secondary modes 表示), C_f 曲线在 $x=52.5$ 处偏离饱和横流涡对应的值,继续抬升,流动最终转换为湍流。

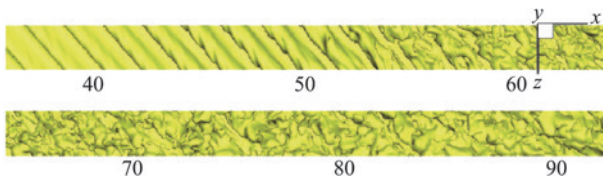


图 9 流向速度等值面图 ($u=0.55$)^[79]

Fig.9 Iso-surface of streamwise velocity ($u=0.55$)^[79]

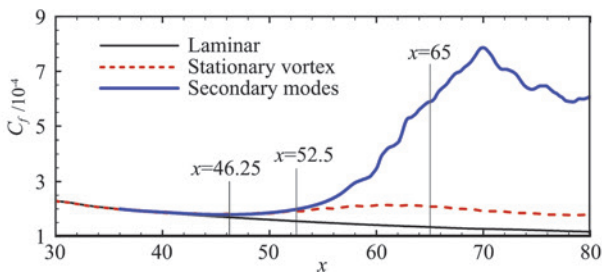


图 10 壁面摩擦系数曲线^[80]

Fig.10 Wall friction coefficient^[80]

借鉴研究 Mack 模态转捩机理的方法,采用线性稳定性理论分析 C_f 曲线抬升过程中平均流的不稳定区,如图 11 所示。图 11(a~d)对应于从 $x=46.25$ 到 $x=52.5$ 的 C_f 曲线首次抬升过程,图 11(e~h)对应于从 $x=52.5$ 开始 C_f 曲线继续抬升直至最终促发湍流的过程。在首次抬升过程中,不稳定区显著扩大,意味更多频率范围的扰动会被放大。这是因为,此

时二次模态幅值还比较小,横流涡起主导作用。定常涡对平均流的修正产生了新的拐点,且拐点逐渐增强,不稳定区明显扩大。但从 $x=52.5$ 开始,引入二次模态的情况(图中 secondary modes 的情况)不稳定区逐渐下移,同时低频的不稳定区显著扩大,如图 11(f)所示,意味着高频扰动受到抑制,更多的低频扰动被放大。在 $x=62.5$ 处还发现了不止一种模态,这些扰动快速修正平均流,使之变为湍流剖面。在 $x=65$ 处,

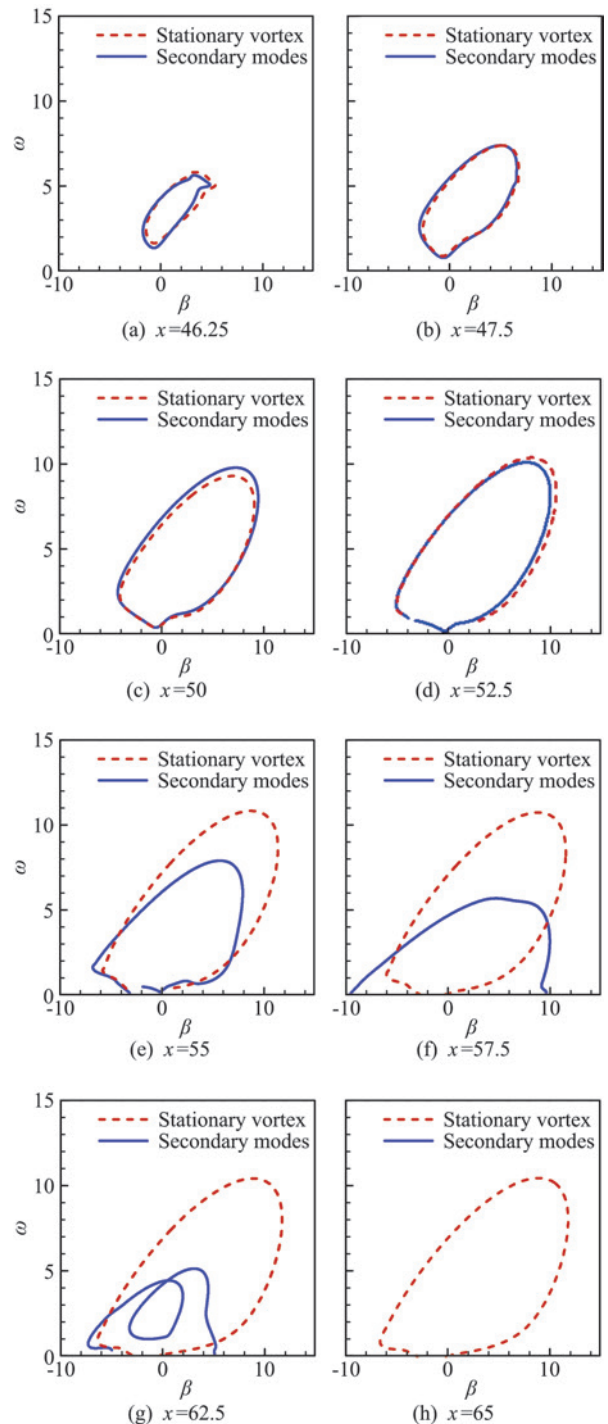


图 11 横流转捩过程中平均流的不稳定区^[80]

Fig.11 Unstable region of distorted mean flow in transition induced by cross flow^[80]

剖面已经接近于湍流,找不到不稳定区,说明转捩已经完成。

以上结果表明,横流的转捩过程比 Mack 模态的转捩更加复杂。但是,两者之间有着一种内在的联系。即在转捩发生的关键阶段(图 10 和图 11 中从 $x=52.5$ 到 $x=65$),都会发生高频扰动受到抑制、低频扰动迅速放大的现象。放大的低频扰动快速修正平均流,最终促使转捩发生。上述机理还有待于在更多的算例中进行验证。同时,需要通过大量参数研究,探寻 C_f 曲线首次抬升和二次抬升与扰动波幅值之间的联系,探索可能的转捩判据。

4 高超声速边界层中扰动波的演化

边界层不稳定性及不稳定波在超及高超声速边界层中的演化在过去很多年已经进行过充分的研究,此处只讨论两个在实际中应用 e^N 方法计算扰动波演化时遇到的问题。

4.1 e^N 方法在三维边界层中的应用

对于三维不稳定波, O-S 方程增加了两个未知数, β_r 和 β_i , 分别表示展向波数和展向增长率。因此,需要补充条件才能唯一地确定 α 和 β 。此外,不像二维情况那样,可以简单地向下游积分,在三维边界层中,还需明确扰动传播的方向,即积分的路径。

Malik^[81] 曾采用时间模式的思想,将 α 和 β 用波角 $\phi = \tan^{-1}(\beta/\alpha)$ 联系起来,利用群速度将增长率转换为空间模式。为了提高效率,计算时对波角迭代,得到最大的增长率进行积分。由于很多问题中扰动增长方向主要在流向上, Mack^[82] 建议,假设扰动波沿展向不增长,即 β 为实数,在积分过程中保持 β 为常数。事实上,若对每一个频率所有可能的 β 都进行计算,计算量很大,在实际中应用时很不方便。Cebeci 和 Stewartson^[83] 从复变函数的角度,研究一个波包的演化,提出鞍点法,即用 $(\partial\alpha/\partial\beta)_i = 0$ 确定展向波数,沿着扰动传播的群速度方向,即 $\phi = \text{atan}(-\partial\alpha/\partial\beta)_r$ 进行积分。结合 β 为实数的假设,即转变为迭代 β , 寻找 α_i 的极小值(代表最不稳定波的波),计算大大简化,被广泛采用^[12-14, 84-85]。Su^[86] 采用数值模拟方法证明了该方法所代表的物理内涵。如图 12 所示,鞍点法实际上跟随的扰动传播方向是波包波峰的演化方向,积分得到的幅值是波包峰值。于高通等^[87] 证明了扰动波波数 α 和 β 并不是相互独立的,推导出了它们满足的相容关系,从而给出了 β 为实数的理论根据。Zhao 等^[88] 在此基础上提出了射线跟踪法, Song 等^[89] 推导了在三维边界层中沿着扰动波群速度方向的广义增长率的守恒关系,从理论上进一步完善了

e^N 方法在三维边界层中的应用。

从准确预测扰动演化的角度来讲,好的积分策略应尽可能接近真实的情况(例如 DNS 结果),但同时还受到计算量的限制。若计算量太大则无法在工程中使用。此外,由于 LST 本身的局限性,其对小扰动在三维边界层中演化的描述是近似的,这种近似带来的不确定性有时可以和转捩判据带来的不确定性一并处理。

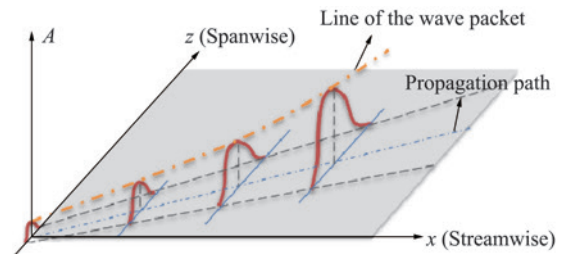


图 12 采用鞍点法的积分策略的物理含义
Fig.12 Physical meaning of using saddle point method as integral strategy

4.2 第一模态与第二模态的模式转换

在高超声速边界层中,常常同时存在不稳定的第一模态和第二模态。第一模态即本文在感受性部分提到的慢模态。若在可能发生转捩的区域内,两个模态不稳定波的频率范围始终是分开的,前面提到的方法可以分别应用于两个模态,寻找最先达到转捩阈值的扰动预测转捩。但是,如图 13 那样的情况,低频的第一模态会在下游通过模式转换激发第二模态。此时,应用 e^N 方法会遇到困难。

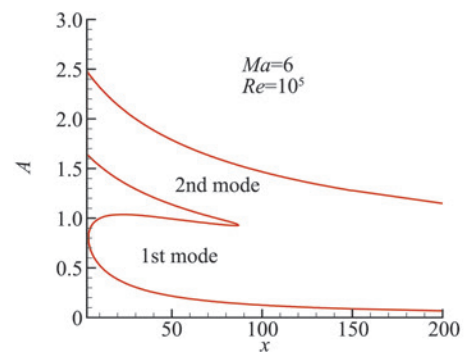


图 13 平板边界层第一、第二模态的中性曲线
Fig.13 Neutral curves of 1st and 2nd modes in a flat plate boundary layer

前面曾提到,边界层中的慢声波在向下游的传播过程中,会与第二模态“同步”而将后者激发。由于模式转换与第二模态的生成有关,通常在感受性的研究中受到关注^[6, 43]。但这实质上并不是边界层扰动对外界扰动的响应问题,而是扰动在边界层内的演化问题。根据 Fedorov 等^[26] 的研究,在“同步”点附近,边界层的非平行性扮演了非常重要的角色。因此,忽略

非平行性的线性稳定性理论无法正确描述从第一模态发展到第二模态的幅值演化过程。图 14 给出了一个第一模态波在平板边界层中演化为第二模态波的例子。在 $x=0$ 处引入的是第一模态波，在下游激发了不稳定的第二模态波。可见，LST 明显地低估了第二模态波的幅值，而考虑非平行性的 PSE 可以给出和 DNS 吻合很好的结果。

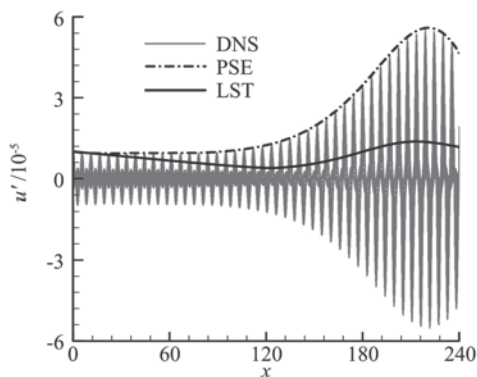


图 14 不同方法给出的扰动演化结果

Fig.14 Results of evolutions of disturbance obtained by different methods

采用 PSE 代替 LST 进行转捩预测似乎可以解决上述问题。事实上，有不少采用 PSE 预测转捩的工作^[50,90-91]。例如，在无限翼展后掠翼边界层的转捩预测中，Cebeci 等^[91]曾建议由 LST 给出初值，用 PSE 进行扰动演化的计算。但是，由于 PSE 不是特征值问题，除了求解时需要给出上游条件外，确定扰动波的演化方向也是一个非常困难的事情，特别在三维复杂边界层中。有人提出 PSE-3D^[92-93]，可沿流向推进，但需要在展向和法向求解二阶偏微分方程，这样计算量太大，难以用于实际的转捩预测中。于高通等^[94]提出 EPSE 方法，将问题转变为局部特征值问题，能够考虑形状函数沿流向变化。韩宇峰等^[95]对该方法进行了进一步的改进，提高了其计算精度。但是，大量的测试表明，EPSE 的鲁棒性不如 LST，并不能全面取代 LST。

目前，对于实际的转捩预测问题，并没有好的办法来解决模态转换的问题。苏彩虹等^[96]曾研究了超声速平板边界层中快模态到第二模态的模态转换，或许提供了一种考虑模态转换的可能思路。定义模态转换系数 $\Gamma = A_0/A_F$ 和模态转换区间 Δx ，其中， A_F 为中性点上游某处快模态的幅值， A_0 为在第二模态下支界处激发的等效幅值。通过 DNS 或 PSE 方法，可确定 Γ 和 Δx 。研究表明，经过适当的变换^[96]，模态转换系数随频率的变化曲线对于不同壁面温度的边界层可以重合在一起，可采用公式进行拟合。因

此，考虑到模态转换，扰动的幅值演化可以修正为：

$$A = A_F \Gamma e^{-\int_{x_N}^{x-\Delta x} \alpha, dx} \quad (3)$$

由于快模态总是衰减的，慢模态有可能是增长的，显然后者到第二模态的模态转换更加复杂。目前在这方面的研究还有待于进一步深入。

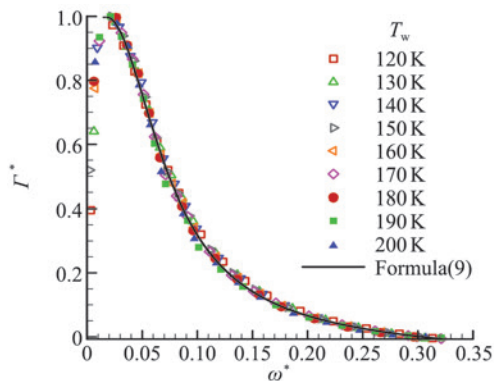


图 15 不同壁面温度条件下的 $\Gamma^* \sim \omega^*$ 曲线^[96]

Fig.15 The relation between Γ^* and ω^* in different wall temperature conditions^[96]

5 总结和讨论

随着临近空间高超声速飞行技术的发展，预测高超声速边界层转捩位置的需求越来越迫切。由于高超声速实验很难做，不可能像低速飞行器那样，有足够的实验数据支撑半经验的预测方法。为此，需要理解转捩所包含的关键物理机理，发展基于物理机理的转捩预测方法。本文介绍了高超声速边界层转捩预测中的关键科学问题，即感受性、扰动演化及转捩判据近年来的研究进展，由于问题本身的复杂程度，基于物理机理的转捩预测仍面临着很多挑战。

(1) 对于高超声速边界层中 Mack 模态主导的转捩，以线性稳定性理论为基础的预测方法，即所谓的 e^N 方法正在从两个方面向更加理性化的方向发展和完善。一是，充分地考虑感受性，二是，基于物理的转捩判据。尽管 e^N 方法忽略了扰动波的非线性作用，以不稳定波线性演化的幅值为转捩判据，这样带来的误差要远比忽略感受性小得多。感受性的考虑对高超声速边界层的转捩预测至关重要。

(2) 在高超声速边界层中，被理解和接受的经典的感受性理论是所谓的“同步机制”。然而，该理论并没有考虑激波——这一高超声速流动关键特征的存在。而实际上，激波在感受性中扮演着非常重要的作用，因为激波后产生的扰动是真正进入边界激发不稳定波的扰动。从理论研究的角度，有待于探索和理解考虑激波影响的新的感受性机制。此外，过去大部分感受性的数值模拟工作将边界层看作一个系统，以外

界扰动波作为输入,边界层的不稳定波为输出,真正的感受性过程被关在一个“黑箱子”里。近期的研究表明,打开“黑箱子”可以更深层次的揭示和理解感受性的内在机理。然而,另一个值得注意的问题是,过去研究得最多的是对声波的感受性,但高空并没有发声的声源,因此今后需多关注对涡波或熵波的感受性。而尽管之前有柱状涡的感受性研究^[33],但这是极特殊的情况,并不符合实际情况。因此,对于更一般的情况,例如平面涡波的感受性问题(这并非单纯的二维问题),还有待于研究。目前已经知道打开感受性“黑箱子”的方法,理解了自由流扰动激发不稳定波的具体路径,涡波的感受性研究可以在此基础上进行,不必从头开始。

需要说明的是,即使完全理解了感受机理,在不清楚背景扰动的情况,也无法做出准确的转捩预测。因此,还需要尽可能理解飞行环境中背景扰动的情况。但是,周恒和张涵信在2017年发表的文章中指出,这是非常困难的事情^[97]。首先,不可能做足够多的飞行实验,特别是,不可能把未来所有可能飞行的空域全部事先测量。其次,所有接触式传感器都要受在其前段产生的激波的影响,如何从激波后的信息还原激波前的信息也是问题。传感器即使在实验室条件下,也只能测得非常有限的信息。目前已有工作将数值模拟和实验测量相结合,旨在全面、深入地理解风洞中的背景噪声情况^[98]。

(3) 与T-S波/Mack模态主导的转捩相比,三维边界层中横流主导的转捩问题还没有被充分的理解。对于横流不稳定性和转捩的认识主要来自于低速流动,尽管不少研究表明,高速流与低速流中的横流转捩存在着本质上的相似之处,但也发现一些显著的差别。近年来,从实验、理论和数值模拟方面,在以有迎角圆锥为典型模型的横流转捩问题上取得很多前所未有的认识^[72],但仍主要集中在首次失稳、二次失稳方面。对于后掠平板的转捩机理有了初步的认识,但是,转捩判据的建立仍面临着很大的挑战,基于物理机制的横流转捩预测还有相当长的距离。

(4) 不稳定波在边界层中的演化似乎是转捩涉及三个科学问题中挑战性最小的。在实际复杂外形的转捩预测中,流动往往是三维的,在二维边界层中的 e^N 积分并不能简单地推广至三维边界层。近年来, e^N 方法在三维边界层的应用得到不断地发展和完善。本文提到的第一模态到第二模态的模态转换问题,是高超声速边界层的转捩预测中常常遇到的问题。由于线性稳定性理论本身的局限性,原有的 e^N 方法不再适用,目前并没有很好的解决方法。更

多细致的研究有待于开展。

转捩是包含众多影响因素的强非线性问题。对于高超声速飞行器,还存在表面凸起物、缝隙、粗糙度等影响,高温真实气体效应、激波边界层干扰等复杂物理现象。本文没有讨论这些干扰因素,这方面的研究和理解无疑会有助于修正转捩预测方法。总之,高超声速边界层的转捩预测未来还有长期艰苦的工作开展。

致谢:感谢天津大学周恒教授指引作者进入高超声速转捩预测这一研究领域,并多年来给予作者极大的支持和鼓励;感谢吴雪松教授长期以来与作者在相关科学问题上的有益的讨论。

参 考 文 献:

- [1] BERTIN J J, CUMMINGS R M. Fifty years of hypersonics: where we've been, where we're going [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2003, 39(6/7): 511-536.
- [2] 叶友达, 张涵信, 蒋勤学, 等. 近空间高超声速飞行器气动特性研究的若干关键问题[J]. *力学学报*, 2018, 50(6): 1292-1310. YE Y D, ZHANG H X, JIANG Q X, et al. Some key problems in the study of aerodynamic characteristics of near-space hypersonic vehicles [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(6): 1292-1310. (in Chinese)
- [3] BERTIN J J, CUMMINGS R M. Critical hypersonic aerothermodynamic phenomena [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2006, 38(1): 129-157.
- [4] BUSHNELL D M. Hypersonic flight experimentation: status and shortfalls; AGARD CP-600 [R]//*Future Aerospace Technology in the Service of the Alliance*. France: Advisory Group for Aerospace Research & Development, 1997.
- [5] MACK L M. Special course on stability and transition of laminar flow [R]. AGARD report, 1984, 709: 1-81
- [6] 罗纪生. 高超声速边界层的转捩及预测 [J]. *航空学报*, 2015, 36(1): 357-372. LUO J S. Transition and prediction for hypersonic boundary layers [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(1): 357-372. (in Chinese)
- [7] 陈坚强, 涂国华, 张毅锋, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与发展趋势 [J]. *空气动力学学报*, 2017, 35(3): 311-337. CHEN J Q, TU G H, ZHANG Y F, et al. Hypersonic boundary layer transition: what we know, where shall we go [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2017, 35(3): 311-337. (in Chinese)
- [8] 杨武兵, 沈清, 朱德华, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与趋势 [J]. *空气动力学学报*, 2018, 36(2): 183-195. YANG W B, SHEN Q, ZHU D H, et al. Tendency and current status of hypersonic boundary layer transition [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2018, 36(2): 183-195. (in Chinese)
- [9] JAFFE N A, OKAMURA T T, SMITH A M O. Determination of spatial amplification factors and their application to predicting transition [J]. *AIAA Journal*, 1970, 8(2): 301-308.
- [10] MALIK M R. Prediction and control of transition in hypersonic boundary layers [C]//19th AIAA, Fluid Dynamics, Plasma Dynamics, and Lasers Conference, Honolulu, HI, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1987: 1987-1414.

- [11] CHEN F J, MALIK M R, BECKWITH I E. Boundary-layer transition on a cone and flat plate at Mach 3. 5[J]. *AIAA Journal*, 1989, 27(6): 687-693.
- [12] SU C H, ZHOU H. Transition prediction of a hypersonic boundary layer over a cone at small angle of attack: with the improvement of ϵ_N method[J]. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2009, 52(1): 115-123.
- [13] SU C H, ZHOU H. Transition prediction for supersonic and hypersonic boundary layers on a cone with angle of attack[J]. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2009, 52(8): 1223-1232.
- [14] SU C H, ZHOU H. Transition prediction of the supersonic boundary layer on a cone under the consideration of receptivity to slow acoustic waves[J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2011, 54(10): 1875-1882.
- [15] KING R A. Three-dimensional boundary-layer transition on a cone at Mach 3. 5[J]. *Experiments in Fluids*, 1992, 13(5): 305-314.
- [16] MCKENZIE J F. Interaction of linear waves with oblique shock waves[J]. *Physics of Fluids*, 1968, 11(11): 2350.
- [17] QIN F F, WU X S. Response and receptivity of the hypersonic boundary layer past a wedge to free-stream acoustic, vortical and entropy disturbances [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 797: 874-915.
- [18] GOLDSTEIN M E. Scattering of acoustic waves into Tollmien-Schlichting waves by small streamwise variations in surface geometry[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, 154: 509-529.
- [19] RUBAN A I. On tollmien-schlichting wave generation by sound [M]//*Laminar-Turbulent Transition*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1985: 313-320.
- [20] HAMMERTON P W, KERSCHEN E J. Boundary-layer receptivity for a parabolic leading edge[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, 310: 243-267.
- [21] WANDERLEY J B V, CORKE T C. Boundary layer receptivity to free-stream sound on elliptic leading edges of flat plates[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 429: 1-21.
- [22] WU X S. Receptivity of boundary layers with distributed roughness to vortical and acoustic disturbances; a second-order asymptotic theory and comparison with experiments[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 431: 91-133.
- [23] CHOUDHARI M M. Boundary-layer receptivity due to distributed surface imperfections of a deterministic or random nature[J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 1993, 4(3): 101-117.
- [24] SARIC W S, REED H L, KERSCHEN E J. Boundary-layer receptivity to free stream disturbances[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2002, 34(1): 291-319.
- [25] FEDOROV A V, KHOKHLOV A P. Excitation of unstable modes in a supersonic boundary layer by acoustic waves[J]. *Fluid Dynamics*, 1992, 26(4): 531-537.
- [26] FEDOROV A V, KHOKHLOV A P. Prehistory of instability in a hypersonic boundary layer[J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2001, 14(6): 359-375.
- [27] MASLOV A A, SHIPLYUK A N, SIDORENKO A A, et al. Leading-edge receptivity of a hypersonic boundary layer on a flat plate[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 426: 73-94.
- [28] MA Y B, ZHONG X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 1. Wave structures and interactions [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 488: 31-78.
- [29] MA Y B, ZHONG X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 2. Receptivity to free-stream sound [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 488: 79-121.
- [30] BALAKUMAR P. Transition in a supersonic boundary layer due to acoustic disturbances [C]//43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. Reston, Virginia: AIAA, 2005: 96.
- [31] EGOROV I V, FEDOROV A V, SOUDAKOV V G. Direct numerical simulations of supersonic boundary layer receptivity to acoustic disturbances[C]//43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. Reston, Virginia: AIAA, 2005: 97.
- [32] BALAKUMAR P. Stability of supersonic boundary layers over blunt wedges[C]//36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, San Francisco, California. Reston, Virginia: AIAA, 2006: 3053.
- [33] BALAKUMAR P. Receptivity of hypersonic boundary layers to acoustic and vortical disturbances [C]//45th AIAA Fluid Dynamics Conference, Dallas, TX. Reston, Virginia: AIAA, 2015: 2473.
- [34] CERMINARA A, SANDHAM N D. Acoustic leading-edge receptivity for supersonic/hypersonic flows over a blunt wedge [J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(12): 4234-4244.
- [35] ZHONG X L, MA Y B. Boundary-layer receptivity of Mach 7. 99 flow over a blunt cone to free-stream acoustic waves[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, 556: 55.
- [36] KARA K, BALAKUMAR P, KANDIL O A. Effects of nose bluntness on hypersonic boundary-layer receptivity and stability over cones[J]. *AIAA Journal*, 2011, 49(12): 2593-2606.
- [37] LEI J, ZHONG X L. Numerical simulation of freestream waves receptivity and breakdown over Mach 6 flared cone[C]//43rd Fluid Dynamics Conference, San Diego, CA. Reston, Virginia: AIAA, 2013.
- [38] BALAKUMAR P, CHOU A. Transition prediction in hypersonic boundary layers using receptivity and freestream spectra [J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(1): 193-208.
- [39] BALAKUMAR P, KING R A, CHOU A, et al. Receptivity and forced response to acoustic disturbances in high-speed boundary layers[J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(2): 510-523.
- [40] WAN B B, LUO J S, SU C H. Response of a hypersonic blunt cone boundary layer to slow acoustic waves with assessment of various routes of receptivity [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, 39(11): 1643-1660.
- [41] FEDOROV A V. Transition and stability of high-speed boundary layers[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2011, 43(1): 79-95.
- [42] ZHONG X L, WANG X W. Direct numerical simulation on the receptivity, instability, and transition of hypersonic boundary layers[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2012, 44(1): 527-561.
- [43] 江贤洋, 李存标. 高超声速边界层感受性研究综述[J]. *实验流体力学*, 2017, 31(2): 1-11.
JIANG X Y, LI C B. Review of research on the receptivity of hypersonic boundarylayer[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2017, 31(2): 1-11. (in Chinese)
- [44] 周恒, 苏彩虹, 张永明. 超声速/高超声速边界层的转捩机理及预测[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- [45] SU C H, GENG J L. Interaction of weak free-stream disturbance with an oblique shock: validation of the shock-capturing method [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(11): 1601-1612.
- [46] WAN B B, SU C H, CHEN J Q. Receptivity of a hypersonic blunt cone: role of disturbances in entropy layer[J/OL]. 2020-04-27[2020-04-28]. *AIAA Journal*.

<https://doi.org/10.2514/1.J058816>

- [47] SU C H. The reliability of the improved e^N method for the transition prediction of boundary layers on a flat plate[J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2012, 55(5): 837-843.
- [48] WU X, STEWART P A, COWLEY S J. On the catalytic role of the phase-locked interaction of Tollmien-Schlichting waves in boundary-layer transition[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, 590: 265-294.
- [49] WU X. Nonlinear theories for shear flow instabilities: physical insights and practical implications[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2019, 51(1): 451-485.
- [50] 张永明, 周恒. PSE在可压缩边界层转捩问题中的应用[J]. *应用数学和力学*, 2008, 29(7): 757-763.
ZHANG Y M, ZHOU H. PSE as applied to problems of transition in compressible boundary layers[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, 29(7): 757-763. (in Chinese)
- [51] LUO J S. Inherent mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of plane channel flows[J]. *Science in China Series G*, 2005, 48(2): 228.
- [52] TANG H, LUO J, ZHOU H. Mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of incompressible boundary layer on a flat plate[J]. *Transaction of Tianjin University*, 2007, 13(2): 79-87.
- [53] HUANG Z F. The mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of a supersonic boundary layer on a flat plate-temporal mode[J]. *Science in China Series G*, 2005, 48(5): 614.
- [54] CAO W, HUANG Z F, ZHOU H. Study of mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of supersonic boundary layer on flat plate[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, 27(4): 425-434.
- [55] DONG M, ZHOU H. A simulation on bypass transition and its key mechanism[J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2013, 56(4): 775-784.
- [56] ZHU Y D, ZHANG C H, CHEN X, et al. Transition in hypersonic boundary layers: role of dilatational waves[J]. *AIAA Journal*, 2016, 54(10): 3039-3049.
- [57] MARINEAU E C. Prediction methodology for second-mode-dominated boundary-layer transition in wind tunnels[J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(2): 484-499.
- [58] MARINEAU E C, GROSSIR G, WAGNER A, et al. Analysis of second-mode amplitudes on sharp cones in hypersonic wind tunnels[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2019, 56(2): 307-318.
- [59] SARIC W S, REED H L, WHITE E B. Stability and transition of three-dimensional boundary layers[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2003, 35(1): 413-440.
- [60] 徐家宽, 白俊强, 乔磊, 等. 横流不稳定性转捩预测模型[J]. *航空学报*, 2015, 36(6): 1814-1822.
XU J K, BAI J Q, QIAO L, et al. Transition model for predicting crossflow instabilities[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(6): 1814-1822. (in Chinese)
- [61] WANG L, XIAO L H, FU S. A modular RANS approach for modeling hypersonic flow transition on a scramjet-forebody configuration[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 56: 112-124.
- [62] 黄章峰, 逯学志, 于高通. 机翼边界层的横流稳定性分析和转捩预测[J]. *空气动力学学报*, 2014, 32(1): 14-20.
HUANG Z F, LU X Z, YU G T. Cross-flow instability analysis and transition prediction of airfoil boundary layer[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2014, 32(1): 14-20. (in Chinese)
- [63] 朱震, 宋文萍, 韩忠华. 基于双 e^N 方法的翼身组合体流动转捩自动判断[J]. *航空学报*, 2018, 39(2): 128-139.
ZHU Z, SONG W P, HAN Z H. Automatic transition prediction for wing-body configurations using dual e^N method[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(2): 128-139. (in Chinese)
- [64] MALIK M R, LI F, CHANG C L. Crossflow disturbances in three-dimensional boundary layers; nonlinear development, wave interaction and secondary instability[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 268: 1-36.
- [65] REIBERT M, SARIC W, REIBERT M, et al. Review of swept-wing transition[C]//28th Fluid Dynamics Conference, Snowmass Village, CO, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1997: 1816.
- [66] DEYHLE H, BIPPES H. Disturbance growth in an unstable three-dimensional boundary layer and its dependence on environmental conditions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, 316: 73-113.
- [67] MALIK M R, LI F, CHOUDHARI M M, et al. Secondary instability of crossflow vortices and swept-wing boundary-layer transition[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, 399: 85-115.
- [68] WHITE E B, SARIC W S. Secondary instability of crossflow vortices[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, 525: 275-308.
- [69] LI F, CHOUDHARI M M, CHANG C L, et al. Computational modeling of roughness-based laminar flow control on a subsonic swept wing[J]. *AIAA Journal*, 2011, 49(3): 520-529.
- [70] LI F, CHOUDHARI M M, DUAN L. Stationary crossflow breakdown due to mixed mode spectra of secondary instabilities[C]//46th AIAA Fluid Dynamics Conference, Washington, D. C. Reston, Virginia: AIAA, 2016: 3789.
- [71] LI F, CHOUDHARI M M, DUAN L. Stationary crossflow breakdown due to interaction between secondary instabilities[C]//47th AIAA Fluid Dynamics Conference, Denver, Colorado. Reston, Virginia: AIAA, 2017: 4302.
- [72] KOCIAN T S, MOYES A J, REED H L, et al. Hypersonic crossflow instability[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2019, 56(2): 432-446.
- [73] CRAIG S A, SARIC W S. Crossflow instability in a hypersonic boundary layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 808: 224-244.
- [74] EDELMAN J B, SCHNEIDER S P. Secondary instabilities of hypersonic stationary crossflow waves[J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(1): 182-192.
- [75] MUNOZ F, HEITMANN D, RADESPIEL R. Instability modes in boundary layers of an inclined cone at Mach 6[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2014, 51(2): 442-454.
- [76] NIU H B, YI S H, LIU X L, et al. Experimental study of crossflow instability over a delta flat plate at Mach 6[J]. *AIAA Journal*, 2019, 57(12): 5566-5574.
- [77] MOYES A J, PAREDES P, KOCIAN T S, et al. Secondary instability analysis of crossflow on a hypersonic yawed straight circular cone[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 812: 370-397.
- [78] XU G L, CHEN J Q, LIU G, et al. The secondary instabilities of stationary cross-flow vortices in a Mach 6 swept wing flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 873: 914-941.
- [79] 韩宇峰, 马绍贤, 苏彩虹. 高超声速三维边界层横流转捩的数值研究[J]. *空气动力学学报*, 2019, 37(4): 522-529.
HAN Y F, MA S X, SU C H. Numerical study on cross-flow transition in three-dimensional hypersonic boundary layers[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2019, 37(4): 522-529. (in Chinese)

- [80] HAN Y F, SU C H. Numerical Research on Mechanism of Cross-Flow Induced Transition in a Hypersonic Boundary Layer. IUTAM-Transition, 2019, London, 2019. 9. 2-6.
- [81] MALIK M R. 'COSAL' A black box compressible stability analysis code for transition prediction in three-dimensional boundary layers[R]. NASA CR-165925, 1982.
- [82] MACK L M. Stability of three-dimensional boundary layers on swept wings at transonic speeds[M]//Symposium Transonicum III. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1989; 209-223.
- [83] CEBECI T, STEWARTSON K. On stability and transition in three-dimensional flows[J]. AIAA Journal, 1980, 18(4): 398-405.
- [84] SU C H, ZHOU H. Stability analysis and transition prediction of hypersonic boundary layer over a blunt cone with small nose bluntness at zero angle of attack[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2007, 28(5): 563-572.
- [85] 于高通, 罗纪生. 三维高超声速边界层中 e-N 方法的应用[J]. 航空动力学报, 2014, 29(9): 2047-2054.
YU G T, LUO J S. Application of e N method in three-dimensional hypersonic boundary layers [J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(9): 2047-2054. (in Chinese)
- [86] SU C H. Physical implication of two problems in transition prediction of boundary layers based on linear stability theory [J]. Science China Physics, Mechanics & Astronomy, 2014, 57(5): 950-962.
- [87] 于高通. 高超声速三维边界层 e-N 方法的应用及扰动演化的预测[D]. 天津: 天津大学, 2015.
YU G T. Application of e-N method and prediction of disturbances propagation in three-dimensional hypersonic boundary layers[D]. Tianjin: Tianjin University, 2015. (in Chinese)
- [88] ZHAO L, YU G T, LUO J S. Extension of e N method to general three-dimensional boundary layers [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2017, 38(7): 1007-1018.
- [89] SONG R J, ZHAO L, HUANG Z F. Conservation relation of generalized growth rate in boundary layers [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2018, 39(12): 1755-1768.
- [90] LI J, LUO J S. Applications of parabolized stability equation for predicting transition position in boundary layers[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2012, 33(6): 679-686.
- [91] CEBECI T, SHAO J, CHEN H, et al. On the calculation of initial conditions for parabolized stability equations for predicting transition [C]//42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Reston, Virginia: AIAA, 2004: 98.
- [92] CHANG C L. LASTRAC. 3d; transition prediction in 3D boundary layers[C]//34th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Portland, Oregon. Reston, Virginia: AIAA, 2004: 2542.
- [93] PAREDES P, THEOFILIS V, RODRIGUEZ D, et al. The PSE-3D instability analysis methodology for flows depending strongly on two and weakly on the third spatial dimension[C]//6th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference, Honolulu, Hawaii. Reston, Virginia: AIAA, 2011: 3752.
- [94] YU G T, GAO J, LUO J S. Stability analysis method considering non-parallelism; EPSE method and its application [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2016, 37(1): 27-36.
- [95] HAN Y F, LIU J X, LUO J S. Improvement for expansion of parabolized stability equation method in boundary layer stability analysis[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2018, 39(12): 1737-1754.
- [96] 苏彩虹, 宋明真. 超声速边界层中的模态转换及壁温影响效应 [J/OL]. 2019-10-10[2020-03-05]. 空气动力学学报. http://journal16.magtechjournal.com/Jweb_aas/CN/abstract/abstract12424.shtml
SU C H, SONG M Z. Intermodal exchange and wall temperature effect in a supersonic boundary layer[J/OL]. 2019-10-10[2020-03-05]. Acta Aerodynamica Sinica. http://journal16.magtechjournal.com/Jweb_aas/CN/abstract/abstract12424.shtml. (in Chinese)
doi: 10.7638/kqdlxxb-2019.0048
- [97] 周恒, 张涵信. 有关近空间高超声速飞行器边界层转捩和湍流的问题[J]. 空气动力学学报, 2017, 35(2): 151-155.
ZHOU H, ZHANG H X. Two problems in the transition and turbulence for near space hypersonic flying vehicles[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(2): 151-155. (in Chinese)
- [98] DUAN L, CHOUDHARI M M, CHOU A, et al. Characterization of freestream disturbances in conventional hypersonic wind tunnels[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2019, 56(2): 357-368.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0368-11

高超声速流动稳定性及转捩工程应用 若干研究进展

黄章峰^{1,*}, 万兵兵², 段茂昌²

(1. 天津大学 力学系, 天津 300072;

2. 中国空气动力研究与发展中心 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000)

摘要: 流动稳定性及转捩是高超声速流动研究的热点和难点, 近年来在理论基础研究方面取得了很大进展, 但在工程应用方面还存在明显的不足。本文回顾了近年来高超声速流动稳定性及转捩在工程应用研究的若干进展, 介绍了流动稳定性在复杂外形流、非平行流、局部突变流、强三维流方面的工程化拓展研究, 总结了转捩预测 e^N 方法在感受性、积分方法、转捩判据、软件开发方面的工程化研究进展; 结合风洞试验、弹道靶试验、飞行试验, 对零迎角锥、椭圆锥、小迎角锥和大迎角锥的典型案例进行了应用; 展望了高超声速流动稳定性和转捩在工程应用的未来。

关键词: 流动稳定性; 转捩; 工程应用; e^N 方法; 高超声速流动

中图分类号: O357.4+1; V211

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0047

Progresses in engineering application research on hypersonic flow stability and transition

HUANG Zhangfeng^{1,*}, WAN Bingbing², DUAN Maochang²

(1. Department of Mechanics, School of mechanical engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: Flow stability and transition is a hot and difficult topic in the study of hypersonic flow. Recently, great progresses have been made in its theoretical basic research, but there are still obvious deficiencies in engineering application. Main progresses in engineering application research on hypersonic flow stability and transition in recent years are reviewed. The engineering application developments of flow stability in complex shape flow, non-parallel flow, local distortion flow and strong three-dimensional flow are introduced, and the engineering application developments of transition prediction e^N method in receptivity, integrating method, transition criterion and software development are summarized. Combined with the results of wind tunnel test, ballistic target test and flight test, the typical cases of cone with zero angle of attack, elliptical cone, cone with small angle of attack and cone with large angle of attack are applied. The future of hypersonic flow stability and transition in engineering application is prospected.

Keywords: flow stability; transition; engineering application; e^N method; hypersonic flow

0 引言

层流和湍流是自然界中广泛存在的两种不同的流态, 层流过渡到湍流的过程称为转捩。由于湍流的

摩擦系数和传热系数远大于层流, 边界层是否转捩和在何处转捩直接影响飞行器的摩擦阻力、热防护及流动分离位置等^[1], 直接关系到飞行器的设计及其性能、安全、控制和精度等问题。因此转捩及湍流的研

收稿日期: 2020-03-03; 修订日期: 2020-04-02

基金项目: 国家数值风洞工程(2018-ZT1A03); 国家自然科学基金(11672351); 国家重点研发计划(2016YFA0401200)

作者简介: 黄章峰*(1977-), 男, 湖南宜章人, 副教授, 博导, 研究方向: 流动稳定性, 工程转捩预测, 计算流体力学. E-mail: hzf@tju.edu.cn

引用格式: 黄章峰, 万兵兵, 段茂昌. 高超声速流动稳定性及转捩工程应用若干研究进展[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 368-378.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0047 HUANG Z F, WAN B B, DUAN M C. Progresses in engineering application research on hypersonic flow stability and transition[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 368-378.

究一直是空气动力学关注的热点之一。航空航天技术关系到国家的经济及安全,近年来航空航天技术的进一步发展对高超声速边界层的转捩和湍流研究提出了迫切的要求^[2-3]。

边界层转捩的途径有很多,Fedorov^[4]给出了边界层可能存在的5种转捩途径。对于在高空飞行的飞行器,其边界层转捩应是由小扰动引发的,属于所谓的自然转捩。

边界层的自然转捩的科学问题主要有三个^[5]:一是来流中的扰动转化为边界层中扰动的过程,即感受性问题;二是边界层中扰动的演化过程,即流动稳定性问题;三是边界层中扰动演化到某一位置开始转捩的过程,即转捩机理。

经过上百年的努力,在上述三个科学问题的理论研究方面均取得了重大进展^[6-8],尤其是对不可压缩流动。近15年来,随着高超声速技术的快速发展,边界层转捩也得到了更加广泛和深入的研究,人们对流向行波失稳(如第一模态、第二模态)、横流失稳、Görtler 涡失稳等失稳机理取得了较深刻认识^[9],对边界层层流突变为湍流的转捩机理有了充分的认识^[10],在高超声速边界层转捩风洞实验方面也取得了重要进展^[11-12],而且国内也开始着手高超声速边界层转捩的飞行试验研究^[13-15]。

对边界层自然转捩机理的研究是为了更好地进行转捩预测。边界层转捩精确预测是学科研究的目标,也是工程的需要,从而为精确计算气动力和气动热提供依据^[16]。目前主要的转捩预测方法有三类:转捩准则^[17]、湍流转捩模式^[18-19]和 e^N 方法^[20-22],其中 e^N 方法的理论基础是线性稳定性理论(简称 LST)^[23],该方法尽可能多地利用了边界层中扰动演化的理论预测,被认为是基于科学问题研究的转捩预测方法。

e^N 方法起源于航空界,主要解决二维性强、外形简单的机翼在亚声速巡航状态的转捩预测问题,在航空界取得了很好的效果,被波音公司的资深工程师 Cebeci 认为是最有效的转捩预测方法。

虽然高超声速边界层稳定性和转捩在理论基础研究方面取得了很大的进展,但在工程应用方面还存在明显的不足,主要体现在三个方面:(1) 流动稳定性研究模型简单。流动稳定性的基础研究主要以平板、零迎角锥、小迎角锥等简单外形为研究对象,而工程应用的实际飞行器具有迎角大、外形复杂、三维性强等特点,流动稳定性在非平行流、三维流动中的应用能力有待提高;(2) 没有考虑感受性问题。 e^N 方法忽略了来流扰动激发边界层内不稳定波的过程,仅从中

性曲线的起始位置开始积分,采用幅值放大因子 N 值来判断转捩位置。飞机在亚声速巡航状态的飞行环境单一,可以采用给定的转捩判据 N_T 来判断转捩位置;但高超声速飞行器的飞行环境复杂,转捩判据严重依赖于实际飞行情况。(3) 软件不能满足工程应用部门的需求^[24]。现有软件通用性较差,效率、自动化、智能化较低,对操作人员的专业水平要求高。

本文将回顾近年来在高超声速流动稳定性及转捩工程应用研究的若干进展,介绍流动稳定性在复杂外形流、非平行流、局部突变流、强三维流方面的工程化拓展研究;总结 e^N 方法在感受性、积分方法、转捩判据、软件开发方面的工程化拓展研究进展;分析零迎角锥风洞实验、椭圆锥风洞实验、小迎角锥弹道靶试验和大迎角锥飞行试验的典型实例。

1 流动稳定性方法工程化拓展研究

1.1 线性稳定性理论(LST)简介

流动稳定性分析主要包括三步。第一步,通过各种理论或数值模拟方法得到流场的层流基本流,并做局部平行流假设。以直角坐标系 (x, y, z) 为例,忽略法向 y 方向的速度,忽略基本流沿流向 x 方向和展向 z 方向的导数。

第二步,将扰动波设成行进波解的形式:

$$\phi'(x, y, z, t) = \varphi(y) \exp[i\theta(x, z, t)] \quad (1)$$

其中 φ 为特征函数,形函数 $\theta(x, z, t)$ 可定义得到扰动波的波参数包括频率 ω 、流向波数 α 和展向波数 β :

$$\omega = -\frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad \alpha = \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \beta = \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2)$$

第三步,对扰动控制方程进行线性化,并将公式(1)代入后就得到波参数的控制方程:

$$\mathcal{L}(\omega, \alpha, \beta; f; x, y, z)\varphi = 0 \quad (3)$$

其中 \mathcal{L} 是仅包含 y 方向导数的算子, f 是雷诺数、马赫数、基本流及其 y 方向导数的函数。结合壁面条件和上边界条件,并对控制方程(3)进行离散就可得到特征值问题。采用迭代求特征值的 Muller 法,就可以求出其特征值 ω, α, β 和特征函数 φ 。以二维空间模式为例, ω 和 β 为实数, $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ 为复数,其中虚部 $\sigma = -\alpha_i$ 代表扰动波的增长率。当增长率 $\sigma > 0$ 说明流动是不稳定的,反之是稳定的。

1.2 复杂外形流拓展

实际飞行器的外形比较复杂,无法直接在直角坐标系进行稳定性分析,需要将层流基本流投影到正交曲线坐标系 (q_1, q_2, q_3) 下,并做局部平行流假设。其中 q_1 为当地势流方向, q_2 为壁面法向方向, q_3 为壁面上与 q_1 垂直的方向。

类似于直角坐标系下,将扰动设成行进波的形式,将公式(1~3)中的 (x, y, z) 用 (q_1, q_2, q_3) 代替,可得到与直角坐标系类似的特征值问题,只不过 f 还是流向曲率、展向曲率及其导数的函数。相对于直角坐标系,正交曲线坐标系的方程更加复杂,采用矢量形式可以大大简化工作量。

1.3 非平行流拓展:EEVn

对于平板边界层,边界层的厚度与雷诺数的负二分之一次方成比例,因此当雷诺数比较大时,流动的非平行性很弱,可以进行局部平行流假设。然而非平行性对可压缩流动、三维扰动、横流影响较大^[25],在工程中需要考虑。抛物化稳定性方程(简称PSE)^[26]是当前常用的考虑非平行性的数值方法,在不可压缩流中得到了很好的应用。但PSE是抛物型的,需要推进求解,工程应用不方便^[27]。

黄章峰等^[28]提出了一种考虑基本流非平行性的扩展特征值方法(简称EEVn):

(1) 不再对层流基本流做平行流假设,即保留法向速度和基本流沿 x 的各阶导数;

(2) 行进波解形式中特征函数 $\varphi(x, y)$ 和流向波数 α 均是 x 的函数,即

$$\phi'(x, y, z, t) = \varphi(x, y) \exp\left[i\left(\int^x \alpha d\xi + \beta z - \omega t\right)\right] \quad (4)$$

(3) 保留线性化控制方程中 x 的各阶导数,然后将各个物理量沿流向做泰勒展开,并将前 n 阶项组合成一个新的波参数控制方程。以 $n=1$ 为例:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}_A & \mathcal{L}_B \\ \partial \mathcal{L}_A / \partial x & \mathcal{L}_A + \partial \mathcal{L}_B / \partial x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi \\ \partial \varphi / \partial x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

(4) 通过解特征值问题可求得流向波数和特征函数,在此基础上对当地波数进行修正:

$$\tilde{\alpha} = \alpha + (\partial \varphi / \partial x) / \varphi \quad (6)$$

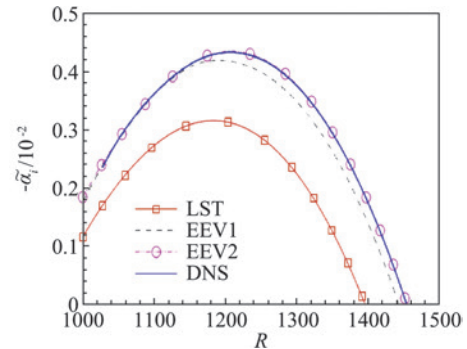
EEVn可以考虑阶数为 n 的高精度情况,而且仍是一个特征值问题,可以替代LST,实现增长率精确求解。当 $n=1$ 为阶数最小的常用方法,称为抛物化稳定性方程的展开解(简称EPSE)^[29]。

图1给出了LST、直接数值模拟(DNS)、实验和EEVn得到的三维扰动增长率,可以看出LST与EEVn和DNS的结果差别很大,EEV1与DNS的结果很接近,而EEV2的结果与DNS完全重合,且与实验符合的很好,说明EEVn很好地捕捉了基本流非平行性对稳定性的影响。

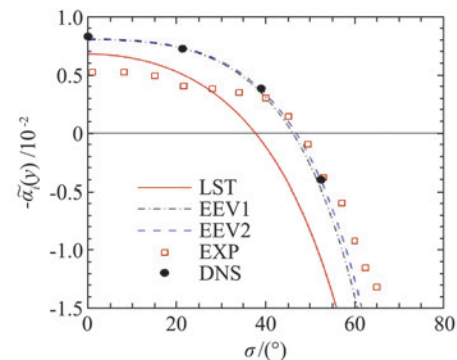
1.4 局部突变流拓展:LSA

实际工况中,飞行器上不可避免地存在铆钉、螺

钉、焊点等表面局部凸起或凹陷,部件之间存在接缝、折角,或是为流动控制而人为设计的局部的粗糙元、冷却、吹吸、多孔壁、波纹壁等,这些都将引起流场的局部突变,基于缓变流场假设的稳定性分析方法不再适用,给转捩预测带来困难。



(a) 三维扰动 DNS 验证



(b) 三维扰动 Kachanov 实验验证

图 1 EEVn 计算非平行流的结果^[28]

Fig.1 Results of non-parallel flow obtained by EEVn^[28]

考虑突变是局部的,扰动与突变作用后将产生散射波^[30]。黄章峰等^[31]提出了局部散射法(简称LSA)来定量考虑局部突变对稳定性的影响。如图2所示,在局部突变附近,基本流沿流向变化剧烈,扰动不再满足行进波的形式,但远离突变的上游和下游扰动的演化仍满足线性稳定性理论。如果忽略局部突变的存在,从上游向下、从下游向上对增长率积分可以在突变中心得到两个扰动幅值,这两个幅值之比恰好反映了局部突变对稳定性的影响。

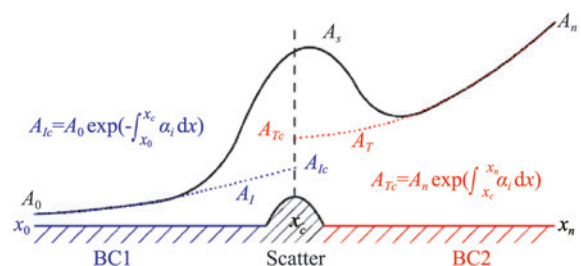


图 2 局部散射法示意图^[31]

Fig.2 Schematic diagram of local scattering approach (LSA)^[31]

以二维流场为例,LSA 的基本思路是:

(1)将扰动写成一般形式:

$$\phi'(x, y, t) = \varphi(x, y) \exp(-i\omega t) \quad (7)$$

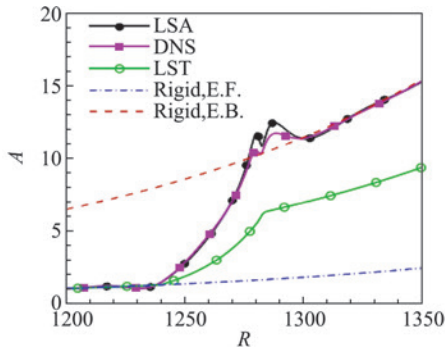
(2) 在入口引入扰动 $\phi' = A_0 \varphi(x_0, y) \exp(i\alpha_0 x)$, 在出口引入边界条件 $\phi' = A_n \varphi(x_n, y) \exp(i\alpha_n x)$, 定义传递系数 $Tr = A_{Tc} / A_{Ic} \sim A_n / A_0$ 。

(3) 代入线性化扰动控制方程,得到以传递系数 Tr 为特征值的控制方程:

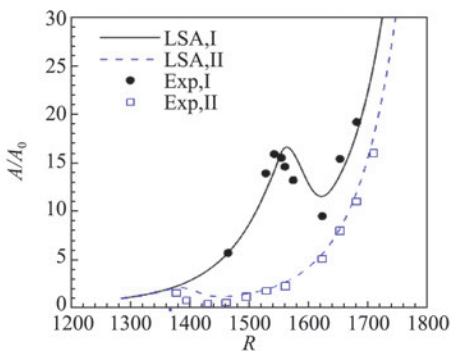
$$\mathcal{L}(\omega, Tr; \alpha_0, \alpha_n; f; x, y) \hat{\phi} = 0 \quad (8)$$

其中 α_0 和 α_n 是忽略局部突变时光滑流场在入口和出口给定频率的流向波数。

图 3 给出了 LSA 与 LST、DNS、实验的对比结果,可以看出 LSA 的结果与 DNS 和实验的定量一致,而 LST 的结果偏差很大,说明 LSA 很好地刻画了流场局部突变对稳定性的影响。



(a) 局部多孔壁 DNS 验证结果



(b) 局部吹吸 Saric 实验验证

图 3 局部散射方法计算局部突变流的结果^[31]

Fig.3 Results of local distortion flow obtained by LSA^[31]

如果采用 LSA 事先对典型局部突变进行参数化研究,得到各种参数下的传递系数,那么就可以采用光滑流场预测加局部修正的办法,仅需对局部突变的转捩判据进行修正:

$$N_{Tc} = N_T + \ln \sum_k T_{rk} \quad (9)$$

其中 N_T 为光滑流场的转捩判据, T_{rk} 为第 k 个局部突变的传递系数, N_{Tc} 为修正后的局部突变流的转捩判据,从而将转捩预测方法推广到局部突变流。

1.5 强三维流拓展: RTPSE

对于二维平板或者轴对称边界层, LST 和 PSE 已经可以较为准确地描述不稳定波的演化特性。实际流动一般是三维流动,给转捩预测带来很多困难。

三维边界层中有流向和展向两个波数,而且在扰动演化过程中均变化。LST 只提供一个求解波数的关系,如何补充另一个波数的关系式是三维边界层中转捩预测的关键问题。Cebeci 等^[32]利用鞍点法给出了补充的关系式,但需要迭代求解,工作量大。针对三维性较弱的边界层, Malik 等^[33]建议取势流方向的横向波数为实数,并沿着势流方向进行积分,该方法的计算量和误差均很小,对工程计算来说是一个很好的近似。

宋润杰等^[34]结合射线理论(RT)和 PSE 提出了一种三维边界层扰动演化预测的新方法,即 RTPSE,其基本思路是:

(1)采用 LST 确定扰动传播路径:

$$\tan \theta = -\partial \alpha_r / \partial \beta_r \quad (10)$$

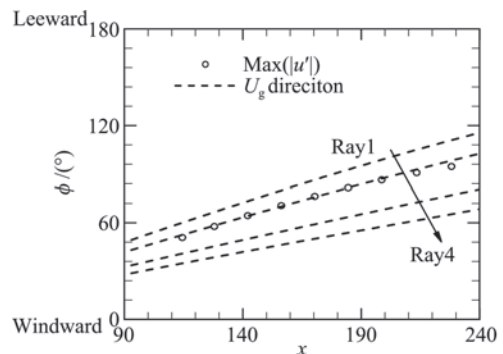
(2) 采用 RT 确定展向波数:

$$\partial \beta_r / \partial l = -(\partial \Omega / \partial z)_r / U_g \quad (11)$$

其中 Ω 为色散关系式, $l(\theta)$ 为当地群速度方向, U_g 为当地群速度大小。

(3) 对 PSE 进行改进,其中推进路径不再是直线,由 LST 确定群速度方向;展向波数不再是常数,由 RT 确定展向波数修正。

图 4 给出了不同方法预测扰动在 HIFiRE-1 模型 ($Ma = 7.07$, 单位雷诺数 $9.5 \times 10^6 / m$, 迎角 9°) 传播的结果,可以看出 DNS 计算得到的扰动传播路径(圆心)与其中一条射线符合得很好;传统 PSE 的周向波数为常数, DNS 预测的周向波数沿流向变化; DNS 预测的扰动幅值放大因子与传统 PSE 预测结果在 10 个流向波长范围内相差接近 1;无论是周向波数还是幅值放大因子, RTPSE 与 DNS 的结果均完全重合,说明 RTPSE 可以精确预测三维边界层的扰动演化,具有很大的工程应用潜力。



(a) 扰动传播路径(圆心)和射线(虚线)

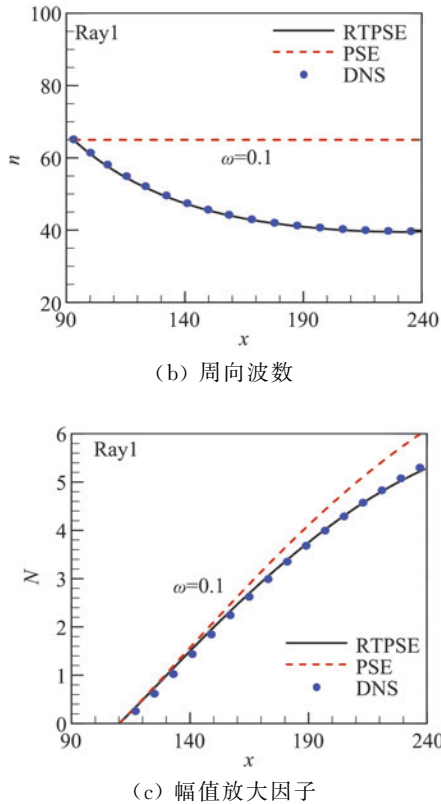


图4 RTPSE预测扰动在 9° 迎角锥上传播的结果^[34]

Fig.4 Prediction of disturbance propagation on a cone with 9° attack of angle by RTPSE^[34]

2 转捩预测方法工程化拓展研究

2.1 转捩预测 e^N 方法简介

e^N 方法是常用的转捩预测方法,其基本概念是:若在边界层内存在各种频率的小扰动,这些扰动在向下游传播过程中,当进入各个扰动相应的不稳定区域时,扰动的幅值会被逐步放大。将各个频率的扰动从其幅值开始放大的位置开始,沿传播路径积分增长率得到幅值的放大倍数 e^N ,取对数后为 N 值。在所有扰动中,若有某一扰动的 N 值最先达到预设值 N_T 时,则可判定转捩发生。

e^N 方法主要分为4步:

(1) 对基本流进行稳定性分析,计算得到增长率 $\sigma(\beta, \omega, x)$;

(2) 对增长率做积分,计算的 N 值:

$$N(\beta, \omega, x) = \int_{x_0(\beta, \omega)}^x \sigma(\beta, \omega, x) ds \quad (12)$$

其中 x_0 为扰动开始增长的位置;

(3) 求 N 值包络:

$$N(x) = \max_{\beta, \omega} N(\beta, \omega, x) \quad (13)$$

(4) 根据转捩判据 N_T 预测转捩位置 x_T :

$$N(x_T) = N_T \quad (14)$$

2.2 考虑感受性问题

e^N 方法中积分增长率是从扰动的中性位置开始的,而且假设积分起始位置的扰动初始幅值相同,没有考虑来流中扰动幅值随频率的变化。

实验结果表明,转捩位置会随着来流湍流度的增大而明显提前。因此需要研究来流扰动激发边界层内不稳定波的机理,确定转捩与来流扰动幅值之间的定量关系,为转捩位置的预测提供扰动演化的上游条件。

早在2009年,周恒等^[35]对传统 e^N 方法进行了改进:

(1) 考虑积分起始位置的扰动幅值不同,是扰动频率的函数,即 $A_0 = A_{TS}(\omega, x_0)$;

(2) 对增长率积分得直接到扰动幅值,并取包络:

$$A(x) = \max_{\omega} \left\{ A_{TS} \exp \left[\int_{x_0}^x \max_{\beta} \sigma(\beta, \omega, x) ds \right] \right\} \quad (15)$$

(3) 根据转捩幅值判据 A_T 预测转捩位置 x_T :

$$A(x_T) = A_T \quad (16)$$

并建议 $A_T = 0.015$,取得了很好的效果。

然而改进的 e^N 方法难以在工程中应用,因为不知道积分起始位置的扰动初始幅值,需要根据来流扰动进行估算。来流扰动进入高超声速飞行器边界层要经过两个过程:(1) 扰动过激波;(2) 扰动进入边界层后在边界层内激发不稳定波。因此估算也分两步:(1) 根据来流扰动幅值 A_{before} 估算激波后的扰动幅值 $A_{\text{after}} \approx F_1 A_{\text{before}}$;(2) 根据激波后的扰动幅值估算积分起始位置的扰动幅值 $A_{TS} \approx F_2 A_{\text{after}}$ 。

黄章峰等^[36]研究了扰动波与斜激波之间的线性作用,发现激波前的四种扰动波(快声波、慢声波、熵波和涡波)与斜激波相互作用后,还有可能激发出一种新的衰减波,而且发现四种扰动波过尖楔模型的斜激波后的扰动幅值量级一致,即 $F_1 \approx 1 \sim 2$ 。Balakumar等^[37]以钝锥为研究对象,考虑实验测得的扰动频谱特性,发现激波后的脉动压力幅值与积分起始位置的幅值量级一致,即 $F_2 \approx 0.5 \sim 1$ 。

2.3 积分方法改进:广义增长率

LST中有三个波参数,分别为频率 ω 、流向波数 α 和展向波数 β ,它们之间满足色散关系式。根据波参数的虚部可以定义两种模式:

(1) 时间模式, α 和 β 为实数, ω 为复数,其虚部代表时间方向的增长率,据此可以积分得到时间模式的 N 值:

$$N^T = \int_{s_1}^{s_2} \omega_i^T / U_g ds \quad (17)$$

其中上标 T 表示时间模式, U_g 为当地群速度大小,

而且积分时需要满足约束 $\omega_r^T = C$ 。

(2) 空间模式, ω 为实数, α 和 β 为复数, 其虚部代表空间方向的增长率, 据此可以积分得到空间模式的 N 值:

$$N^S = \int_{s_1}^{s_2} -(\alpha_i^S \cos\theta + \beta_i^S \sin\theta) ds \quad (18)$$

其中上标 S 表示空间模式, θ 为当地群速度方向角, 而且积分时需要满足约束 $\alpha_i^S \sin\theta = \beta_i^S \cos\theta$ 。

无论是时间模式还是空间模式, 积分时均需要满足相应的约束, 由于控制波参数的色散关系式是隐函数, 因此在三维边界层中需要进行迭代求解, 效率低, 在工程应用中受到瓶颈。

宋润杰等^[38]提出了广义增长率, 定义为:

$$\sigma = \omega_i / U_g - (\alpha_i \cos\theta + \beta_i \sin\theta) \quad (19)$$

其中 θ 为任意方向角。广义增长率的物理本质是扰动沿群速度方向的随体增长率, 并具有守恒特性。由广义增长率守恒特性可知, 广义增长率的大小与波参数虚部的取法无关, 因此提出了新的积分方法:

$$N^G = \int_{s_1}^{s_2} -\alpha_i^G \cos\theta^G ds \quad (20)$$

其中上标 G 表示广义模式, 在积分过程中需要满足约束 $\omega_i^G = \beta_i^G = 0$ 且 $\theta^G \neq \pi/2$ 。频率和展向波数在积分过程中选择实数即可, 积分路径可以不严格按照群速度方向, 可以选择势流方向。

图 5 给出了后掠钝板流动不同积分方法得到的 N 值, 可以看出不同方法计算得到的结果定量一致, 但新方法无需迭代, 操作简单, 效率高, 适用于一般三维流动。

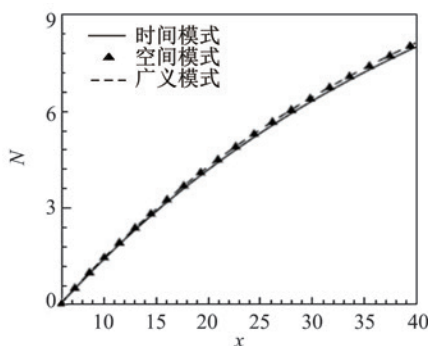


图 5 不同积分方法得到的 N 值结果^[38]

Fig.5 Results of N factor obtained by different methods^[38]

2.4 理性的转捩判据

e^N 方法被称为是一种半理论半经验的转捩预测方法, 半理论是指它的理论基础是 LST, 半经验是指转捩判据主要依靠实验或经验来确定。对于航空飞机, 经过大量的风洞实验和飞行试验, 转捩判据通常取 $N_T = 8 \sim 9$ 。对于高超声速飞行器, 这方面的经验

还很少^[4]。根据不同的试验, 高超声速飞行器的转捩判据 N_T 范围在 6 到 12 之间, 说明传统的转捩判据严重依赖试验条件和飞行状态。

改进后的 e^N 方法考虑了来流扰动的频谱特性, 积分后得到的是沿波的传播方向的幅值 A 分布, 因此需要通过幅值转捩判据 A_T 来判断转捩位置。相对传统的 e^N 方法, 改进后的 e^N 方法的判据考虑了感受性, 因此是一种理性的判据。周恒等^[35]建议取 $A_T = 0.015$, Balakumar 等^[37]的结果表明转捩时脉动压力幅值约为 $p'_{rms}/p_s = 0.1 \sim 0.2$, 对应的幅值转捩判据范围为 $A_T \approx 0.025 \sim 0.05$ 。

由于实验手段的限制, 目前很难获得激波前来流的扰动频谱特性。但是对于每座风洞, 目前可以测量得到风洞的流场品质, 即激波后总压脉动均方根与总压平均值之比。在流动稳定性分析中, 通常采用扰动速度的幅值作为参考量, 其定义为脉动速度均方根与来流速度之比。脉动速度的幅值与流场品质没有严格意义上的一一对应关系, 但可根据工程经验进行两者关系的估算:

$$u'_{rms}/u_\infty \approx f(M_1) p'_{rms}/p_{20} \quad (21)$$

表 1 给出了五种典型类型下流场品质、扰动幅值、转捩判据 N_T 和幅值转捩判据 A_T 之间的估算值, 其中激波风洞、低噪声风洞、静音风洞的流场品质由实验测量确定, 激波风洞、弹道靶和飞行试验的 N_T 由实验标定, 其它结果均为定量估算结果。以激波风洞为例, 估算过程如下: 根据流场品质和来流马赫数 ($Ma = 6$) 估算来流的扰动幅值, 根据扰动幅值和标定的转捩判据 N_T 估算幅值判据为 $A_T = 0.034$, 与本文建议的转捩幅值判据 $A_T = 0.05$ 相当。根据该幅值判据和流场品质, 可以估算出低噪声风洞和静音风洞的转捩判据 N_T 分别为 8 和 10 左右, 根据该幅值判据和实验标定的 N_T 值可以估算出弹道靶和高空的流场品质为 0.01% 左右。

需要指出的是, 本文建议的幅值转捩判据是根据有限的实验数据标定得到的, 虽然具有天地一致性, 但其普适性仍待进一步研究。

表 1 转捩判据的定量估算 ($Ma = 6$)

Table 1 Quantitative estimation of transition criterion ($Ma = 6$)

类型	流场品质/%	扰动幅值	N_T	A_T
激波风洞	3~5	8.5×10^{-5}	6	0.034
低噪声风洞	0.4~0.7	1.1×10^{-5}	8	0.034
静音风洞	0.1~0.2	2.8×10^{-6}	10	0.062
弹道靶	0.01	2.8×10^{-7}	12	0.046
高空	0.01	2.8×10^{-7}	12	0.046

2.5 软件开发

鉴于 e^N 方法的优势,国外已有学者将其应用到工程实践中,编制了转捩预测软件。国际上著名的转捩预测软件典型代表有美国 NASA 的 Malik 等开发的 eMalik 软件、德宇航 DLR 的 Schrauf 等开发的 LILO 软件、美国 NASA 的 Chang 等开发的 LASTRAC 软件^[39]。国内以天津大学的罗纪生、黄章峰^[40]、西北工业大学的宋文萍、韩忠华^[41-43]和中国空气动力研究与发展中心涂国华^[14]等为代表,开展了转捩预测 e^N 方法的应用研究。

黄章峰等^[43]从理论方面和工程应用方面分析了 e^N 方法及其预测软件的不足,并结合工程应用的需要,提出了面向工程的基于 e^N 方法的高超声速边界层转捩预测软件的实现途径。其基本思路:在对 e^N 方法进行不断改进和完善的基础上,结合流动稳定性分析和转捩工程应用方面的经验,建立特征值、感受性系数、转捩判据等一系列知识库,开发一套实用、全自动、高效、用户接口友好的面向工程的超声速边界层转捩预测软件。

对标国际著名转捩预测软件,目前已经完成了实用、智能软件的功能设计,编码实现了多块结构化网格复杂外形流场的基本流处理、边界层厚度辨识、特征值初值估计、非物理解判断、转捩位置评估等全自动操作,实现了实用、全自动、高效的高超声速边界层转捩预测软件开发,并在工程应用单位进行了初步应用,取得了不错的效果。

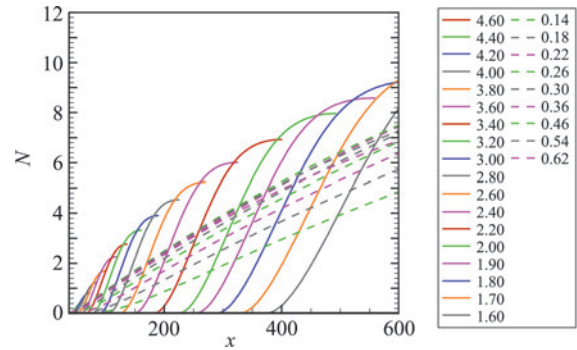
3 典型案例

3.1 风洞实验:零迎角锥

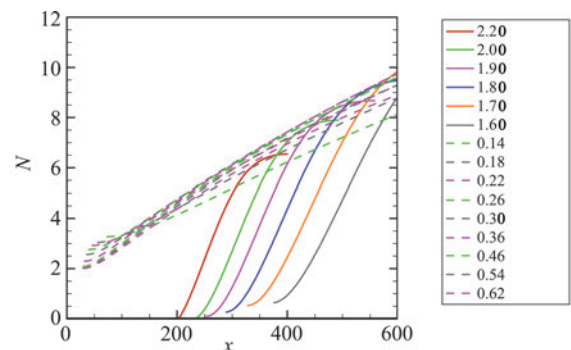
研究对象为头部半径 0.5 mm、半锥角 5° 、长度 600 mm 的光滑钝锥,结合常规激波风洞中实验结果,采用传统 e^N 方法和改进 e^N 方法进行了转捩预测,其中改进 e^N 方法中利用了国外激波风洞和国内 2 m 激波风洞的原始扰动频谱曲线来估算积分起始位置的扰动幅值,估算系数为 $F_3 = F_1 F_2 \approx 1$ 。

图 6 给出了零迎角钝锥三种不同方法的转捩预测结果,其中实线是第二模态扰动波的结果,而虚线是第一模态波的结果。根据实验测得的转捩雷诺数 $Re_x = 0.4 \times 10^7 \sim 0.6 \times 10^7$,对于单位雷诺数为 $1.6 \times 10^7/m$ 的工况,实验测得的转捩位置在 $x = 250 \sim 375$ mm 之间。图 6(a)中对应转捩位置的 N_T 值在 6 到 7 之间,为第二模态扰动波引起的转捩。图 6(b)中对应转捩位置的 N_T 值也在 6 到 7 之间,但是为第一模态扰动波引起的转捩。虽然传统 e^N 方法和改进 e^N 方法标定的 N_T 值均接近,但是引起转捩的扰动

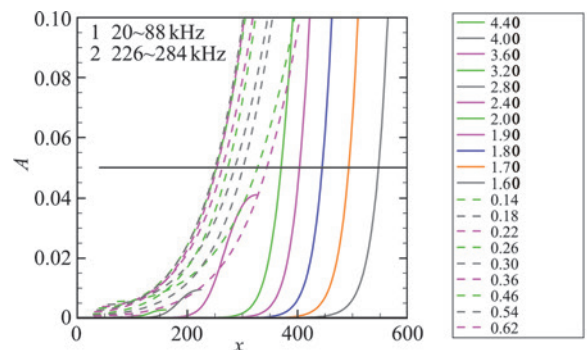
波类型不同。这是因为传统 e^N 方法忽略了来流扰动情况,而改进 e^N 方法考虑了来流扰动情况,虽然第二模态不稳定波动增长率要大于第一模态不稳定波的增长率,但是在常规激波风洞中第一模态的来流扰动幅值要明显大于第二模态的,因此后者更接近实际情况。图 6(c)中对应转捩位置的 A_T 值在 0.05 附近,为第一模态扰动波引起的转捩,进一步佐证了该工况转捩是第一模态扰动波引起的。



(a) 传统 e^N 方法预测结果



(b) 基于国外激波风洞扰动频谱特性的预测结果



(c) 基于国内激波风洞扰动频率特性的预测结果

图 6 零迎角钝锥转捩预测与风洞实验对比

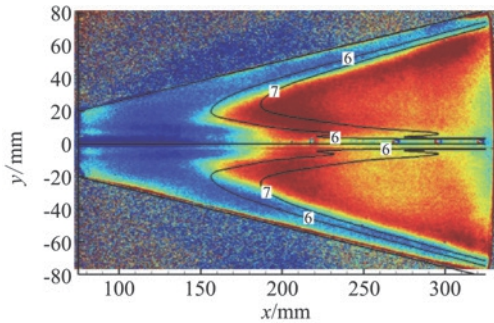
Fig.6 Transition prediction of blunt cone with zero angle of attack and its comparison with wind tunnel test

3.2 风洞实验:椭圆锥(HIFiRE-5)

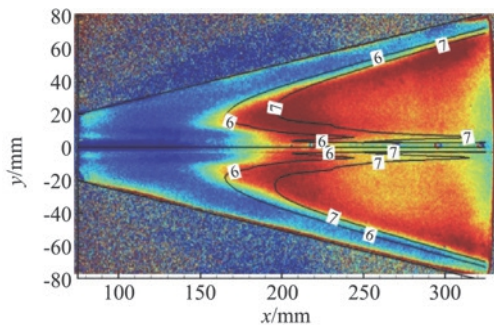
2010年 Steven 等^[44]在常规激波风洞中(实验条件为马赫数 6、来流总温 426.4 K,单位雷诺数 $1.02 \times 10^7/m$)对零迎角、零侧滑角椭圆锥模型(HIFiRE-5)

进行了实验研究,采用 TSP 技术给出了典型工况下的转捩位置。

图 7 给出了转捩预测结果,其中红色区域(高热流区)为实验测得的湍流区域,蓝色区域(低热流区)为实验测得的层流区域,红色与蓝色相交的地方为转捩区域。线条为 e^N 方法的预测结果,可以看出当 N_T 取 6~7 时,理论预测得到的转捩线基本上与实验得到的转捩线重合。进一步分析可知引起转捩的不稳定波的频率大约为 40 kHz,属于较低频率的横流行进波或第一模态不稳定波。



(a) 常规风洞, N 值包络 ($F=1\sim 200$ kHz)



(b) 常规风洞, 固定频率 $F=40$ kHz

图 7 HIFiRE-5 的转捩预测与常规风洞实验^[44]对比

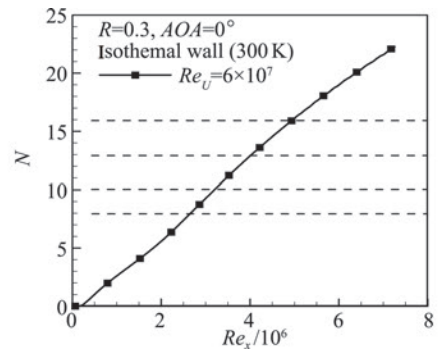
Fig.7 Transition prediction of HIFiRE-5 and its comparison with experiment result of conventional wind tunnel^[44]

3.3 弹道靶实验:小迎角锥

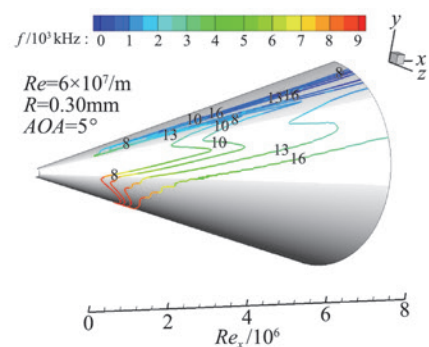
柳森等^[45]在弹道靶上开展了小迎角钝锥模型高超声速边界层转捩的自由飞实验,给出转捩雷诺数大约为 $Re_x=0.42\times 10^7\sim 0.83\times 10^7$ 。针对实验工况进行了基本流计算、稳定性分析和转捩预测,分别考虑 0° 和 5° 迎角。图 8 给出了相应的转捩预测结果。

对于 0° 迎角,基于弹道靶实验得到了转捩雷诺数 $Re_x=0.4\times 10^7$,从图 8(a)可以估算出相应的转捩判据 N_T 在 12~13 之间。由于弹道靶实验环境更接近高空真实情况,其背景扰动比常规风洞小很多,因此相应标定的转捩判据 $N_T=12\sim 13$ 比常规风洞标定的 $N_T=6\sim 7$ 要大一倍左右。对于 5° 迎角,如果以 $N_T=13$ 来判断转捩发生的位置,从图 8(b)中可以看

出转捩发生的位置在侧面最早发生,在迎风面次之,在背风面最靠后,相应的转捩雷诺数范围在 $Re_x=0.2\times 10^7\sim 0.6\times 10^7$ 之间。对于有迎角工况,迎风面和背风面的转捩发生位置相差较大,而在实验中由于迎角和侧滑角无法控制,实验测量转捩发生位置可能处于迎风面到背风面的某个位置上,因此测量的转捩雷诺数会在一个较大范围内变化。图 8(b)给出转捩位置的同时还给出了引起转捩扰动的频率,可以看出迎风面转捩主要以高频的第二模态为主,而在背风面转捩以较低频的第一模态为主。



(a) 0° 迎角转捩预测结果



(b) 5° 迎角时转捩预测结果

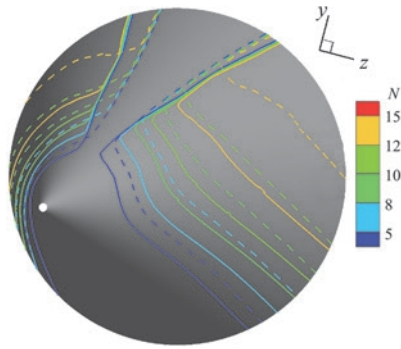
图 8 小迎角锥转捩预测与弹道靶实验对比

Fig.8 Transition prediction of cone with small angle of attack and its comparison with ballistic target test

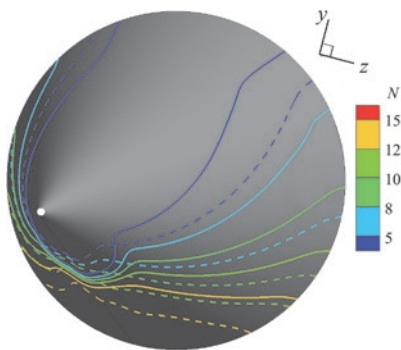
3.4 飞行试验:大迎角锥

最近,国内开展了大迎角锥的飞行试验研究,成功测到了转捩发生的过程。本文针对 $H=25$ km 和 $H=27$ km 两种典型工况开展了转捩预测与转捩判据标定研究,结果见图 9。

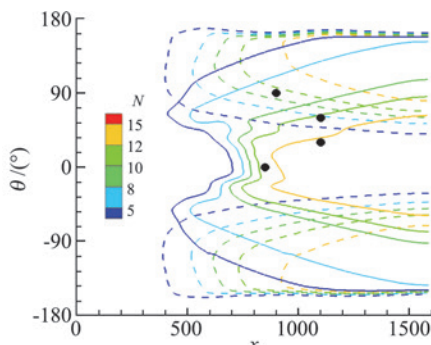
图 9(a) 给出了不同转捩判据下横流转捩预测结果,可以看出横流转捩主要发生在侧面,在背风面子午线和迎风面子午线上均没有发生横流转捩。转捩位置随着转捩判据 N_T 值的不同而不同,但总体趋势是侧面靠背风面区域先转捩,侧面靠迎风面区域后转捩。随着飞行高度的下降,横流引起的转捩位置前移,不对称性较弱。



(a) 横流转捩预测(实线: $H=25$ km, 虚线: $H=27$ km)



(b) TS波转捩预测(实线: $H=25$ km, 虚线: $H=27$ km)



(c) $H=25$ km 工况转捩预测结果实验标定
(实线: TS波, 虚线: 横流)

图9 大迎角圆锥转捩预测与飞行试验标定

Fig.9 Transition prediction of cone with large angle of attack and its calibration by flight test

图9(b)给出了不同转捩判据下第TS波转捩预测结果,可以看出TS波转捩主要发生在迎风面,但迎风面子午线上的转捩位置并不是最靠前,在迎风面子母线附近的转捩位置更靠前一些。由于迎角的存在,TS波引起的转捩位置存在较强的不对称性。随着飞行高度的下降,侧面转捩位置前移,但迎风面的转捩位置略有后移。

图9(c)给出了大迎角锥根据飞行试验进行标定的结果,其中实线为TS波预测结果,虚线为横流预测结果,黑点为飞行试验测量结果。对于高度 $H=25$ km 的工况,采用飞行试验数据进行初步标定,发现横流 $N_T=8\sim 9$ 和TS波 $N_T=12\sim 13$ 时的转捩

线与试验定量一致。不同区域导致转捩的扰动波类型不同,侧面靠背风面是由横流不稳定波引起的转捩,而侧面靠迎风面是由于TS不稳定波引起的转捩。

4 结论与展望

本文回顾了近年来高超声速流动稳定性和转捩在工程应用研究方面的进展。在流动稳定性方面:(1)将直角坐标系下的分析方法拓展到正交曲线坐标系,使之适应复杂外形分析的需要;(2)提出了一种考虑基本流和特征函数沿流向变化的扩展特征值方法,提升了流动稳定性分析非平行流的能力;(3)提出了局部散射法,定义了传递系数来定量考虑局部突变的影响;(4)结合射线理论和抛物化稳定性方程提出了一种三维边界层扰动演化的精确预测方法。在转捩方面:(1)基于流场品质对积分起始位置的扰动初始幅值进行了估算,初步考虑了来流感受性的影响;(2)基于广义增长率守恒特性提出了适合于三维边界层的积分方法;(3)初步定量给出了基于扰动幅值为判据的理性转捩判据;(4)面向工程,开发了一套实用、全自动、高效的高超声速边界层转捩预测软件,并在工程应用单位进行了初步应用,取得了不错的效果。结合风洞实验、弹道靶实验和飞行试验,在零迎角锥、椭圆锥、小迎角锥和大迎角锥的典型应用进行了应用。

然而,流动稳定性和转捩在工程应用方面,仍然任重而道远。流动稳定性分析方法在非平行性、三维性、非线性、多态性等方面的能力还有待进一步提高;转捩预测方法在感受性、模态转换、转捩机理、转捩判据等方面还有待进一步深入研究;转捩预测软件在实用性、智能性、功能性、鲁棒性、高效性等方面有待进一步完善;在工程应用中还会遇到新现象、新问题、新需求、新目标。笔者致力于这些问题的解决与工程应用研究。

致谢:本研究得到了基金委、航天科技、航天科工等单位的大力支持,在此表示感谢。本文的主要内容在“中国流动稳定性与转捩研究40年:成就、机遇和挑战”研讨会上报告过。祝周恒先生身体健康:“层流很稳定,健康占主导;转捩被推迟,益寿又延年;湍流不报到,永葆青春态!”

参 考 文 献:

- [1] 张涵信,周恒. 流体力学的基础研究[J]. 世界科技研究与发展, 2001, 23(1): 15-18.
ZHANG H X, ZHOU H. On basic research of fluid mechanics [J]. World Sci-Tech R & D, 2001, 23(1): 15-18. (in Chinese)

- [2] 周恒. 新世纪对流体学提出的要求[J]. 自然科学进展, 2000, 10(6): 491-494.
ZHOU H. Requirements for fluid mechanics in the new century [J]. Progress in Natural Science, 2000, 10(6): 491-494. (in Chinese)
- [3] 庄逢甘, 崔尔杰, 张涵信. 未来空间飞行器的某些发展和空气动力学的任务[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006, 1-12.
ZHUANG F G, CUI E J, ZHANG H X. Some development of future spacecrafts and aerodynamics tasks [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006, 1-12. (in Chinese)
- [4] FEDOROV A. Transition and stability of high-speed boundary layers[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2011, 43(1): 79-95.
- [5] 周恒. “流动稳定性与转捩”专栏前言[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 181-182.
ZHOU H. Preface of flow stability and transition column[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 181-182. (in Chinese)
- [6] 解少飞, 杨武兵, 沈清. 高超声速边界层转捩机理及应用的若干进展回顾[J]. 航空学报, 2015, 36(3): 714-723.
XIE S F, YANG W B, SHEN Q. Review of progresses in hypersonic boundary layer transition mechanism and its applications[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(3): 714-723. (in Chinese)
- [7] 陈坚强, 袁先旭, 涂国华, 等. 高超声速边界层转捩的几点认识[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49(11): 125-138.
CHEN J Q, YUAN X X, TU G H, et al. Recent progresses on hypersonic boundary-layer transition [J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2019, 49(11): 125-138. (in Chinese)
- [8] 陈坚强, 涂国华, 张毅锋, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与发展趋势[J]. 空气动力学学报, 2017, 35(3): 311-337.
CHEN J Q, TU G H, ZHANG Y F, et al. Hypersonic boundary layer transition: what we know, where shall we go [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(3): 311-337. (in Chinese)
- [9] 杨武兵, 沈清, 朱德华, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与趋势[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 183-195.
YANG W B, SHEN Q, ZHU D H, et al. Tendency and current status of hypersonic boundary layer transition [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 183-195. (in Chinese)
- [10] HUANG Z F. The mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of a supersonic boundary layer on a flat plate-temporal mode[J]. Science in China Series G, 2005, 48(5): 614.
- [11] 刘向宏, 赖光伟, 吴杰. 高超声速边界层转捩实验综述[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 196-212.
LIU X H, LAI G W, WU J. Boundary-layer transition experiments in hypersonic flow[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 196-212. (in Chinese)
- [12] 易仕和, 刘小林, 牛海波, 等. 高超声速边界层流动稳定性实验研究[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(1): 137-142.
YI S H, LIU X L, NIU H B, et al. Experimental study on flow stability of hypersonic boundary layer[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(1): 137-142. (in Chinese)
- [13] 袁先旭, 何琨, 陈坚强, 等. MF-1 模型飞行试验转捩结果初步分析[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 286-293.
YUAN X X, HE K, CHEN J Q, et al. Preliminary transition research analysis of MF-1 [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 286-293. (in Chinese)
- [14] 涂国华, 万兵兵, 陈坚强, 等. MF-1 钝锥边界层稳定性及转捩天地相关性研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49(12): 118-128.
TU G H, WAN B B, CHEN J Q, et al. Investigation on correlation between wind tunnel and flight for boundary layer stability and transition of MF-1 blunt cone[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2019, 49(12): 118-128. (in Chinese)
- [15] 周宇, 杨庆涛, 王安龄, 等. MF-1 飞行试验表面热流辨识[J]. 空气动力学学报, 2019, 37(6): 938-944.
ZHOU Y, YANG Q T, WANG A L, et al. Estimation of surface heat flux for MF-1 flight test[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2019, 37(6): 938-944. (in Chinese)
- [16] 罗纪生. 高超声速边界层的转捩及预测[J]. 航空学报, 2015, 36(1): 357-372.
LUO J S. Transition and prediction for hypersonic boundary layers[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(1): 357-372. (in Chinese)
- [17] 周玲, 阎超, 郝子辉, 等. 转捩模式与转捩准则预测高超声速边界层流动[J]. 航空学报, 2016, 37(4): 1092-1102.
ZHOU L, YAN C, HAO Z H, et al. Transition model and transition criteria for hypersonic boundary layer flow[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(4): 1092-1102. (in Chinese)
- [18] 符松, 王亮. 湍流转捩模式研究进展[J]. 力学进展, 2007, 37(3): 409-416.
FU S, WANG L. Progress in turbulence/transition modelling [J]. Advances in Mechanics, 2007, 37(3): 409-416. (in Chinese)
- [19] 向星皓, 张毅锋, 陈坚强, 等. 横流转捩模型研究进展[J]. 空气动力学学报, 2018, 36(2): 254-264, 180.
XIANG X H, ZHANG Y F, CHEN J Q, et al. Progress in transition models for cross-flow instabilities [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36(2): 254-264, 180. (in Chinese)
- [20] SARIC W. Physical description of boundary-layer transition: Experimental evidence: AGARD-R-793[R]. Special Course on Progress in Transition Modelling, 1993.
- [21] 周恒, 赵耕夫. 流动稳定性[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
ZHOU H, ZHAO G F. Hydrodynamic Stability[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [22] 唐登斌. 边界层转捩[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
TANG D B. Boundary layer transition [M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese)
- [23] REED H L, SARIC W S, ARNAL D. Linear stability theory applied to boundary layers [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1996, 28(1): 389-428.
- [24] 段毅, 姚世勇, 李思怡, 等. 高超声速边界层转捩的若干问题及工程应用研究进展综述[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 391-403.
DUAN Y, YAO S Y, LI S Y, et al. Review of progress in some issues and engineering application of hypersonic boundary layer transition[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 391-403. (in Chinese)
- [25] KACHANOV Y S, MICHALKE A. Three-dimensional instability of flat-plate boundary layers: Theory and experiment [J]. Eur J Mech B-Fluid, 1994, 13(4): 401-422.
- [26] HERBERT T. Parabolized stability equations [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1997, 29(1): 245-283.
- [27] SARIC W S, REED H L, WHITE E B. Stability and transition of three-dimensional boundary layers [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2003, 35(1): 413-440.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0379-12

流向弯曲壁超声速湍流边界层研究进展

孙明波, 王前程*, 王旭, 刘源

(国防科技大学 高超声速冲压发动机技术重点实验室, 长沙 410073)

摘要: 流向弯曲壁面上的超声速湍流边界层特性是流体力学的重要科学问题, 掌握其规律对提升高超声速飞行器设计水平有重要意义。国内外在该问题上的研究已经持续了50余年, 近年来随着实验测量和数值模拟能力的提高, 在流向曲率的影响机理上取得了突破性进展。本文系统梳理了流向凸曲壁及凹曲壁的超声速湍流边界层的演化机制, 介绍了流向曲率、压力梯度和体积膨胀/压缩等关键因素的影响规律, 总结了流向凸曲壁边界层湍流衰减的特性与成因, 以及凹曲壁边界层中 Görtler 不稳定和逆压梯度增强湍流的特性与成因。最后归纳其发展趋势, 为下一步开展弯曲壁超声速湍流边界层研究提出了建议。

关键词: 超声速; 流向曲率; 凸曲面; 凹曲面; 压力梯度; 湍流边界层

中图分类号: O357.4⁺1

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0059

Overview on progress of supersonic turbulent boundary layer on curved surfaces

SUN Mingbo, WANG Qiancheng*, WANG Xu, LIU Yuan

(Science and Technology on Scramjet Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha, 410073, China)

Abstract: The characteristics of the supersonic turbulent boundary layer subjected to the streamwise curved wall surface is an important scientific issue in fluid mechanics. To know clearly its laws is of great significance for improving the design level of hypersonic vehicles. Research on this issue in the international community has continued for more than 50 years. In recent years, with the improvement of experimental measurement and numerical simulation capabilities, breakthrough progress has been made in the influence mechanism of streamwise curvature rate. This paper systematically summarizes the evolution mechanism of supersonic turbulent boundary layer subjected to convex curved wall and concave curved wall, introduces the influence law of key impact factors such as flow direction curvature, pressure gradient and volume expansion/compression. The characteristics and causes of turbulence attenuation of convex supersonic wall boundary layer, as well as the characteristics and causes of Görtler instability and backpressure gradient enhanced turbulence fluctuation in the concave supersonic wall boundary layer, is summarized. Finally, the developing trend is summarized, and suggestions are made for the next step of research on the curved wall supersonic turbulent boundary layer.

Keywords: supersonic; streamwise curvature; convex; concave; pressure gradient; turbulent boundary layer

0 引言

自普朗特 1904 年首先提出边界层理论以来

来, 边界层问题始终是流体力学研究的核心问题之一。一百多年来, 针对边界层开展的研究极大地丰富了我们的物理认知, 显著地推动了航空工业的发展。

收稿日期: 2020-03-17; 修订日期: 2020-04-15

基金项目: 国家杰出青年科学基金(11925207)

作者简介: 孙明波(1980-), 男, 河南温县人, 教授, 研究方向: 高超声速推进技术, E-mail: sunmingbo@nudt.edu.cn

通信作者: 王前程*(1989-), 男, 安徽定远人, 副研究员, 研究方向: 高超声速推进技术, E-mail: wangqiancheng@nudt.edu.cn

引用格式: 孙明波, 王前程, 王旭, 等. 流向弯曲壁超声速湍流边界层研究进展[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(2): 379-390.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0059 SUN M B, WANG Q C, WANG X, et al. Overview on progress of supersonic turbulent boundary layer on curved surfaces[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 379-390.

在实际应用中,飞行器表面通常是弯曲的,弯曲壁面的边界层与平面边界层有明显差异,对航空飞行器部件性能有很大影响。近年来国际上高超声速飞行器成为关注的焦点,其气动布局以及吸气式推进系统设计中采用了包括流向形式在内的各种曲率,如图1所示。流向曲率影响下超声速边界层流动行为成为高超声速飞行器设计关注的重要内容之一。



(a) 美国波音公司公布的高超声速飞机方案



(b) 美国空军公布的高超声速打击武器方案

图1 典型高超声速飞行器方案:飞行器表面存在包括流向形式在内的各种曲率(图片来自互联网)

Fig.1 Two Typical hypersonic plans, showing streamwise curvature existence for both external and internal flows (Pictures are from the internet)

弯曲边界层流动的稳定性不同于平板边界层。基于无黏分析,Reyleigh 最早给出了不同型面弯曲形式下速度剖面与流动稳定性之间的关系^[1],指出弯曲流动产生离心不稳定的主要原因是 $d(\Gamma^2)/dr < 0$, 其中 $\Gamma = rU$ 为旋度, $U = U(r)$ 为流向速度, r 是到圆心的距离。考虑到边界层内的速度分布,凸曲壁对边界层具有稳定效果,而凹曲壁则会促进边界层失稳,如图2所示。Görtler^[2]通过线性稳定性分析,指出凹曲壁会在边界层中产生沿流向对转的 Görtler 涡^[3-9],如图3所示。Görtler 涡的形成与二次失稳破碎主导凹边界层的失稳和转捩过程^[10-11]。在流向曲率的影响下,边界层内流体摩擦系数、速度型、湍流度、形状因子、对流换热系数以及雷诺应力均会受到影 响,凹曲壁和凸曲壁对时均参数具有相反的作用效果^[12-17]。

亚声速条件下的研究显示,凹曲壁能够增强湍流边界层的湍流度和壁面摩阻,而凸曲壁则具有抑制湍流脉动并减小壁面摩阻的效果。相较于亚声速流动

边界层,超声速条件下曲壁边界层的影响因素更为复杂,边界层除受主应变率 $\partial U/\partial y$ 的影响外,还受到流线弯曲 $\partial V/\partial x$ 、法向压力梯度 $\partial p/\partial y$ 、流向压力梯度 $\partial p/\partial x$ 和体积膨胀 $\nabla \cdot U$ 等“额外应变率”的综合影响,这些因素在超声速条件下都会有所不同^[18]。由于影响因素较多,为深入分析超声速曲壁边界层,需要分别探究压力梯度、曲率本身和可压缩性对边界层的影响规律,这也使得现有在低速条件下得到的研究结论难以直接用于超声速流动。此外,超声速条件下流动各向异性特点相较于亚声速流动更加显著,使得研究单一因素对超声速湍流的影响效果变得更为困难^[19-20]。激波的存在更会使湍流流动与激波本身产生相互作用,从而导致激波非定常运动甚至激波面扭曲,穿过激波的湍流由于熵变也会发生相应的变化,特别是不同尺度湍流结构对于激波的响应也存在差异。当激波强度足够高时,流动还会发生分离,进一步增加了流动的非线性特性。在超声速条件下,受扰动超声速湍流中不同尺度湍流结构在压力梯度、额外应变率作用下的演化规律依然不十分清晰,而这些尺度的演化规律与流动的宏观力学、热力学特性紧密相关,直接影响着湍流建模的准确性。

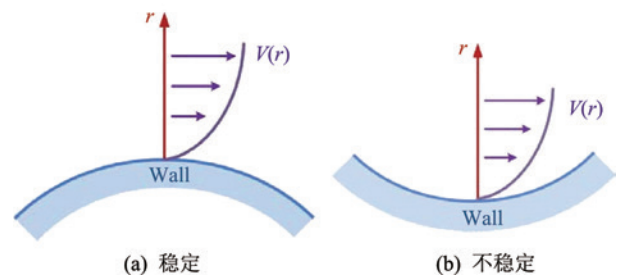


图2 边界层的速度型对应于不同曲壁下的稳定性分析

Fig.2 Stability of boundary layer under the impact of different curvatures

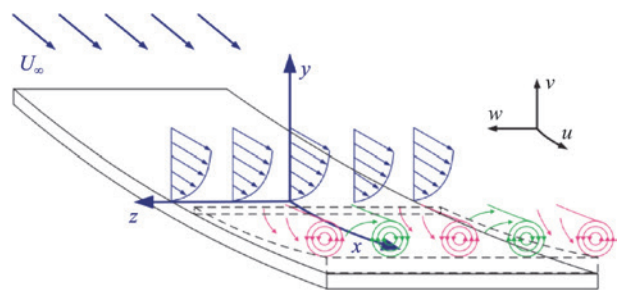


图3 凹曲壁边界层中的 Görtler 涡示意图^[10]

Fig.3 A schematic of Görtler vortices generated in the concave boundary layer^[10]

Floryan^[21]和 Saric^[1]曾就弯曲边界层的稳定性和转捩问题进行过综述,但关于充分发展的湍流边界层受流向弯曲影响的问题未有提及。早期 Spina 等^[22]在关于超声速湍流边界层结构的综述中,简要

叙述了压力梯度、流向曲率等额外应变率的对边界层时均和统计特性的影响。本文在这些经典综述文章的基础上,针对超声速湍流边界层对弯曲壁响应特性进行梳理,总结凸曲壁和凹曲壁两种流向曲率形式下的超声速湍流边界层的时均和统计特性,并重点对近年来弯曲壁超声速湍流边界层的结构演化特征和湍流受扰机制方面进行综述,提炼发展趋势,为后续研究及其应用提供参考。

1 凸曲壁超声速湍流边界层

超声速条件下,边界层受流向凸曲壁的影响,其湍流统计和结构特性均会发生变化。本节首先将对凸曲壁超声速边界层的典型特征进行综述,然后将诱导凸曲壁边界层湍流衰减的成因——体积膨胀和流向顺压梯度等因素的影响——进行总结。

1.1 凸曲壁的影响机制

与平板边界层相比,凸曲壁具有衰减超声速湍流的效果^[13, 23-24]。在凸曲率对超声速湍流边界层各类湍流参数影响的研究中,Bowersox 和 Buter^[25]通过马赫数 2.9 条件下的实验发现,凸曲壁对雷诺剪应力的大小和分布均有较大的影响。整个边界层内,剪切应力存在幅度达 50%~100% 的降低,类似的实验^[26]也报告了边界层剪应力的大幅下降。Arnette 等^[27]使用流动可视化和激光多普勒测速(LDV)相结合的方法,在马赫数 3 的条件下对比测试了 4 个构型的流场特性。Luker 等^[28]使用 LDV 对马赫数 2.9 的凸曲壁边界层的平均和湍流特性进行了详细的实验测量,并留意到了湍流逆转现象。Ekoto 等^[29]通过平面粒子图像测速技术(PIV)研究了马赫数为 2.9 时的两个不同曲率的曲面,同时考虑了表面粗糙度的影响。这些研究表明,受凸曲壁影响的超声速湍流边界层的轴向湍流强度可以降低到 70%~90%,且减弱程

度取决于流向曲率的大小。Luker 等^[28]观察到近壁区域中雷诺切应力与平板边界层相比减小了约 25% (如图 4 所示),然而整个边界层内雷诺切应力对壁面弯曲响应却是不同的。在外部区域(如 $y/\delta > 0.5$, 其中 δ 是边界层厚度),雷诺剪应力通常为负,而主应变率则保持为正。Arnette^[27]和 Tichenor 等^[30]观察到了类似的趋势。Luker 等^[28]的应变率和相关的额外量测量表明在边界层的外侧($y/\delta > 0.5$)的总湍流产生是负的,这意味着部分能量从波动的流场反馈回了平均流。

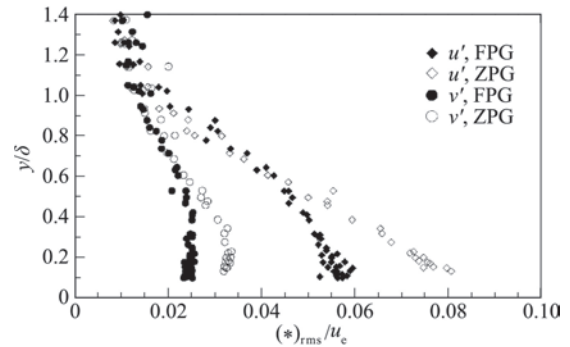


图 4 凸曲率和零压力梯度下湍流特性对比曲线^[28]
Fig.4 Comparison of turbulence fluctuations between the convex and zero-pressure-gradient boundary layers^[28]

在超声速凸曲壁边界层结构特征的研究方面,Humble 等^[31]通过实验研究了马赫数为 4.9 的湍流边界层对凸曲率壁面的响应规律,发现边界层外无旋流动进入边界层的频率明显降低,湍流/非湍流界面的不规则性随曲率的增大而减小,如图 5 所示。Luker^[28]等观察了凸曲率影响下湍流间歇性的增加,同时间歇流开始朝向边界层的边缘移动,引起负湍流生成。Wang 等^[32]则通过激光平面纳米粒子散射技术发现超声速湍流边界层在进入凸曲壁段后,湍流结构的尺度明显放大(如图 6 所示),同时湍流结构与壁

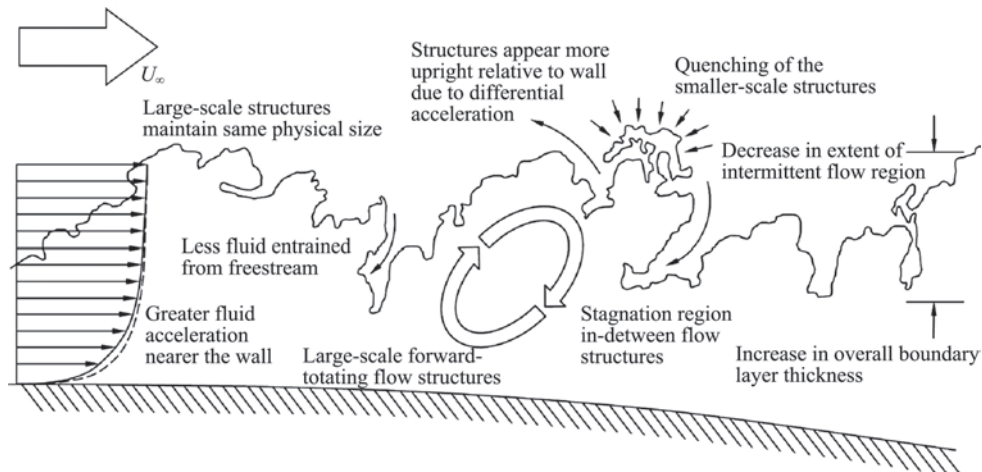
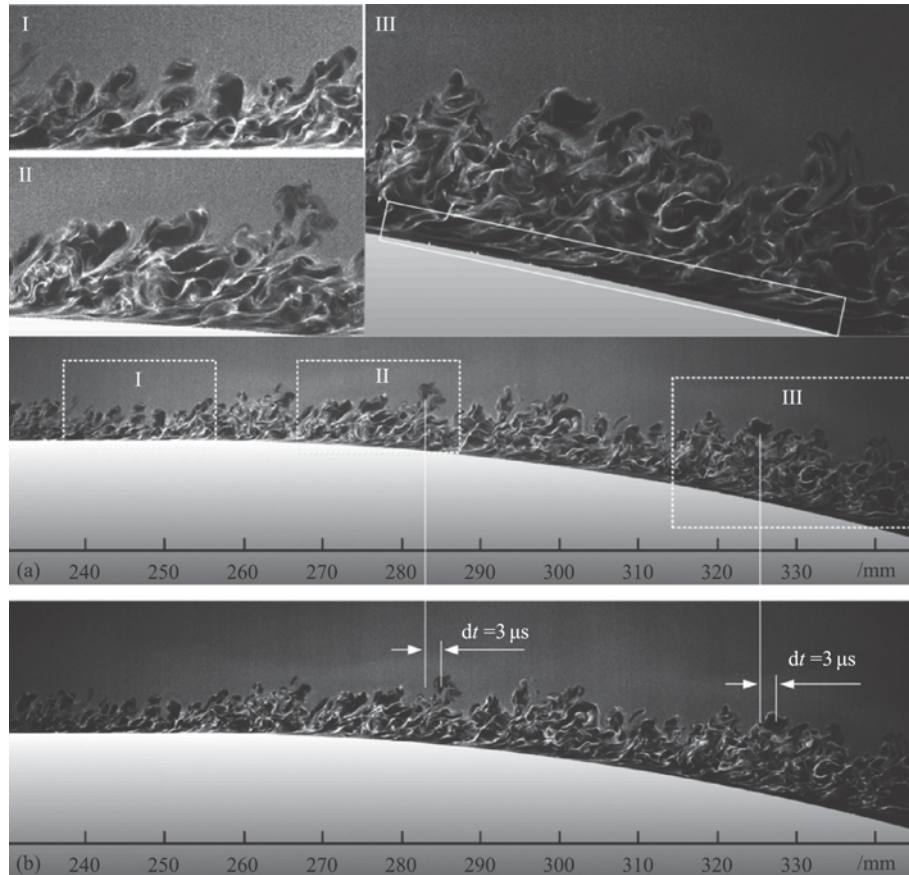


图 5 流向凸曲率对超声速湍流边界层的影响^[31]
Fig.5 Impact of the convex wall on the supersonic turbulent boundary layer^[31]

图 6 流向凸曲率影响的超声速湍流边界层观测^[32]Fig.6 Visualization of the supersonic convex turbulent boundary layer^[32]

面之间的倾角沿流向增加。Gillis 等^[33]和 Goldfeld 等^[34]则指出,超声速湍流在受凸曲壁影响的膨胀和恢复过程中,边界层外层的大尺度结构对顺压梯度的响应较为缓慢,而靠近壁面处的流动结构尺寸在顺压梯度的作用下明显减小,上游大尺度结构的保留被认为是湍流生成主要局限于具有较大平均梯度的近壁区的结果。

关于引起凸曲壁超声速边界层湍流统计特性和结构特征变化的原因一直是研究人员最为关注的问题之一。由于超声速条件下,弯曲边界层问题的影响因素复杂,除显而易见的流向曲率本身的影响之外,压力梯度、体积膨胀效应等均是影响边界层特性的重要因素^[23],近年来的研究也揭示了体积膨胀和流向顺压梯度对于超声速凸曲壁边界层湍流衰减的贡献^[19, 35]。

1.2 体积膨胀和顺压梯度的影响

在以往的许多研究中,研究人员发现凸曲壁与膨胀拐角表面形成的边界层存在诸多相似之处,如对衰减湍流、扩展速度剖面中的对数区、较于零压梯度边界层对数律上移、尾迹区强度降低等^[22, 26, 36-37]。体积膨胀和流向顺压梯度在诱导边界层湍流特性发生以上变化的过程中发挥了重要作用。这两种效应在对

于边界层外层湍流具有相似的衰减效果。但在近壁区,二者对边界层的影响则存在较为显著的区别:其中体积膨胀主要在膨胀斜坡的拐角处对近壁湍流存在显著的衰减作用,而在随后的发展中,近壁湍流特征则逐渐恢复^[35];而与体积膨胀的影响不同,流向顺压梯度对湍流的衰减作用则主要表现在外层,其在整个压力梯度影响区域内对近壁湍流的衰减则较为微弱^[19]。

Knight 等^[38]指出,湍流衰减是超声速气流通过膨胀拐角的一个重要特征。Arnette 等^[39]发现,在膨胀过程中,湍流水平显著降低,在靠近壁面处会更加显著。在强膨胀作用下,甚至会出现逆转现象,表现为湍动能水平的急剧下降和负雷诺应力值的出现。Wang 等^[32]利用基于纳米粒子的平面激光散射方法,在膨胀拐角后的湍流边界层近壁区域同样观察到这种再层流化的现象,如图 7 所示。Bradshaw^[18]指出,体积膨胀是影响湍流剪切层的主要因素,尤其是在降低雷诺应力方面。Humble 等^[31]证实,在膨胀过程中,小尺度结构因体积膨胀而湮灭。Wang 等^[32]也通过实验指出,体积膨胀对边界层湍流衰减的贡献要强于离心力效应。Dussauge 和 Gaviglio^[40]用解析和实验方法研究了体积膨胀对超声速湍流边界层湍流脉

动的影响。他们得出结论,体积膨胀是导致雷诺应力变化的主要原因。Teramoto 等^[35]通过大涡模拟发现了湍流边界层的再层流化(如图 8 所示, $x=0$ 到 5 之间涡结构明显减小),同样指出由体积膨胀所引入的负湍流生成项导致了该现象的发生。

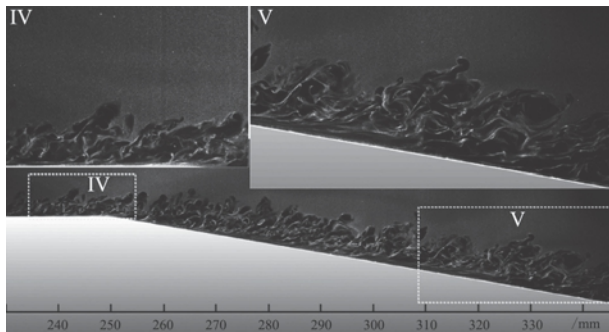


图 7 膨胀拐角表面的超声速湍流边界层结构^[32]

Fig.7 Visualizations of the instantaneous supersonic turbulent boundary layer after expansions

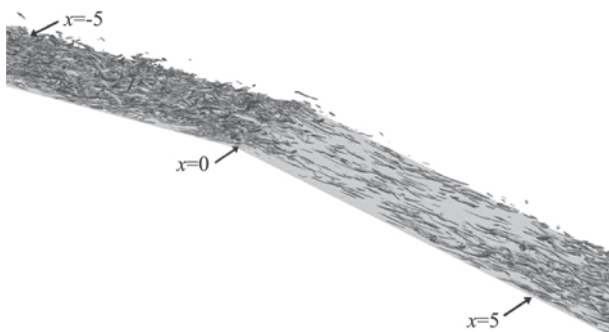


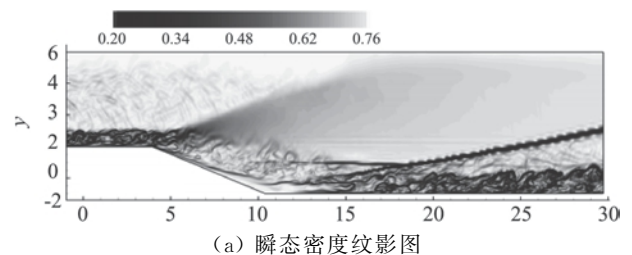
图 8 膨胀拐角影响下的湍流涡结构变化^[35]

Fig.8 Turbulence structures under the impact of an expansion ramp^[35]

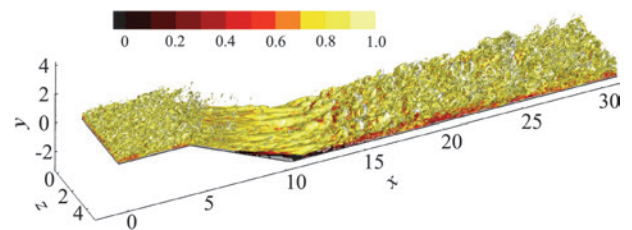
近期,Fang 等^[41]利用直接数值模拟研究了超声速湍流边界层在串联膨胀-压缩拐角中的响应规律。超声速湍流边界层经过膨胀拐角后出现了明显的双层化特点,外层湍流结构被明显抑制(如图 9 所示)。Tong 等^[42]利用直接数值模拟研究了马赫数 2.9 条件下膨胀拐角对激波边界层干扰问题的影响。研究发现,膨胀拐角能够明显减小激波所致流动分离区的大小及由流动分离带来的三维效应,同时有利于湍流恢复。该研究同样观察到膨胀拐角下游的流场中,边界层外层湍流水平被明显抑制,而内层湍流仍持续生成的现象。Sun 等^[43]通过 DNS(直接数值模拟)研究了湍流边界层通过膨胀拐角后的恢复机制,研究表明:与平板边界层相比,膨胀拐角增加了近壁面区条带结构间距,在边界层内部湍动能分布和生成呈现出典型的双层结构,近壁区域内湍流在内层比在外层拥有更快的恢复速度。

在受顺压梯度效应的影响的超声速湍流边界层

中也存在分层现象。揭示流向顺压梯度影响的前提是解耦流向曲率的影响,并避免早期研究中采用弯曲壁面引入压力梯度的方法,因此需要将曲率效应与压力梯度及体积膨胀效应解耦开来。Wang 等^[15,20]采用的通过外源反射膨胀波调节壁面附近压力分布的等效压力梯度方法为此提供了一个可靠的解决方案(如图 10)。在此基础上 Wang 等^[19]通过对顺压梯度作用下的平板超声速湍流边界层进行直接数值模拟研究发现,与膨胀拐角流动中内层湍流受到快速抑制不同,当湍流边界层只受到顺压梯度影响时,内层湍流衰减的速度要明显慢于外层,如图 11 所示,同为分层,但体积膨胀和流向顺压梯度所诱导形成的分层方式截然不同。



(a) 瞬态密度纹影图



(b) 瞬态涡量等值面图

图 9 超声速串联膨胀-压缩拐角湍流结构^[41]

Fig.9 Turbulent structures over an expansion-compression corner^[41]

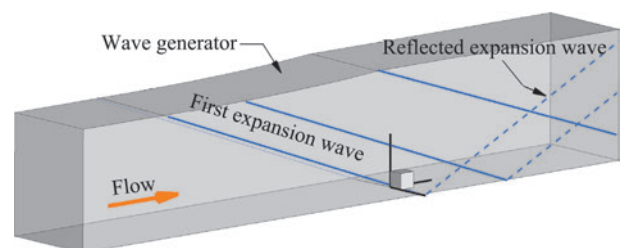


图 10 等效压力梯度方法产生顺压梯度示意图^[19]

Fig.10 A schematic of the method used to generate streamwise favorable pressure gradient for a supersonic flat-plate boundary layer^[19]

最近,Wu 等^[44]在比较充分发展湍流边界层与转捩边界层的时空湍流结构时,发现在零压力梯度充分发展湍流边界层中可能存在湍流型湍流涡斑(turbulent-turbulent spots, TUTs)。Wang 等^[19]在零压力梯度的平板边界层中同样观察到类似的

TUTs 结构,并且 TUTs 结构在顺压梯度作用下,会受到明显抑制,如图 12 所示。从结构特征上来看,TUTs 结构的减弱也是超声速凸曲壁边界层湍流特

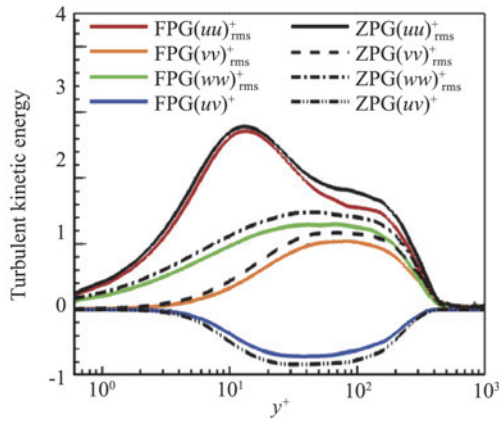
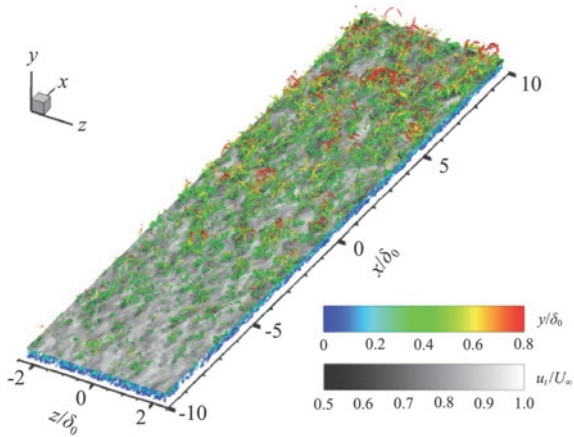
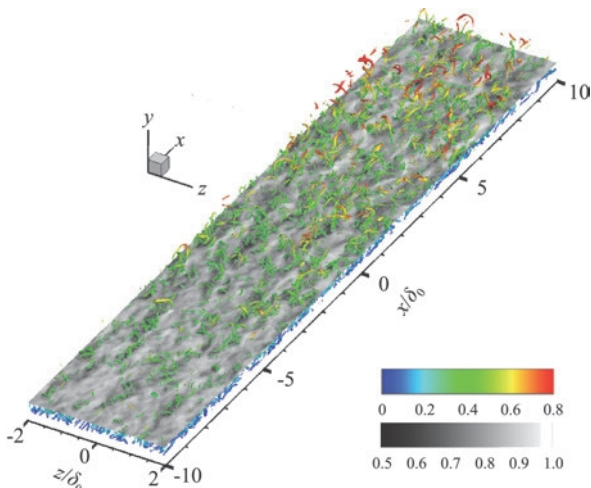


图 11 顺压梯度边界层对外层湍流的衰减作用^[19]
 Fig.11 The suppression of turbulence in the outer layer of a supersonic turbulent boundary layer subjected to favorable pressure gradient^[19]



(a) 零压力梯度边界层



(b) 顺压梯度边界层

图 12 顺压梯度下湍流边界层中的 TUTs 示意图^[19]

Fig.12 TUTs in a supersonic flat-plate turbulent boundary layer with streamwise zero and favorable pressure gradients^[19]

性减弱的直观体现。

流向凸曲壁能够诱导边界层厚度增加、湍流度降低、摩擦系数减小、对流换热系数减小等。体积膨胀和流向顺压梯度是诱导超声速湍流边界层的时均和统计特性变化的重要因素。在这两个因素的影响下,湍流边界层的分层响应机制依然是目前研究人员关心的问题,也是进一步深入研究超声速凸曲壁边界层中湍流结构和流动特性的变化规律的突破点之一。

2 凹曲壁超声速湍流边界层

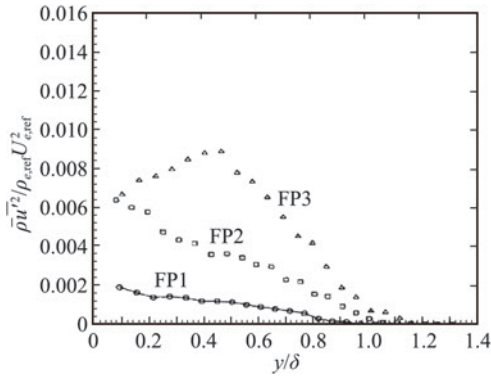
和流向凸曲壁边界层类似,超声速条件下的流向凹曲壁边界层中也存在流向逆压梯度、流向曲率等多重因素影响的问题。近年来的研究逐步揭示了超声速湍流边界层对流向弯曲的响应机制,流向压力梯度对湍流结构和统计特性改变的贡献也逐渐清晰。本节将首先对流向逆压梯度的影响及其作用机制进行梳理,然后就超声速湍流边界层对凹曲壁的影响进行总结。

2.1 逆压梯度对超声速湍流边界层的影响

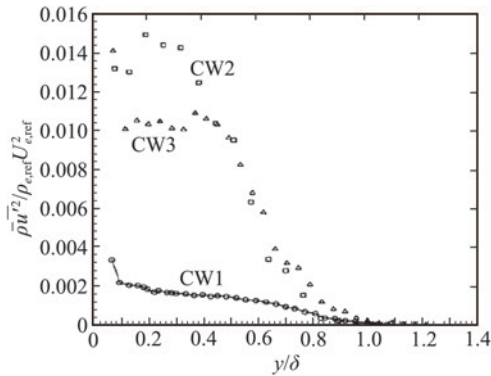
在早期的研究中,流向压力梯度主要由凹曲率壁面及压缩拐角等具有收缩特性的几何构型产生,湍流特性的变化受到流线弯曲的耦合作用。Smith 和 Smits^[45]以及 Fernando^[46]等首先尝试分离相互间的干扰,来对比研究流向逆压力梯度和流向弯曲的影响,结果显示压力梯度和纯流向曲率对边界层时均和湍流特性的影响均非常显著,但凹曲率导致的湍流脉动则比单纯的流向逆压梯度增强近 50%,如图 13 所示。

压力梯度通常用 Clauser 压力梯度参数 $\beta = (dp/dx)(\tau_w/\delta^*)$ (其中 δ^* 是位移厚度; τ_w 是壁面剪应力; dp/dx 是流向压力梯度) 表征^[47]。正值 β 表示逆压梯度,负值表示顺压提速。当 $\beta=0$ 时,表示零压梯度。由于角动量守恒,体积压缩 $-\nabla \cdot U$ 和横向扩散都可以减小流体单元的展向截面面积,从而增加展向涡量。前者由“额外应变率”引起,会减小边界层的厚度;后者即使在很小的水平上也可能对边界层流动产生较大的影响^[18, 48-49]。与零压梯度湍流边界层相比,逆压梯度作用下的不可压缩壁面流动沿流动方向具有呈降低趋势的表面摩擦系数^[47, 50-53],而超声速条件下,表面摩擦系数则会沿流动方向不断增大^[54-55]。除了表面摩擦系数会在逆压梯度作用下发生显著的改变,平均速度沿边界层厚度方向的分布相较于零压梯度边界层通常也会发生显著的改变。然而由于现有数据多来源于实验研究,受限于速度测量的精度,不同实验得到的速度剖面数据往往具有一定出入。根据文献^[51, 56-57]的报道,逆压梯度可能导致不可压缩流动速度剖面的对数律区低于经典的

对数律分布,而文献[58]则得出即使存在逆压梯度,经典对数律依然存在的结论。对于超声速边界层,文献[59]观测到 van-Driest 变换速度剖面在逆压梯度的作用下会发生相对于零压梯度对数律区的上移。文献[46]则表示对数律区基本维持不变。



(a) 超声速逆压梯度平板边界层在不同流向位置的湍流度剖面



(b) 超声速凹曲壁边界层在不同流向位置的湍流度剖面

图 13 逆压梯度和凹曲壁条件下超声速边界层在不同流向位置湍流度分布对比^[45]

Fig.13 A comparison of the turbulence intensity between the adverse-pressure-gradient and concave boundary layers^[45]

Wang 等^[15, 20]通过采用等效压力梯度方法来分离流向压力梯度和流向曲率的影响,并开展的实验(如图 14 所示)^[20]和直接数值模拟研究^[60],得出了相似的结论。除了对数律区的可能偏移外,文献[46, 61]还发现受逆压梯度的影响,对数律区的斜率也会发生变化,这可能是由于边界层内湍流运动的长度尺度增加导致的。在逆压梯度的影响下,速度剖面的尾迹区相较于零压梯度边界层明显上移。逆压梯度能显著地促进不稳定性增长并加速流动转捩,当逆压梯度效应足够强时,边界层还可能发生流动分离^[36, 62-63]。与零压梯度边界层流动相比,逆压梯度作用下的高阶统计特征和流动结构会发生明显变化。湍动能和雷诺应力通常会被显著放大,特别是在外层,当用壁面单位无量纲化湍流脉动时,边界层外层区域可以观察到第二峰值^[50-51, 64]。

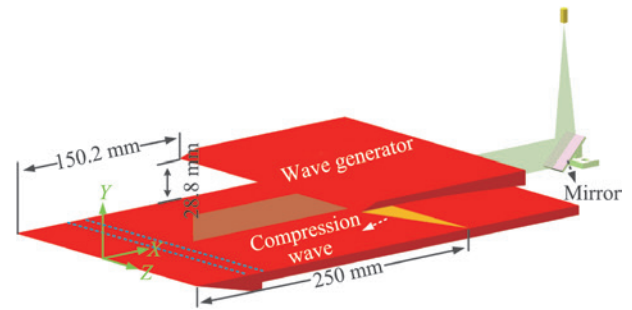


图 14 等效逆压梯度超声速湍流边界层实验设计示意图^[20]

Fig.14 A schematic of experimental setup to generate streamwise adverse pressure gradient for a supersonic flat-plate boundary layer^[20]

湍流结构特征在逆压梯度的作用下也与零压梯度边界层不同。具体表现为大尺度结构(large-scale motions)在边界层内更为活跃,涡结构能量增益显著^[52, 53, 65-68]。由大尺度涡结构产生的上喷、下扫和展向事件被认为是导致平均流动特性和湍流统计量改变的主要诱因。Bobke 等^[69]研究了在恒定和可变逆压梯度下,不同摩擦雷诺数湍流边界层的历史效应。结果表明,平均速度和雷诺应力分布依赖于边界层流动的下游发展。由于存在历史效应,逆压梯度对湍流边界层有累积效应。此外,针对凹曲壁超声速湍流边界层和逆压梯度作用下的平板超声速湍流边界层的数值模拟^[14, 60, 70]均发现了类似于湍流型湍流涡斑的流场结构(如图 15 所示),这种结构在逆压梯度

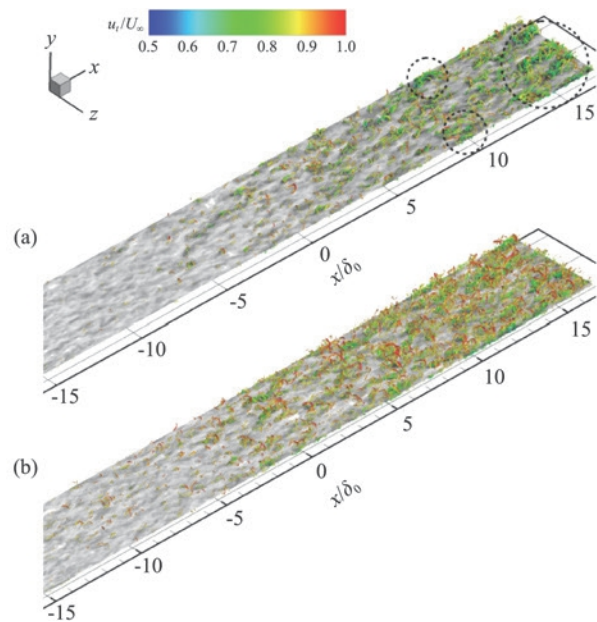


图 15 (a)逆压梯度作用下湍流边界层中的类湍流型湍流涡斑(TUTs)结构;(b)零压梯度作用下湍流边界层中的类湍流型湍流涡斑结构^[60]

Fig.15 (a) TUTs in a supersonic adverse-pressure-gradient boundary layer; (b) TUTs in a supersonic zero-pressure-gradient boundary layer^[60]

的作用下呈现出增强的趋势,其与边界层外层大尺度结构的增强之间的关联仍有待进一步研究。

流向逆压梯度对边界层时均和湍流特性的显著影响源于其对边界层中法向运输的增强。在凹曲壁超声速边界层流动中,边界层除受到压力梯度的影响外,由流向弯曲带来的离心不稳定的作用会进一步加强边界层的法向运输,并改变边界层特性。

2.2 凹曲壁超声速湍流边界层

近些年来,随着实验测试和数值仿真手段的改善,关于凹曲壁超声速湍流边界层的认识在湍流统计特性和湍流结构的演化机制方面均逐步深入。

实验研究方面, Jayaram 等^[61]在自由来流马赫数为 2.87 的条件下测试了流向凹曲壁和压缩拐角上形成的边界层,他们发现这两种构型均能够显著增强边界层的湍流特性,致使其流向速度型在对数律层存在一个凹陷,低于正常的平板边界层的对数律层,他们将其归因为凹曲壁边界层中湍流运动的长度和时间尺度的增加所诱导的速度分布的变化。此外, Hoffmann 等^[71]也在实验中发现了类似的现象。Donovan 等^[55]在马赫数 2.86 条件下发现,与平板边界层相比,凹曲壁边界层壁面切应力增长了约 125%。不同的是,他们在实验的弯曲段并没有发现边界层速度剖面中存在的凹陷现象,但却在弯曲段下游的恢复段中发现了速度剖面中的凹陷。Wang 等^[16]在实验中发现超声速平板边界层进入弯曲段后,原本的较大尺度结构迅速转变为大量小尺度结构,如图 16 所示。

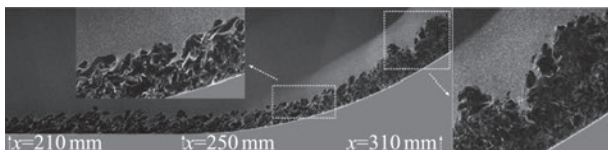


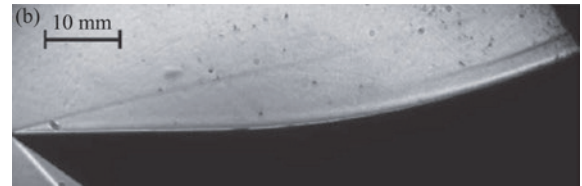
图 16 实验观测到的超声速凹曲壁边界层中的瞬时流场结构^[16]

Fig.16 Instantaneous turbulent structures visualized in experiment^[16]

近期, Flaherty 和 Austin^[72]对最高马赫数达到 7.45 的高超声速曲壁边界层开展了研究。纹影结果显示,相较于平板边界层,凹曲壁段的边界层厚度可以看到明显变薄的现象,如图 17 所示。此外,他们还针对不同曲率弯曲壁面的近壁热流进行了详细测量,结果表面,相较于平板边界层,凹曲壁能够显著提高壁面的换热系数。并且他们发现,对于不同曲率的边界层,当以流向偏转角为横坐标时,不同曲壁边界层的壁面热流数据分布具有自相似性,如图 18 所示,这对于工程设计具有重要意义,意味着工程中可以基于壁面偏转角来对弯曲壁面的表面热流进行估算。



(a) 平板边界层



(b) 凹曲壁边界层

图 17 平板边界层和凹曲壁边界层的纹影图^[72]
Fig.17 Schlieren of flat-plate boundary layer and concave boundary layer^[72]

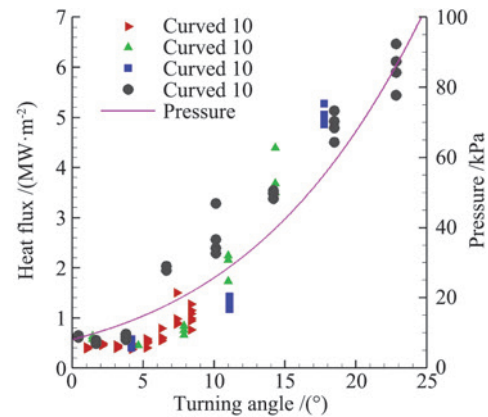


图 18 不同流向曲率边界层的近壁热流随壁面偏转角的变化^[72]
Fig.18 Variation of the near-wall heat flux with wall turning for boundary layers subjected to different curvatures^[72]

边界层时均和湍流特性的变化主要来源于流场结构的变化。对于凹曲壁超声速层流边界层, Görtler 涡的形成及其二次失稳是边界层转换的重要因素,符松课题组^[6-7, 10]采用稳定性分析研究了超声速层流边界层在曲率影响下其中 Görtler 涡的非线性增长过程,如图 19 所示,揭示了不同模态波的影响和作用机制。

对于湍流边界层,由于流场结构的复杂性,其中的 Görtler 不稳定难以直接辨识,但是边界层在进入弯曲段后,其中低速和高速流动沿展向的交错与周期性分布表明,即使在湍流边界层中, Görtler 不稳定对流场结构的影响依然显著,如图 20 所示。Hoffmann 等^[71]以及 Barlow 和 Johnston^[73-74]均通过实验中发现 Görtler 不稳定能够在边界层中引入大尺度的流向涡旋结构,很多研究中也称其为类 Görtler 涡,这些结构能够诱导边界层中形成明显强于一般平板边界层的

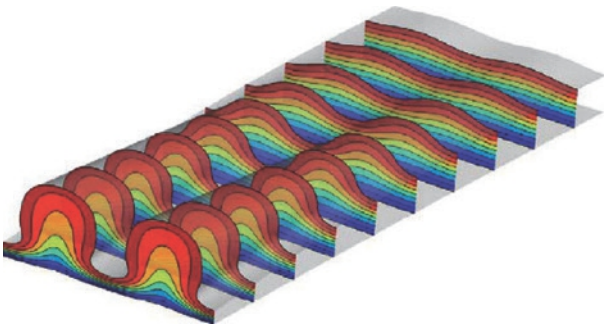
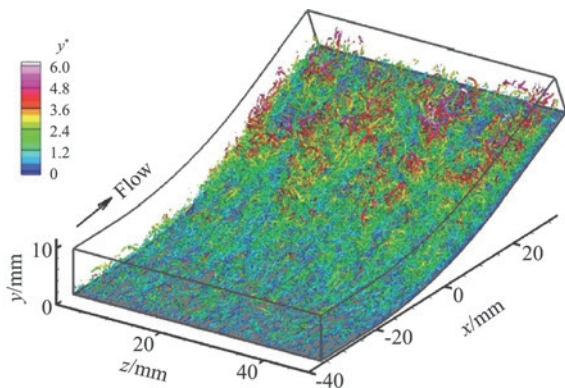
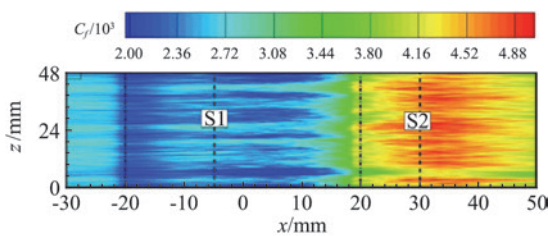


图 19 马赫数 4.5 边界层中 Görtler 涡及低速与高度条带的形成过程^[10]

Fig.19 Formation of Görtler vortices and the streaks within a Mach 4.5 boundary layer^[10]



(a) 瞬时涡结构



(b) 时均摩擦分布

图 20 凹曲壁边界层中瞬时涡结构和时均摩擦分布云图^[75]

Fig.20 Instantaneous vortices and time-averaged wall friction for a supersonic concave boundary layer^[75]

内外层之间的法向对流与动量交换运动。但是不同于层流边界层中产生的 Görtler 涡，湍流边界层中这些流向涡旋结构并没有对应的涡核和集中涡量。

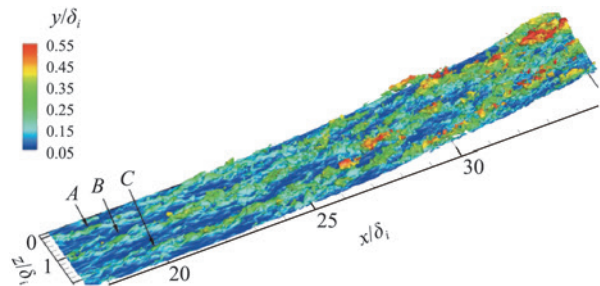
Tong 等^[75] 在马赫数 2.9 条件下的直接数值模拟研究也发现了平板边界层在进入到弯曲段之后，边界层中会形成明显大尺度的类 Görtler 涡结构，同时这种大尺度结构会诱导边界层的时均摩擦分布形成展向周期性分布(如图 20 所示)，这也表明类 Görtler 涡结构的展向位置是总体稳定的。但是，需要强调的是，从涡的任何定义来看，这些大尺度的类 Görtler 涡结构都难以称之为单一的涡。此外，Tong 等^[75] 模拟结果还显示流向曲率对边界层对数率层的影响较

小，这也表明，在关于流向曲率对边界层对数率层的影响方面依然存在争论。此外，他们的数值模拟结果同样显示了边界层中湍流脉动的显著增强，其中在边界层外层的增强尤为明显。

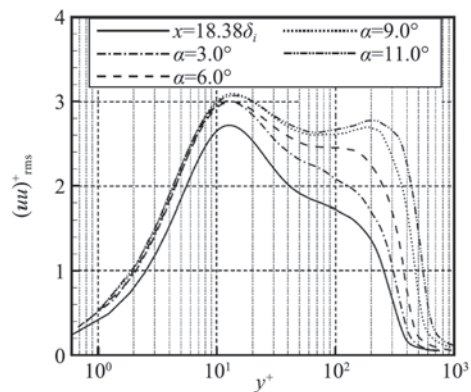
近年来，Wang 等^[14,16-17] 和 Sun 等^[70] 通过系统的实验和直接数值模拟研究，揭示了 Görtler 不稳定诱导边界层中形成大尺度运动的机制。

Wang 等^[14] 指出，边界层中大尺度结构的变化是导致其湍流统计特性变化的直接原因。湍流边界层超级结构(VLSM)中存在丰富的发卡涡结构，这些结构在 Görtler 不稳定的作用下其强度会明显增强，并同时诱导形成更多的流向结构。这些结构的综合作用显著增强了边界层中的动量交换，放大平板边界层中 VLSM 结构并导致了展向不均匀，形成了 Barlow 和 Johnston^[73-74] 在凹曲壁边界层中观测到的大尺度的类 Görtler 涡结构。凹曲壁边界层中大尺度法向运动的形成，进一步促使边界层中上喷(Q2)和下洗(Q4)事件明显增强，由于 Q2 和 Q4 事件是边界层中湍流生成的最主要贡献者，边界层的湍流脉动也随之增强，并在边界层外层形成了湍流脉动的第二峰值^[14]，如图 21 所示。

Sun 等^[70] 指出，凹曲壁上超声速湍流边界层内



(a) 流向凹曲壁边界层中的瞬时大尺度结构

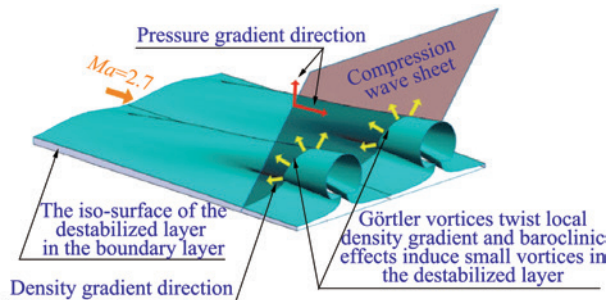


(b) 流向湍流脉动在不同流向位置的剖面

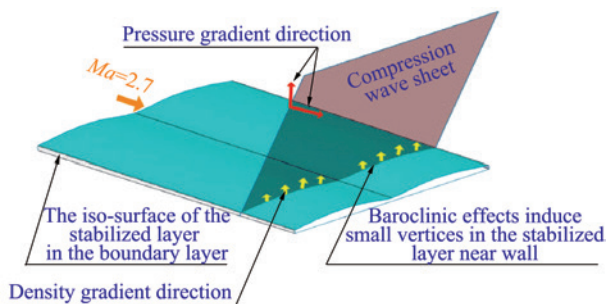
图 21 流向凹曲壁边界层中的瞬时大尺度结构及其诱导形成的外层湍流脉动第二峰值^[14]

Fig.21 Instantaneous structures of a supersonic concave boundary layer and the secondary bump induced by the large scale motions^[14]

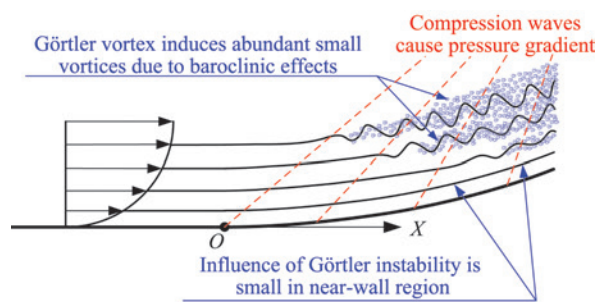
部存在的大尺度类 Görtler 结构会扭曲当地密度梯度, 与密度和压力梯度有关的斜压涡量生成项相比逆压力梯度边界层会显著增强, 该项对小尺度涡的形成具有显著的贡献, 这一机制同样诱导了流向逆压梯度边界层中大量小尺度湍流结构的形成, 如图 22 所示。关于 Görtler 不稳定在超声速凹曲壁边界层中增强并诱导形成更多流向结构的发现也进一步解释了 Wang 等^[16] 在实验中发现的超声速平板边界层进入弯曲段后出现大量小尺度结构(如图 22 所示)的原因。



(a) Görtler 不稳定引起当地梯度变化



(b) 斜压效应



(c) 类 Görtler 涡促进了外层的交换

图 22 超声速凹曲壁边界层中的 Görtler 不稳定及由斜压涡量生成项诱导形成类 Görtler 涡结构的原理简图^[70]

Fig.22 Schematic of Görtler instabilities and the small vortices formed by the large baroclinic production^[70]

总的来看, 流向凹曲壁作用于超声速湍流边界层会增大摩擦系数、减小形状因子、增强对流换热系数等^[45, 54-55, 71-72, 76-78]。由于凹曲壁诱导的湍流结构特性的改变, 尤其是大尺度类 Görtler 结构的形成是导致时均和湍流统计特性改变和关键, 这方面的研究目前正获得越来越多的关注。

3 结束语

多年来国内外研究人员关于超声速边界层中流向曲率和压力梯度影响方面的研究取得了丰硕的成果。在早期发现的流向凸曲壁对湍流衰减作用和流向凹曲壁对湍流增强作用的基础上, 近年来的研究在流向弯曲壁影响超声速湍流边界层的物理机制方面取得了显著进展: 揭示了体积膨胀效应在超声速湍流衰减中的重要作用, 其在凸曲壁边界层中的影响强于离心效应和流向顺压梯度; 发现了在凹曲壁边界层中导致湍流特性增强的多重影响因素, 包括 Görtler 不稳定对流向结构的放大效应、斜压涡量生成以及流向逆压梯度作用等, 揭示了超声速湍流边界层对流向凹曲壁响应机制。这些研究成果对于湍流模化和发展基于型面优化的流动控制技术具有指导意义。

但是总体来看, 目前不论是从理论认识还是从实际工程实践方面来看, 依然存在诸多问题需要进一步深入研究:

1) 近壁湍流对流向曲率和压力梯度响应规律。目前的研究多关注于外层湍流结构演化特性, 但考虑到湍流边界层的维持依赖于近壁湍流的自持循环, 揭示近壁湍流在流向曲率和压力梯度影响下的响应规律, 对于深刻认识流向弯曲壁超声速湍流边界层并对其演化进行预测具有重要意义。

2) 高马赫数、高雷诺数、不同壁面温度条件下流向弯曲壁对超声速湍流边界层的影响。目前研究结论主要源于马赫数 3 以下的实验和仿真, 不论是从理论研究还是从指导工程实践角度来看, 关于边界层湍流特性、壁面热流、壁面摩擦等随马赫数、雷诺数、壁面温度等参数变化规律的研究都亟待开展。

3) 超声速三维流场中流向弯曲壁的影响机制。在工程问题中, 流向弯曲的影响往往同激波/边界层干扰、展向弯曲等共同存在, 三维性强, 相互作用机制复杂。进一步需要针对激波与弯曲边界层相互作用、多弯曲扰动条件下的超声速湍流边界层发展特性等问题开展研究, 这对于高超声速飞行器内外流道的设计具有重要意义。

致谢: 感谢清华大学符松教授、中科院力学所李新亮研究员以及国防科技大学赵玉新教授在撰写本文过程中的探讨以及提供的资料。

参 考 文 献:

- [1] SARIC W S. Görtler vortices [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1994, 26(1): 379-409.
- [2] GÖRTLER H. On the three dimensional instability of laminar boundary layers on concave walls[R]. 1954, NACA TM 1375.

- [3] WORTMANN F X. Visualization of transition[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1969, 38(3): 473-480.
- [4] BIPPES H, GÖRTLER H. Three-dimensional disturbances in the boundary layer along a concave wall[J]. *Acta Mechanica*, 1972, 14: 251-267.
- [5] TANI I, AIHARA Y. Görtler vortices and boundary-layer transition[J]. *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik ZAMP*, 1969, 20(5): 609-618.
- [6] REN J, FU S. Study of the discrete spectrum in a Mach 4.5 görtler flow[J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2015, 94(2): 339-357.
- [7] REN J, FU S. Competition of the multiple Görtler modes in hypersonic boundary layer flows[J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2014, 57(6): 1178-1193.
- [8] WANG J S, FENG L H, WANG J J, et al. Görtler vortices in low-Reynolds-number flow over multi-element airfoil [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, 835: 898-935.
- [9] CHEN X, HUANG G L, LEE C B. Hypersonic boundary layer transition on a concave wall: stationary Görtler vortices[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 865: 1-40.
- [10] REN J, FU S. Secondary instabilities of Görtler vortices in high-speed boundary layer flows [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 781: 388-421.
- [11] XU D D, ZHANG Y M, WU X S. Nonlinear evolution and secondary instability of steady and unsteady Görtler vortices induced by free-stream vortical disturbances [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 829: 681-730.
- [12] BRADSHAW P. The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1969, 36(1): 177-191.
- [13] MUCK K C, HOFFMANN P H, BRADSHAW P. The effect of convex surface curvature on turbulent boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, 161: 347.
- [14] WANG Q C, WANG Z G, SUN M B, et al. The amplification of large-scale motion in a supersonic concave turbulent boundary layer and its impact on the mean and statistical properties[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 863: 454-493.
- [15] WANG Q C, WANG Z G, ZHAO Y X. The impact of streamwise convex curvature on the supersonic turbulent boundary layer[J]. *Physics of Fluids*, 2017, 29(11): 116106.
- [16] WANG Q C, WANG Z G. Structural characteristics of the supersonic turbulent boundary layer subjected to concave curvature[J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 108(11): 114102.
- [17] WANG Q C, WANG Z G, ZHAO Y X. An experimental investigation of the supersonic turbulent boundary layer subjected to concave curvature[J]. *Physics of Fluids*, 2016, 28(9): 096104.
- [18] BRADSHAW P. The effect of mean compression or dilatation on the turbulence structure of supersonic boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1974, 63(3): 449-464.
- [19] WANG X, WANG Z G, SUN M B, et al. Effects of favorable pressure gradient on turbulence structures and statistics of a flat-plate supersonic turbulent boundary layer[J]. *Physics of Fluids*, 2020, 32(2): 025107.
- [20] WANG Q C, WANG Z G, ZHAO Y X. On the impact of adverse pressure gradient on the supersonic turbulent boundary layer[J]. *Physics of Fluids*, 2016, 28(11): 116101.
- [21] FLORYAN J M. On the görtler instability of boundary layers [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 1991, 28(3): 235-271.
- [22] SPINA E F, SMITS A J, ROBINSON S K. The physics of supersonic turbulent boundary layers [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1994, 26(1): 287-319.
- [23] GIBSON M M, VERRIOPOULOS C A, NAGANO Y. Measurements in the heated turbulent boundary layer on a mildly curved convex surface[M]//*Turbulent Shear Flows 3*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1982: 80-89.
- [24] GIBSON M M, VERRIOPOULOS C A, VLACHOS N S. Turbulent boundary layer on a mildly curved convex surface[J]. *Experiments in Fluids*, 1984, 2(1): 17-24.
- [25] BOWERSOX R D W, BUTER T A. Turbulence measurements in a Mach 2.9 boundary layer including mild pressure gradients [J]. *AIAA Journal*, 1996, 34(12): 2479-2483.
- [26] LUKER J J, HALE C S, BOWERSOX R D W. Experimental analysis of the turbulent shear stresses for distorted supersonic boundary layers[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1998, 14(1): 110-118.
- [27] ARNETTE S A, SAMIMY M O, ELLIOTT G S. The effects of expansion on the turbulence structure of compressible boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 367: 67-105.
- [28] LUKER J J, BOWERSOX R D W, BUTER T A. Influence of curvature-driven favorable pressure gradient on supersonic turbulent boundary layer[J]. *AIAA Journal*, 2000, 38: 1351-1359.
- [29] EKOTO I W, BOWERSOX R D W, BEUTNER T, et al. Response of supersonic turbulent boundary layers to local and global mechanical distortions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 630: 225-265.
- [30] TICHENOR N R, HUMBLE R A, BOWERSOX R D W. Response of a hypersonic turbulent boundary layer to favourable pressure gradients[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 722: 187-213.
- [31] HUMBLE R A, PELTIER S J, BOWERSOX R D W. Visualization of the structural response of a hypersonic turbulent boundary layer to convex curvature[J]. *Physics of Fluids*, 2012, 24(10): 106103.
- [32] WANG Q C, WANG Z G, ZHAO Y X. Structural responses of the supersonic turbulent boundary layer to expansions [J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 109(12): 124104.
- [33] GILLIS J C, JOHNSTON J P. Turbulent boundary-layer flow and structure on a convex wall and its redevelopment on a flat wall[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1983, 135: 123-153.
- [34] GOLDFELD M A, NESTOULIA R V, SHIPLYUK A N. Relaminarization of a turbulent boundary layer with a mach number $M_\infty = 4$ [J]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2002, 43: 76-82.
- [35] TERAMOTO S, SANADA H, OKAMOTO K. Dilatation effect in relaminarization of an accelerating supersonic turbulent boundary layer[J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(4): 1469-1474.
- [36] SMITS A J, WOOD D H. The response of turbulent boundary layers to sudden perturbations [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1985, 17(1): 321-358.
- [37] LEWIS J E, GRAN R L, KUBOTA T. An experiment on the adiabatic compressible turbulent boundary layer in adverse and favourable pressure gradients[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1972, 51(4): 657-672.
- [38] KNIGHT D, YAN H, PANARAS A G, et al. Advances in CFD prediction of shock wave turbulent boundary layer interactions[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2003, 39(2/3): 121-184.
- [39] ARNETTE S A, SAMIMY M, ELLIOTT G S. Structure of supersonic turbulent boundary layer after expansion regions[J]. *AIAA Journal*, 1995, 33(3): 430-438.
- [40] DUSSAUGE J P, GAVIGLIO J. The rapid expansion of a supersonic turbulent flow; role of bulk dilatation[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 174: 81-112.

- [41] FANG J, YAO Y F, ZHELTOVODOV A A, et al. Direct numerical simulation of supersonic turbulent flows around a tandem expansion-compression corner[J]. *Physics of Fluids*, 2015, 27(12): 125104.
- [42] TONG F L, LI X L, YUAN X X, et al. Incident shock wave and supersonic turbulent boundary layer interactions near an expansion corner[J]. *Computers & Fluids*, 2020, 198: 104385.
- [43] SUN M B, HU Z W, SANDHAM N D. Recovery of a supersonic turbulent boundary layer after an expansion corner[J]. *Physics of Fluids*, 2017, 29(7): 076103.
- [44] WU X H, MOIN P, WALLACE J M, et al. Transitional - turbulent spots and turbulent - turbulent spots in boundary layers[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2017, 114(27): E5292-E5299. DOI:10.1073/pnas.1704671114.
- [45] SMITH D R, SMITS A J. A study of the effects of curvature and compression on the behavior of a supersonic turbulent boundary layer[J]. *Experiments in Fluids*, 1995, 18(5): 363-369.
- [46] FERNANDO E M, SMITS A J. A supersonic turbulent boundary layer in an adverse pressure gradient[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1990, 211: 285-307.
- [47] CLAUSER F H. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients[J]. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1954, 21(2): 91-108.
- [48] KIM J H, SAMIMY M, LEE S. Effects of compression and expansion on turbulence intensity in supersonic boundary layers[J]. *AIAA Journal*, 2001, 39: 1071-1077.
- [49] SMITS A J, EATON J A, BRADSHAW P. The response of a turbulent boundary layer to lateral divergence[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1979, 94(2): 243-268.
- [50] LEE J H, SUNG H J. Effects of an adverse pressure gradient on a turbulent boundary layer[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2008, 29(3): 568-578.
- [51] MONTY J P, HARUN Z, MARUSIC I. A parametric study of adverse pressure gradient turbulent boundary layers [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2011, 32(3): 575-585.
- [52] VINUESA R, NEGI P S, ATZORI M, et al. Turbulent boundary layers around wing sections up to $Re_c=1,000,000$ [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2018, 72: 86-99.
- [53] VINUESA R, ÖRLÜ R, SANMIGUEL VILA C, et al. Revisiting history effects in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers[J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2017, 99(3/4): 565-587.
- [54] STUREK W B, DANBERG J E. Supersonic turbulent boundary layer in adverse pressure gradient. Part 11: data analysis[J]. *AIAA Journal*, 1972, 10(5): 630-635.
- [55] DONOVAN J F, SPINA E F, SMITS A J. The structure of a supersonic turbulent boundary layer subjected to concave surface curvature[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 259: 1-24.
- [56] NAGANO Y, TSUJI T, HOURA T. Structure of turbulent boundary layer subjected to adverse pressure gradient [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1998, 19(5): 563-572.
- [57] SPALART P R, WATMUFF J H. Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1993, 249: 337.
- [58] AUBERTINE C D, EATON J K. Turbulence development in a non-equilibrium turbulent boundary layer with mild adverse pressure gradient[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, 532: 345-364.
- [59] FRANKO K J, LELE S. Effect of adverse pressure gradient on high speed boundary layer transition[J]. *Physics of Fluids*, 2014, 26(2): 024106.
- [60] WANG X, WANG Z G, SUN M B, et al. Direct numerical simulation of a supersonic turbulent boundary layer subject to adverse pressure gradient induced by external successive compression waves[J]. *AIP Advances*, 2019, 9(8): 085215.
- [61] JAYARAM M, TAYLOR M W, SMITS A J. The response of a compressible turbulent boundary layer to short regions of concave surface curvature[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 175: 343.
- [62] SIMPSON R L. Turbulent boundary-layer separation [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1989, 21(1): 205-232.
- [63] LÖGDBERG O, ANGELE K, ALFREDSSON P H. On the scaling of turbulent separating boundary layers[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(7): 075104.
- [64] KITSIOS V, ATKINSON C, SILLERO J A, et al. Direct numerical simulation of a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2016, 61: 129-136.
- [65] MACIEL Y, GUNGOR A G, SIMENS M. Structural differences between small and large momentum-defect turbulent boundary layers[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2017, 67: 95-110.
- [66] HARUN Z, MONTY J P, MATHIS R, et al. Pressure gradient effects on the large-scale structure of turbulent boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 715: 477-498.
- [67] LEE J, LEE J H, LEE J H, et al. Coherent structures in turbulent boundary layers with adverse pressure gradients[J]. *Journal of Turbulence*, 2010, 11: N28.
- [68] LEE J H. Large-scale motions in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 810: 323-361.
- [69] BOBKE A, VINUESA R, ÖRLÜ R, et al. History effects and near equilibrium in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 820: 667-692.
- [70] SUN M B, SANDHAM N D, HU Z W. Turbulence structures and statistics of a supersonic turbulent boundary layer subjected to concave surface curvature[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 865: 60-99.
- [71] HOFFMANN P H, MUCK K C, BRADSHAW P. The effect of concave surface curvature on turbulent boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, 161: 371.
- [72] FLAHERTY W, AUSTIN J M. Scaling of heat transfer augmentation due to mechanical distortions in hypervelocity boundary layers[J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25(10): 106106.
- [73] BARLOW R S, JOHNSTON J P. Structure of a turbulent boundary layer on a concave surface [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1988, 191: 137.
- [74] BARLOW R S, JOHNSTON J P. Local effects of large-scale eddies on bursting in a concave boundary layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1988, 191: 177.
- [75] TONG F L, LI X L, DUAN Y H, et al. Direct numerical simulation of supersonic turbulent boundary layer subjected to a curved compression ramp[J]. *Physics of Fluids*, 2017, 29(12): 125101.
- [76] STUREK W B, DANBERG J E. Supersonic turbulent boundary layer in adverse pressure gradient. Part I: the experiment[J]. *AIAA Journal*, 1972, 10(4): 475-480.
- [77] LADERMAN A J. Adverse pressure gradient effects on supersonic boundary-layer turbulence[J]. *AIAA Journal*, 1980, 18(10): 1186-1195.
- [78] OZALP A A, UMUR H. An experimental investigation of the combined effects of surface curvature and streamwise pressure gradients both in laminar and turbulent flows[J]. *Heat and Mass Transfer*, 2003, 39(10): 869-876.

文章编号: 0258-1825(2020)02-0391-13

高超声速边界层转捩的若干问题及 工程应用研究进展综述

段毅*, 姚世勇, 李思怡, 余平

(中国运载火箭技术研究院 空间物理重点实验室, 北京 100076)

摘要:高超声速飞行器绕流存在着激波、边界层、流动分离、稀薄气体效应和高温气体效应等多种复杂流动现象的空气动力学问题,其中高超声速边界层转捩既是空气动力学的基础问题,也是高超声速流动研究的热点和难点。若能对边界层转捩进行准确预示及有效控制,则可以实现对飞行器气动热特性的精细设计,改进飞行器性能,提高任务执行能力。文章针对工程中具有复杂外形飞行器存在的典型失稳特征进行了研究进展回顾,提出了工程实际中亟需解决的复杂边界层转捩问题,明确了高超声速边界层转捩研究的工程应用方向。文章最后还对高超声速边界层的流动控制进行了回顾,以期在今后高超声速飞行器设计中实现对边界层的流动控制,提高飞行器的飞行性能。

关键词:高超声速;边界层;流动稳定性;转捩

中图分类号:O357.4⁺1

文献标识码:A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0041

Review of progress in some issues and engineering application of hypersonic boundary layer transition

DUAN Yi*, YAO Shiyong, LI Siyi, YU Ping

(Science and Technology on Space Physics Laboratory, China Academy of
Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: A variety of complicated flow phenomena such as shock wave, boundary layer, flow separation, rarefied gas effects and real gas effects exist in the flows over hypersonic flight vehicles. The hypersonic boundary layer transition is not only a basic aerodynamics issue, but also a hot topic and challenging subject in the research of hypersonic flows. The accurate prediction and the effective control of boundary layer transition can achieve meticulous design of aerodynamic force and heating, thus improving the vehicle performance and enhancing the mission capability. In this paper, the research progress in typical instability characteristics commonly existed in the flight vehicles with complex configurations in engineering is reviewed, and the complicated issues of boundary layer transition in engineering practice which are urgent to be solved are proposed. Meanwhile, the engineering application direction of the research on hypersonic boundary layer transition is specified. Moreover, the investigations on flow control of hypersonic boundary layer are reviewed in order to realize the boundary layer control in the design of hypersonic vehicle in future to enhance the flight performance.

Keywords: hypersonic; boundary layer; flow stability; transition

收稿日期:2020-02-24; 修订日期:2020-04-10

基金项目:国家重点研发计划项目(2016YFA0401200)

作者简介:段毅*(1977-),男,研究员,主要从事高超声速空气动力学、计算流体力学研究。E-mail: duanyeebj@163.com

引用格式:段毅,姚世勇,李思怡,等.高超声速边界层转捩的若干问题及工程应用研究进展综述[J].空气动力学学报,2020,38(2):391-403.
doi: 10.7638/kqdlxxb-2020.0041 DUAN Y, YAO S Y, LI S Y, et al. Review of progress in some issues and engineering application of
hypersonic boundary layer transition[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(2): 391-403.

0 引言

高超声速飞行器具有飞行速度快、突防能力强等特点,成为当今世界军事强国关注的战略发展方向。自20世纪50年代,高超声速空气动力学迅速发展,高超声速技术在航天飞机、运载火箭、远程导弹等航天工程中得到了应用。随着理论与预示方法的重大突破,新型高超声速飞行器完成了地面试验和原理飞行试验的验证,高超声速技术开始进入到以实际应用为背景的武器研发阶段。作为美国在军事应用领域最尖端的研究成果之一,高超声速滑翔飞行器HTV-2分别于2010年和2011年接连遭遇两次失败。根据公开报道,HTV-2失败的原因在于“在马赫数为20的飞行条件下,对飞行器的空气动力学问题还存在认识上的盲区”^[1]。这里所谓的“盲区”之一,就是指高超声速边界层转捩。为此,美国国家高超声速基础研究计划(NHFRP)将边界层转捩的物理问题列为一个重要的研究领域。美国制定了渐进式的技术发展策略,通过开展高超声速边界层转捩(Hypersonic Boundary Layer Transition, HyBoLT)、高超声速国际飞行研究试验(Hypersonic International Flight Research Experimentation, HIFiRE)等基础研究项目和重点型号项目(Hypersonic Technology Vehicle, HTV),实现从简单构型到复杂构型的边界层物理学研究^[2]。

高超声速边界层由层流发展为湍流后,飞行器表面的当地摩擦阻力和热流急剧增加,这将对飞行器的气动力热特性产生重要影响,进而影响着飞行器的飞行性能和飞行安全。美国国家空天飞机(NASP)计划的研究结果表明,如果高超声速飞行器表面的边界层保持全层流状态,飞行器有效载荷和总重的比值则相比于全湍流状态将增加一倍^[3]。由于对诱发边界层转捩的内在机理认识不足,给高速拦截导弹、重复使用轨道飞行器、高超声速巡航飞行器和高超声速再入飞行器等设计带来了许多困难^[4]。新一代高超声速飞行器的设计很大程度上取决于对转捩机理的认知深度和转捩预测精度,即取决于对“何时转捩、在何位置转捩、如何转捩”三个问题的解决程度^[5]。因此,对于高超声速飞行器而言,边界层转捩已经不再是一个影响飞行器“设计裕度”的问题,而上升为一个关乎飞行器“飞行成败”的全局关键问题。

1 边界层转捩的主要研究问题

新型高超声速飞行器具有高机动、多任务、宽速域等特点,其外形一般呈复杂的三维构型。飞行器随

着飞行高度的降低、来流雷诺数的增大,其表面必然经历边界层由层流变为湍流的转捩过程。当边界层发生转捩时,将对飞行器的气动力特性和热环境产生影响,严重时甚至可能导致飞行失利。因此,复杂三维构型的边界层转捩问题是高超声速飞行器研制过程中的重点和难点之一。与轴对称等简单外形的失稳特性不同,三维构型的边界层一般同时存在多个不稳定性特征,需要对复杂工程外形飞行器涉及的典型不稳定性特征开展深入研究。

一般认为,转捩是由流动中的扰动失稳引起的。Fedorov^[6]给出了边界层可能存在的5种转捩途径,如图1所示。余平等^[7]、解少飞等^[8]和陈坚强等^[9]在其综述性文章中对这5种转捩途径进行了说明。由于高空环境下的背景扰动较低,对于高空飞行的飞行器而言,其边界层转捩属于自然转捩。自然转捩过程一般经历三个阶段,即感受性阶段、扰动线性增长阶段和非线性演化阶段。在感受性阶段,自由流中的扰动通过某种途径进入边界层,并在边界层内触发相应的扰动。这些扰动在向下游传播过程中不断增长,起始阶段的扰动幅值很小,且各自独立演化。随着扰动的进一步增长,当扰动幅值达到一定程度时,非线性影响开始起作用,扰动波之间产生相互影响,各种不同频率和波数的特征扰动模式的相互作用迅速放大,形成宽泛频谱的三维不稳定波。随着高次谐波快速增长,平均流剖面不断被修正,边界层中的扰动进一步失稳,最终导致层流边界层溃变为湍流。

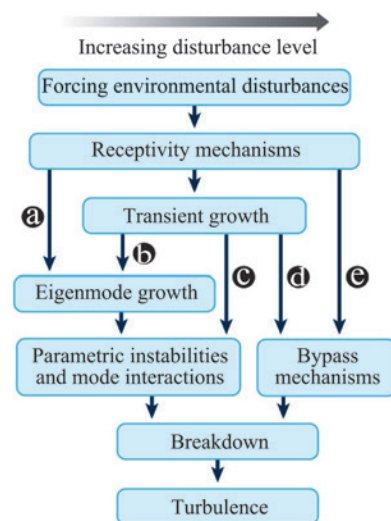


图1 边界层转捩途径^[7]

Fig.1 Paths of boundary layer transition^[7]

1.1 感受性

感受性作为边界层转捩过程的第一个阶段,决定了引起转捩的不稳定波的初始条件^[10],是边界层转捩预测与控制的关键环节。由于自由流中的扰动与

边界层内不稳定模态的色散关系不同,不能直接激发边界层内的不稳定波,而是必须通过某种机制对色散关系进行调制才能激发边界层内的扰动^[11]。为了描述外部扰动激发边界层内不稳定波的过程,Morkovin^[12]首次提出了“感受性”概念。对于感受性问题的研究,主要方法有渐近理论分析和求解抛物化稳定性方程。近年来,随着高性能计算能力的快速发展,DNS也越来越多地应用于感受性研究。关于高超声速边界层感受性问题的研究成果,可参见 Fedorov^[7,13-15],Zhong 和 Wang^[16-18]的工作。

1.2 流向不稳定性

对于边界层流动,由黏性或可压缩性导致流向速度型特性改变所引起的不稳定扰动,称为流向不稳定性。很多情况下的边界层转捩都是由流动的流向失稳导致的,如平板边界层、零迎角尖锥或钝锥边界层等流动,因此该类失稳机制是流动稳定性理论和转捩预测研究的一个重点。对于不可压缩或低马赫数的边界层流动,在扰动的频率和波数参数空间内,只有一个不稳定的区域,通常称为第一模态扰动。对于较高马赫数的超声速边界层来说,可能出现多个不稳定扰动区域,根据频率由低到高,将这些不稳定的区域分为第一模态、第二模态等^[19]。一般情况下,在低马赫数时第一模态为对转捩起主导作用,随着马赫数的提高,第二模态将对转捩起主导作用。壁面冷却能够抑制第一模态扰动发展,但对第二模态不稳定波的发展具有促进作用^[20]。Stetson 等^[21-25]的实验研究结果表明,高超声速尖锥和钝锥边界层内的主要不稳定波是第二模态波。苏彩虹和周恒^[26]研究了壁面温度对零迎角小钝头圆锥高超声速边界层稳定性的影响,发现对等温壁边界层的转捩起主导作用的是第二模态波,而第一模态对绝热壁边界层的转捩起主导作用。董明和罗纪生^[27]发现第一模态不稳定波在零迎角高超声速尖锥边界层转捩过程中起主导作用。朱一丁等^[28]在马赫数 6 静风洞中对高超声速边界层的转捩特性进行了实验研究,同样发现主导边界层转捩的是第一模态波。

1.3 横流不稳定性

Gray^[29]对后掠翼的三维边界层研究时发现,在后掠翼前缘附近的流动区域出现了不同于 T-S 波失稳的失稳形式,后来被称为横流失稳。对于三维边界层流动,由横向速度拐点引起的不稳定扰动,称为横流不稳定性。横流不稳定性一般出现在后掠翼、有迎角或旋转的圆锥等边界层流动中。在工程实际中,高超声速飞行器绕流流场一般呈三维流动特性,存在明显的横流效应。横流失稳属于拐点不稳定性,拐点不

稳定性得到的扰动增长率一般比黏性不稳定性的^[30],因此三维边界层中横流不稳定性的研究越来越受到重视。

横流不稳定性存在定常和非定常两种形式。一般认为,低湍流度环境下的三维边界层转捩由横流定常涡主导,中高湍流度环境下的三维边界层转捩由非定常横流涡主导。由于真实飞行条件下的背景扰动很低,因此飞行器边界层的转捩主要由横流定常涡主导。目前,美国针对 HIFiRE-5 椭圆锥构型,对高超声速边界层横流转捩机理开展了大量的研究分析工作。Juliano 等^[31]对不同噪声水平条件下 HIFiRE-5 椭圆锥的转捩特性进行了实验研究,如图 2 所示,实验结果表明,HIFiRE-5 椭圆锥中心线上的转捩可能是二次模态失稳导致,中心线和前缘之间区域的转捩可能为横流模态引起,降低噪声水平可同时延迟两种模态的失稳。Juliano 等还发现,增大迎角可抑制迎风面的横流模态,这是因为迎角增大,椭圆锥激波强度增强,从而导致中心线与前缘的压力梯度减小,横流效应减弱,边界层横流模态更加稳定。Borg 等^[32]对 HIFiRE-5 椭圆锥的横流行波不稳定性进行了研究,实验得到的横流不稳定波的相速度和波角与线性稳定性理论得到的结果一致。由于横流行波在静音来流下未出现非线性增长特征,而在噪声来流下横流行波消失,因此无论是对于静音来流还是噪声来流,

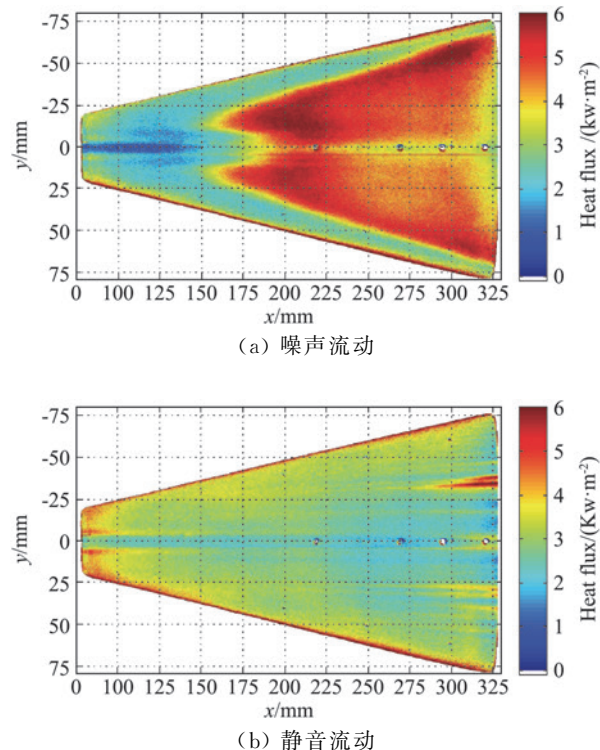


图 2 风洞噪声水平对边界层转捩的影响^[31]

Fig.2 Effect of tunnel noise level on boundary layer transition^[31]

横流行波不稳定性似乎并非为主要的转捩机制。此外, Borg 等^[33]利用红外热成像技术在静音来流下同时观测到了横流定常涡和横流行波,但对于噪声来流,实验并未观察到横流定常涡和横流行进波。

Kimmel 等^[34]系统地研究了 HIFiRE-5 椭圆锥的横流转捩特性,研究结果表明,横流行波的不稳定性特征对来流单位雷诺数非常敏感。通过对横流行波不稳定性的测量,发现横流行波的波角随来流雷诺数的增大而增大,而相速度随来流雷诺数的增大而减小。通过检测特定来流条件下的横流行波空间发展可以反映同一位置不同来流条件下的横流行波发展特征。此外, Kimmel 等将 HIFiRE-5 的静风洞实验结果与飞行试验结果进行了对比,除了前缘区域外,地面实验与飞行试验的转捩测量结果具有很好的一致性,推测壁温比是导致前缘转捩存在差异的主要原因。壁温比的差异同样导致 HIFiRE-1 圆锥飞行试验与地面实验的转捩结果存在差异。此外, Kimmel 等还发现,当转捩发生在高频压力传感器下游时,与横流定常涡有关的传感器位置不会对横流行波产生影响,当传感器接近转捩或湍涡位置时,涡结构可能改变横流行波的不稳定性特征。目前,关于横流定常涡与横流行波不稳定性模式的相互作用及其对转捩的影响还不清楚。Dinzl 和 Candler^[35]对高超声速椭圆锥的定常横流涡进行了直接数值模拟,发现热流条带在某一轴向位置处消失,紧接着在其下游右侧又有新的条带出现,如图 3 所示。这些流向上条带对的出现可能表明有涡对的存在,但从数值模拟结果来看,只

有一个大涡驻留在每对热流条带的上方。实际上,热流条带是由涡旋运动产生的大的流向速度扰动引起的,横流涡将边界层内的低动量流体带离壁面,同时又将高动量流体卷入近壁附近。此外, Dinzl 和 Candler 还发现,近壁处的大的流向速度扰动在壁面附近产生强剪切区域,导致壁面热流突然增加,但壁面法向速度扰动对热流产生的作用较小。随后,流向速度扰动由于涡旋运动偏离壁面,热流降低。

在国内,赵磊^[36]通过对高超声速边界层横流定常涡的失稳特性研究,发现横流定常涡的线性增长率在一定程度上决定着扰动幅值的饱和特征,并且一定幅值高展向波数的定常涡对最大增长率的定常涡有显著抑制作用。韩宇峰等^[37]对高超声速三维边界层横流转捩进行了数值研究,结果表明横流定常涡的非线性作用引起平均流修正,而高频二次失稳波的增长导致低频及定常扰动快速增长,促使壁面摩擦系数急剧抬升,同时饱和横流涡结构破碎,最终触发转捩发生。周玲等^[38]和张毅锋等^[39]基于横流雷诺数对横流转捩模型进行了改进,计算得到的结果与实验较为一致。

1.4 离心不稳定性

离心不稳定性是指带有曲率的凹面边界层特有的失稳现象。Görtler 首次对凹壁面边界层的稳定性进行了研究,发现流体经过一定曲率的凹壁面时,由于离心力和法向压力梯度的不平衡,在层流边界层中形成展向周期性、反向旋转的流向涡,后来称为 Görtler 涡。这些流向涡将边界层外缘的高速流体带向壁面,同时将壁面附近的低速流体带离,导致边界层内速度型改变,从而导致流动的二次失稳及转捩。边界层内的速度型出现拐点是二次失稳的前提,二次失稳过程导致 Görtler 涡的破碎。由于平均流剖面在法向和展向上均存在较大梯度,二次失稳会存在两种模式,称为奇模式和偶模式。奇模式比偶模式具有更大的增长率和更长的增长区间,不同模式的二次失稳均由温度扰动主导,而非低马赫数条件下的速度扰动主导^[40]。Souza^[41]对 Görtler 流动的二次不稳定性进行了研究,若通过引入外部扰动使奇模式和偶模式同时产生,则奇模式最先增长并主导转捩。Rogenski 和 Souza^[42]研究了压力梯度对 Görtler 涡不稳定性的影响,研究结果表明,相对于零压力梯度和顺压梯度,逆压梯度使 Görtler 涡的增长率略有增大。Görtler 涡一旦形成,压力梯度的改变对 Görtler 涡的增长影响很小,因此通过调整压力梯度控制 Görtler 不稳定性不再是一种有效的手段。Yu 和 Yuan^[43]研究发现, Görtler 模式与三维 Mack 模式的相互作用会促使转捩发生,三维 Mack 模式容易受到

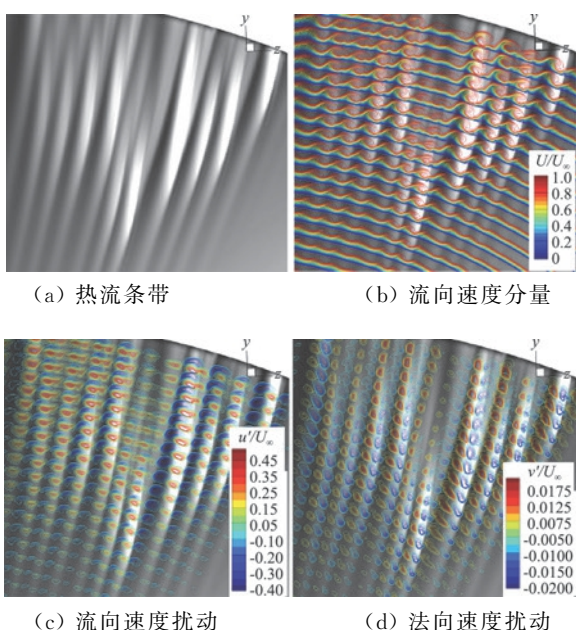


图 3 表面热流在流向横截面上的物理量分布^[35]

Fig.3 Quantities from streamwise crosscuts overlaid onto the surface heat flux^[35]

非线性作用的影响。

任杰^[44]对高超声速边界层 Görtler 涡的二次失稳进行了系统地研究,发现 Görtler 涡的主要作用是改变边界层的流动分布,产生展向条带结构,如图 4 所示。因此 Görtler 涡的二次失稳本质是条带失稳。随着 Görtler 涡的增长,条带持续增加直到饱和区或充分发展区。当条带强度超过一定临界值,二次失稳发生。随着马赫数的提高,一次失稳的 Görtler 模态增长率降低,条带强度减弱,Görtler 涡结构由成熟的“蘑菇”型分布退化为“铃铛”型分布。

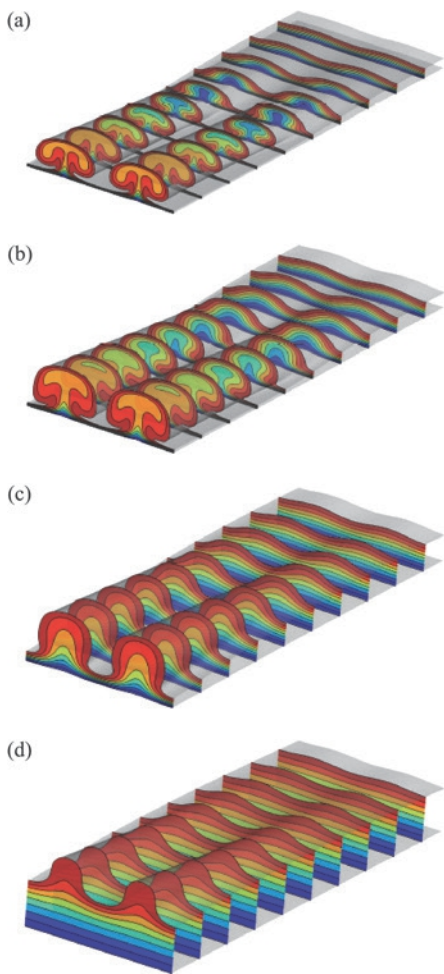


图 4 Görtler 涡的非线性发展和条带的形成^[44]
Fig.4 Nonlinear evolution of Görtler vortices and the formation of streaks^[44]

1.5 附着线不稳定性

附着线不稳定性一般发生在飞行器的前缘。由于附着线上具有较大的静压,其将前缘上的流动分为两支,一支流向上表面,另一支流向下表面,如图 5 所示。附着线流动在流向截面内为整体流动结构,该结构向下游缓慢演化。对于附着线不稳定性特征,需要对截面内流动结构的整体稳定性进行分析。关于附着线不稳定性研究,详细可见 Poll^[46] 和 Heeg^[47] 的工

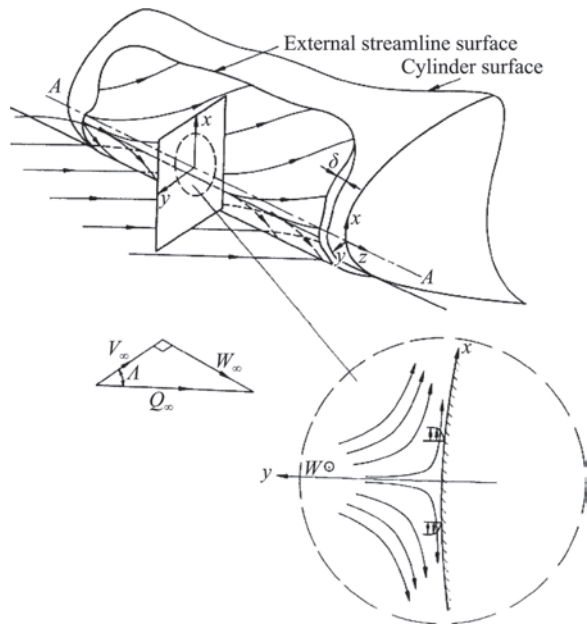


图 5 前缘边界层流动示意图^[45]
Fig.5 Schematic representation of leading edge boundary layer flow^[45]

作。Hall 等^[48]对附着线边界层扰动的稳定性特征进行了研究,其通过假设不稳定模态沿附着线具有周期性,计算得到的结果与 Spalart^[49], Jiménez 等^[50], Theofilis^[51] 和 Joslin^[52-53] 的实验和直接数值模拟结果吻合。Lin 和 Malik^[54]对可压缩附着线边界层的流动稳定性特征进行了研究,发现附着线边界层容易出现三维 T-S 波不稳定性。Lin 和 Malik^[55]还对不可压缩附着线边界层的流动稳定性进行了研究,研究结果表明,当雷诺数大于一定值时,附着线边界层中还存在不同于对称二维模态的不稳定扰动,具有相同展向波数的对称和非对称不稳定模态几乎具有相同的相速度,但是特征函数却呈现不同特征,并且对称二维模态的增长率总是最大。Mack 等^[56]通过全局线性稳定性分析发现,由三维边界层模态组成的不稳定分支的幅值分布表现出附着线和横流模态两种典型特征,具有较小相速度的全局特征函数在滞止线附近呈现更明显的结构,附着线模态在下游处具有较强的横流效应。

2 边界层转换的工程应用方向

对于高超声速边界层转换,现阶段研究主要以完全气体在理想表面或有限扰动表面上的层流-湍流过程为主。在工程实际中,高超声速飞行器边界层内的气体温度高达 2000 °C 以上,存在明显偏离完全气体状态的较为严重的高温气体效应。高超声速飞行器大多采用编织类复合材料进行热防护,在长时间飞

行过程中,飞行器表面材料会在高温作用下出现热解、烧蚀等一系列复杂物理化学现象,热解、烧蚀产生的气体通过质量引射的方式进入到边界层,使得边界层气体组分发生显著变化。与此同时,烧蚀产生的广泛分布于飞行器表面的多孔粗糙形貌对转捩的影响又与理想表面或有限扰动表面有着重大差异。因此,工程实际中遇到的复杂高超声速边界层转捩问题,成为长期以来一直制约高超声速飞行器技术发展的关键技术瓶颈。

2.1 高温气体效应对流动稳定性的影响研究

当飞行器以高马赫数飞行时,其与周围空气剧烈摩擦并对前方空气强烈压缩。由于黏性耗散效应和激波压缩作用,飞行器表面附近的流场温度急剧升高,形成高温高压的气动热环境,导致空气发生复杂的物理化学现象,如振动激发、离解、电离和内部能态激发等,上述复杂的物理化学效应统称为高温气体效应或真实气体效应。高温气体效应会影响边界层内温度、速度、密度等物理量的分布特性,进而影响边界层的流动稳定性特征。因此,对于高马赫数飞行的转捩预测,必须考虑高温气体效应对流动稳定性的影响。

Malik 等^[57-58]对马赫数为 10 的平板及马赫数为 20 的圆锥的研究结果表明,在考虑热力学平衡和化学反应平衡的条件下,发现平衡流动的高焓效应对第一模态的扰动起增稳作用,而对高阶模态则起失稳作用,高温气体对稳定性的影响类似于壁面变冷的影响。Johnson 等^[59]通过研究也发现,高温气体效应使不稳定的第一模态趋于稳定,同时使第二模态更加不稳定。He 和 Morgan^[60]以空气为介质对 30° 迎角条件下的平板边界层流动进行了实验研究,研究结果表明,转捩雷诺数随总焓的增加而降低,其变化规律类似相同实验条件下冷壁效应的作用。Gronvall 等^[61]对高焓条件下球锥边界层的转捩机制进行了研究,发现来流总焓增大会导致边界层失稳,来流雷诺数减小使边界层趋于稳定,来流总焓和来流雷诺数存在竞争关系,如图 6 所示。Gronvall 等还发现,平均流场考虑化学动力学模型后,得到的不稳定扰动波的频率、最大增长率和失稳位置总体上是增大的。Wartemann 等^[62]对高焓条件下的边界层稳定性进行了研究,研究结论表明,如图 7 所示,如果高温气体效应非常显著,平均流场有必要采用考虑高温气体效应的模型来模拟计算;对于较弱高温气体效应情况,如果在可接受的误差范围内,稳定性分析时可以忽略高温气体效应。Stuckert 和 Reed^[63]通过研究振动平衡而化学反应非平衡的流动,发现在化学反应非平衡的流动中高焓效应对边界层只起到微弱的增稳作用。Stemmer^[64]对

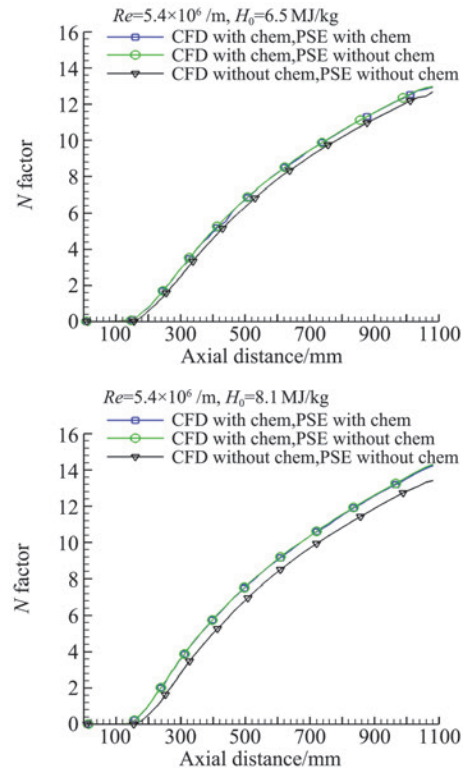


图 6 热化学非平衡效应对 N 值的影响^[61]

Fig.6 Effect of chemical and thermal nonequilibrium on N Factors^[61]

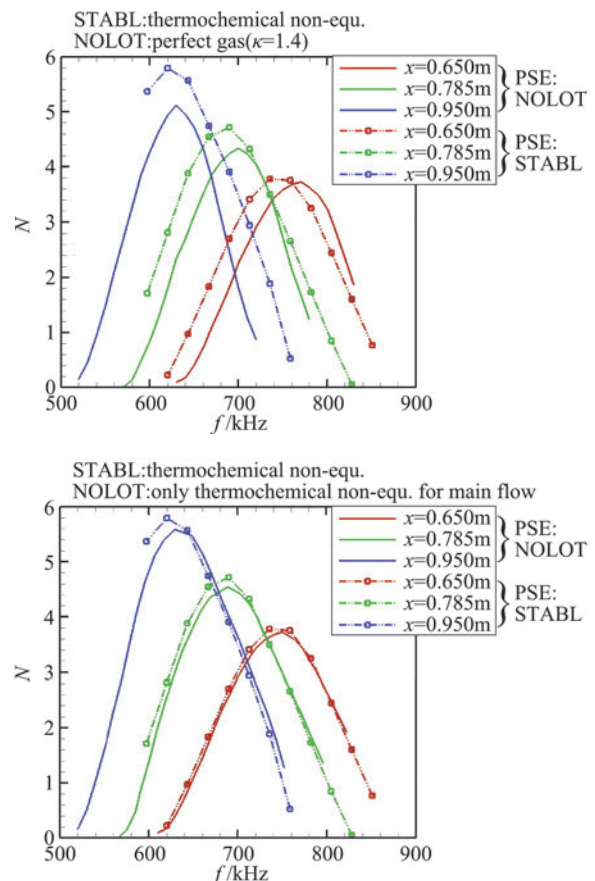


图 7 N 值随频率变化^[62]

Fig.7 N -factor as a function of the frequency^[62]

化学及热力学非平衡条件下高超声速平板边界层的转捩特性进行了直接数值模拟,通过计算平衡与非平衡流动的扰动,发现两者的线性速度扰动发展基本相同,而具有较大幅值的非线性温度扰动存在显著差异。Hudson 等^[65]的研究结果表明,热化学非平衡效应对高超声速流动稳定性的影响取决于不稳定扰动模态。对于最不稳定第一模态斜波扰动,热化学非平衡模型得到的结果相对于化学非平衡模型更不稳定,平衡气体模型具有最小的失稳效果。对于第二模态扰动,化学非平衡效应具有轻微的失稳作用,而热化学非平衡具有轻微的稳定作用。Clarke 和 McChesney^[66]的研究结果表明,化学反应的弛豫效应会对频率在弛豫时间倒数附近的声波起阻尼作用,这预示着,随着边界层内最大增长率频率与弛豫频率之间的关系不同,高焓效应会有很大的差异。Kline 等^[67]发现,不同气体状态下的边界层温度分布呈现明显的差异。温度型和速度型等参数的改变,导致了不同条件下的增长率分布和 N 值分布也不同。

2.2 表面粗糙度对流动稳定性的影响研究

高超声速飞行器在大气层中长时间飞行时,气动加热现象非常严重,导致飞行器表面温度极高,因此需要采用耐高温材料对其进行热防护。高超声速飞行器表面的热防护材料通常为编织结构,其粗糙高度一般在毫米量级及以下,且为非均匀分布。此外,由于制造工艺、热防护需要等原因,飞行器由多个材料部段组装而成,飞行器表面不可避免地会出现局部凸起、凹陷、台阶和缝隙等缺陷,这将会对飞行器的近壁流动形成不同类型的干扰,进而影响着飞行器的气动力热特性。因此,研究飞行器在真实壁面条件下的边界层流动稳定性对工程具有重要的应用价值和指导意义。

Schneider^[68]指出,粗糙度可以分为两种类型,即孤立式粗糙元和分布式粗糙元。针对孤立式粗糙元对边界层影响的研究,在理论分析、实验研究和数值模拟方面均取得了显著进展,甚至在飞行器布局设计中开始利用部分研究成果对边界层流动进行控制。对于分布式粗糙度,如图 8 中航天飞机热防护材料对边界层的影响,研究工作主要集中在风洞实验方面,通过采用局部粗糙带的方法,研究其对边界层流动稳定性的影响。近年来,随着高性能计算机技术的发展,适应复杂边界的精细化流场数值模拟得以实现。开展表面粗糙度对边界层流动的影响研究,将有助于飞行器气动力热特性的精确评估和热防护系统的改进设计。

关于粗糙度对边界层转捩影响的机理研究,在低

速方面,Corke 等^[70]通过实验发现,粗糙度除了在尺度较大时会导致旁路转捩外,较小尺度的粗糙度可导致 T-S 波幅值增大,并且更快地发生二次失稳,从而导致转捩提前。Gaster^[71]的数值计算结果表明,粗糙度的存在并没有改变边界层速度剖面形状,而只是将边界层向外平移,并且 T-S 波的幅值增长更快。Brehm 等^[72]对粗糙度间距、尺度、形状等对扰动的演化影响进行了研究。在高超声速方面,粗糙度对边界层转捩的影响尚未形成较为统一的结论。Reda 等^[73]在对返回舱外形的转捩实验中发现,粗糙度的存在会导致转捩提前。Fujii^[74]的实验结果表明,粗糙度的特征波长与第二模态不稳定波的波长接近时会推迟转捩的发生。Bountin 等^[75]的研究结果表明,波纹壁会抑制高频扰动,但低频扰动会增强,两者共同影响转捩位置。Chang 等^[76]研究了凹陷和凸起对高超声速边界层的转捩影响,如图 9 所示。研究结果表明,凸起高度达到 0.73 倍的当地边界层厚度将导致强尾流不稳定性,但是对于相同几何参数的凹陷仅仅导致较弱的尾流不稳定性。Tang 等^[77]研究了粗糙元对高超声速平板边界层的二次模态不稳定性的影响,发现粗糙元的高度对二次模态不稳定波的幅值有重要影响。当粗糙元高度低于 1/8 倍的当地边界层厚度时,几乎已观察不到边界层分离。朱德华等^[78]研究发现,不同类型的粗糙元底部区域均存在鞍点-结点-鞍点型轨线,在扰动的作用下其会形成非定常、非对称的振荡结构。李闯和董明^[79]采用直接数值模拟方法研究了局部矩形凹槽对高超声速平板边界层中第二模态扰动演化的影响,数值结果表明,对于较浅的凹槽,频率较低的第二模态扰动被促进,而高频扰动的规律相反。对于大多数情况,随着凹槽深度的增加,凹槽对扰动的抑制作用增强,当凹槽的深度超过某一临界值时,凹槽对扰动的作用发生变化,新的流动机制出现。

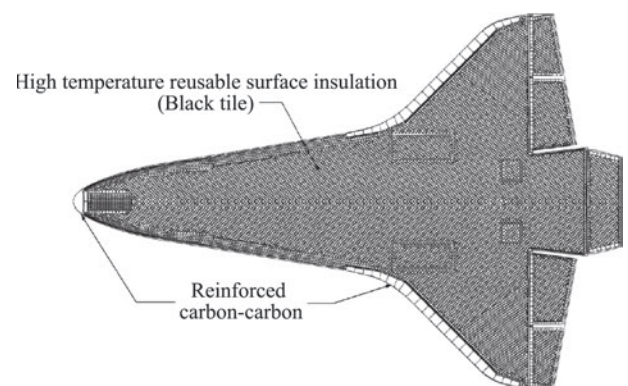


图 8 航天飞机迎风面热防护系统示意图^[69]

Fig.8 Shuttle windward surface TPS layout^[69]

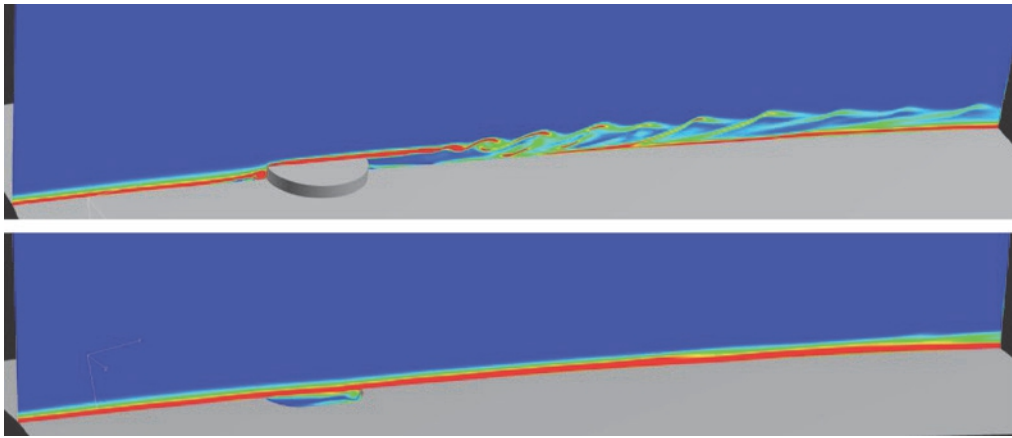


图 9 凸起和凹陷在对称平面内的瞬时涡量云图对比^[76]

Fig.9 Comparison of instantaneous vorticity contours at the symmetry plane for protuberance and cavity^[76]

2.3 烧蚀引射对流动稳定性的影响研究

气动热环境产生的对流、辐射等热载荷,使得飞行器表面的热防护材料发生氧化、烧蚀、相变等物理化学反应,不仅导致耐热材料表面的导热、辐射和催化等特性发生变化,还会引起材料表面宏观和微观结构的改变,甚至在局部高温作用下,表面材料会发生热解,形成的产物通过质量引射的方式进入到边界层。烧蚀会导致飞行器局部外形发生变化,表面粗糙度增大,甚至形成局部缺陷,如图 10 所示。上述这些现象对高超声速边界层的流动结构与稳定性特征有直接的影响,进而会影响飞行器的气动性能,如烧蚀引起的气动力和力矩与质量和惯性的不对称性耦合,将对飞行器的运动轨迹和姿态控制产生影响,从而导致飞行失稳甚至任务失败。因此,高温环境下产生的烧蚀、引射对边界层流动的影响也是工程中需要关注和解决的问题。

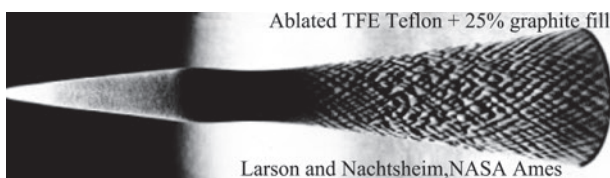
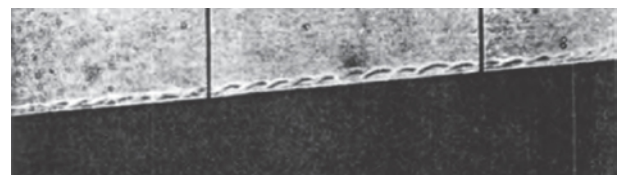


图 10 热防护材料烧蚀后的结构示意图^[80]

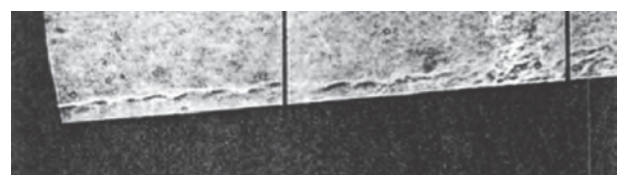
Fig.10 Schematic diagram of structures of thermal protective material ablation^[80]

Morkovin^[81]总结了美国海军作战实验室关于吹气效应对边界层转捩的影响研究。在低马赫数的二维流动中,喷射低密度气体比喷射高密度气体更容易激发边界层的不稳定性。在高壁温条件下,高密度的气体能够使边界层更稳定。Pappas 和 Okuno^[82]在 NASA Ames 中心研究了半锥角为 7.5° 的圆锥模型上空气、氮气和氟利昂-12 三种气体的壁面吹气效应对边界层转捩的影响,研究结果表明,在相同的质量

流量条件下,低密度气体氮气对转捩的影响最大,高密度气体氟利昂-12 的影响最小,增加质量流量使得转捩位置前移,但转捩未发展到喷流区域之前。Demetriades 等^[83]在 AEDC 马赫数 6 风洞中对半锥角为 5° 的圆锥模型开展了不同气体的吹气效应对边界层转捩的影响研究,并在边界层外层处观测到了不稳定的扰动波,通过热线仪和理论计算证实该不稳定的扰动波为第二模态扰动波。随着质量流量的增加,边界层的不稳定性加剧,导致了边界层流动的转捩提前。此外,他们还发现在有迎角的情况下,即使很小的壁面吹气流量也能导致不稳定扰动波的放大和发展,最终诱发边界层转捩。Schneider^[4,84-86]对烧蚀和壁面吹气效应对边界层转捩影响的研究进行了调研和总结,发现吹气效应通常诱发转捩提前,质量流量越大或者组分越轻的气体导致的转捩提前量越大,吹气效应越靠近模型的前端,产生的影响越大,如图 11 所示,因此出现在端头附近的喷流对边界层转捩具有非常大的影响。



(a) 无吹气



(b) 有吹气

图 11 零迎角圆锥边界层二次模态不稳定性的纹影图^[84]

Fig.11 Shadowgraph of second-mode instabilities on a cone at zero angle of attack^[84]

2.4 基于流动转捩的边界层控制研究

NASA 三大研究计划,即突破飞行器技术计划(BVT)、超高效发动机技术计划(UEET)和 21 世纪飞机技术计划(TCAT),都强调了流动控制技术,并把它作为这三大研究计划的重要内容之一^[86]。半个世纪以来,高超声速流动控制主要集中在减阻隔热控制和边界层控制研究两个方面^[87]。在减阻隔热控制方面,早期的思路是在再入钝头体头部安装尖杆和顶针形状的减阻杆来改变主激波形状,降低诱导阻力和干扰,但减阻杆会带来自身防热、飞行迎角适应性差以及头部附近流动不稳定等问题。随着对流动机理的深入研究,通过调制边界层流场环境的流动控制技术得到了发展,如分布式微喷流、合成质量射流与等离子体激励等技术。NASA 高超声速基础技术发展指南更是将超超声速边界层控制技术列为核心基础技术进行研究^[88]。Fedorov 等^[89-97]通过理论与实验研究了多孔壁面对高超声速边界层流动的稳定性影响,发现采用超声波吸收材料可以抑制第二模态以及更高频率的不稳定波发展,多孔壁面能够抑制高超声速边界层转捩,其可使边界层的转捩雷诺数提高 50%。此外研究还发现,多孔参数对转捩位置有重要影响,如图 12 所示。Zhao 等^[98]改进了多孔边界条件,验证了多孔壁面对第二模态不稳定波的有效抑制。Bountin 等^[99]发现多孔壁改变了二次模态波的谐波与次谐波共振特性,相对于无多孔涂层的固体壁面,多孔壁的谐波共振现象消失,非线性相位锁定减弱。Bountin 等^[100]还发现波纹壁也可以有效抑制二次模态波的增长。Tullioa 和 Sandham^[101]对微槽道的壁面进行了直接数值模拟,结果显示微槽道壁面可以有效抑制第二模态不稳定波的发展。

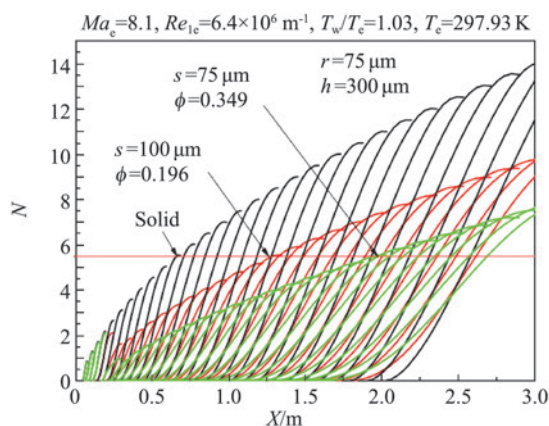
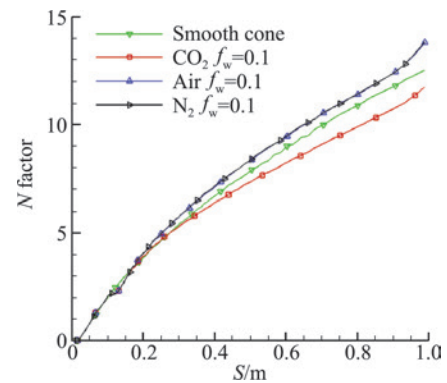


图 12 多孔效应对 UAC-LFC 性能的影响^[101]

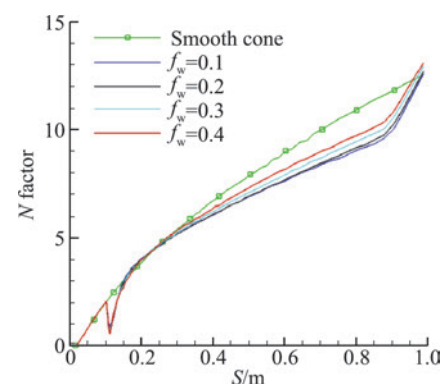
Fig.12 Porosity effect on the UAC-LFC performance^[101]

美国空军科研办公室负责人 John D. Schmisser 对美国资助的气动热力学研究进行总结和展望时,在流

动控制方面重点阐述了二氧化碳气体抑制高超声速边界层转捩的主动控制技术研究^[102]。Germain 和 Hornung^[103]以及 Adam 和 Hornung^[104]通过高超声速激波风洞对 5°半锥角的球锥进行了实验研究,他们发现采用氮气和空气进行试验,增加焓值仅产生微弱的增稳作用,而采用二氧化碳气体进行试验时,焓值的增加产生了显著的增稳作用。Leyva^[105-111]等利用激波风洞系统的研究了向高超声速边界层注入二氧化碳对转捩的影响,其研究表明,向边界层注入二氧化碳时,边界层转捩雷诺数相比其他注入介质更高。二氧化碳激发的振动模态与边界层内的声模态发生作用,二氧化碳振动弛豫吸收了声模态扰动波的能量,使第二模态不稳定波的幅值衰减,从而延迟了边界层转捩的发生。Leyva 等^[112]还发现,边界层内的二氧化碳注入率越大,其延迟效果越明显。



(a) 交替的气体引射



(b) 加热的二氧化碳气体引射

图 13 交替的气体引射与加热的二氧化碳引射的稳定性分析结果^[108]

Fig.13 Stability analysis results for alternate gas injection and heated carbon dioxide injection^[108]

3 结束语

新型高超声速飞行器具有高机动、多任务、宽领域等特点,其外形一般呈复杂的三维构型。当边界层发生转捩时,将对飞行器的气动力特性和热环境产生

影响,严重时甚至可能导致飞行失利。因此,复杂三维构型的边界层转捩问题是高超声速飞行器研制过程中的重点和难点之一。本文针对工程中具有复杂外形飞行器存在的典型失稳特征进行了研究进展回顾,提出了工程实际中亟需解决的复杂边界层转捩问题,明确了高超声速边界层转捩研究的工程应用方向。通过开展真实飞行条件下的复杂边界层转捩问题研究,以期在高超声速飞行器设计中实现对边界层的流动控制,提高飞行器的飞行性能。

参 考 文 献:

- [1] 甄华萍, 蒋崇文. 高超声速技术验证飞行器 HTV-2 综述[J]. 飞航导弹, 2013(6): 7-13.
ZHEN H P, JIANG C W. Overview of hypersonic vehicle HTV-2[J]. Aerodynamic Missile Journal, 2013(6): 7-13. (in chinese)
- [2] 韩洪涛, 王友利. 美国 HTV-2 及相关基础项目对转捩问题的研究[J]. 飞航导弹, 2015(1): 38-44.
HAN H T, WANG Y L. Investigation on boundary layer transition of HTV-2 and the relative basic project [J]. Aerodynamic Missile Journal, 2015(1): 38-44. (in chinese)
- [3] WHITEHEAD A H. NASP aerodynamics[R]. AIAA-89-5013, 1989.
- [4] SCHNEIDER S P. Flight data for boundary-layer transition at hypersonic and supersonic speeds[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1999, 36(1): 8-20.
- [5] LIN T C. Influence of laminar boundary-layer transition on entry vehicle designs[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2008, 45(2): 165-175.
- [6] FEDOROV A. Transition and stability of high-speed boundary layers[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2011, 43(1): 79-95.
- [7] 余平, 段毅, 尘军. 高超声速飞行的若干气动问题[J]. 航空学报, 2015, 36(1): 7-23.
YU P, DUAN Y, CHEN J. Some aerodynamic issues in hypersonic flight[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(1): 7-23. (in chinese)
- [8] 解少飞, 杨武兵, 沈清. 高超声速边界层转捩机理及应用的若干进展回顾[J]. 航空学报, 2015, 36(3): 714-723.
XLE S F, YANG W B, SHEN Q. Review of progresses in hypersonic boundary layer transition mechanism and its applications[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(3): 714-723(in chinese). (in chinese)
- [9] 陈坚强, 涂国华, 张毅锋, 等. 高超声速边界层转捩研究现状与发展趋势[J]. 空气动力学学报, 2017, 35(3): 311-337.
CHEN J Q, TU G H, ZHANG Y F, et al. Hypersonic boundary layer transition: what we know, where shall we go [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(3): 311-337. (in chinese)
- [10] 高军. 超声速边界层的稳定性分析及声波感受性[D]. 天津: 天津大学, 2014.
GAO J. The method of the stability analysis and receptivity to acoustics in supersonic boundary layers[D]. Tianjin: Tianjin University, 2014. (in chinese)
- [11] 罗纪生. 高超声速边界层的转捩及预测[J]. 航空学报, 2015, 36(1): 357-372.
- [12] MOROKOVIN M V. On the many faces of transition[M]// Viscous Drag Reduction. Boston, MA: Springer US, 1969: 1-31.
- [13] FEDOROV A V, KHOKHLOV A P. Prehistory of instability in a hypersonic boundary layer [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2001, 14: 359-275.
- [14] FEDOROV A, TUMIN A. Initial-value problem for hypersonic boundary-layer flows[J]. AIAA Journal, 2003, 41(3): 379-389.
- [15] FEDOROV A V. Receptivity of a high-speed boundary layer to acoustic disturbances[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2003, 491: 101-129.
- [16] ZHONG X L, MA Y B. Boundary-layer receptivity of Mach 7.99 flow over a blunt cone to free-stream acoustic waves[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 556: 55.
- [17] ZHONG X L, WANG X W. direct numerical simulation on the receptivity, instability, and transition of hypersonic boundary layers[J]. Annual Review Of Fluid Mechanics, 2012, 44(1): 527-561.
- [18] HUANG Y, ZHONG X L. Numerical Study Of Hypersonic Boundary-Layer Receptivity With Freestream Hotspot Perturbations[J]. AIAA Journal, 2014, 52(12): 2652-2672.
- [19] 于高通. 高超声速三维边界层 e-N 方法的应用及扰动演化的预测[D]. 天津: 天津大学, 2016.
YU G T. Application of e-N method and prediction of disturbances propagation in three-dimensional hypersonic boundary layers [D]. Tianjin: Tianjin University, 2016. (in chinese)
- [20] MACK L M. Boundary-layer linear stability theory [J]. AGRAD Report. 1984; No. 709.
- [21] STETSON K, THOMPSON E, DONALDSON J, et al. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. I-Sharp cone [C]//16th Fluid and Plasmadynamics Conference, Danvers, MA, USA. Reston, Virginia: AIAA-83-1761, 1983.
- [22] STETSON K, THOMPSON E, DONALDSON J, et al. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. III -Sharp cone at angle of attack [C]//23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, USA. Reston, Virginia: AIAA-84-0006, 1985.
- [23] STETSON K, THOMPSON E, DONALDSON J, et al. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. III-Sharp cone at angle of attack [C]//23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, USA. Reston, Virginia: AIAA-85-0492, 1985.
- [24] STETSON K, THOMPSON E, DONALDSON J, et al. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. IV-On unit Reynolds number and environmental effects [C]//4th Joint Fluid Mechanics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, Atlanta, GA, USA. Reston, Virginia: AIAA-86-1087, 1986.
- [25] STETSON K, THOMPSON E, DONALDSON J, et al. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. V-Tests with a cooled model [C]//20th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, Buffalo, NY, USA. Reston, Virginia: AIAA-89-1895, 1989.
- [26] 苏彩虹, 周恒. 零攻角小钝头钝锥高超音速绕流边界层的稳定性分析和转捩预报[J]. 应用数学和力学, 2007, 28(5): 505-513.

- SU C H, ZHOU H. Stability analysis and transition prediction of hypersonic boundary layer over a blunt cone with small nose bluntness at zero angle of attack[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2007, 28(5): 505-513. (in chinese)
- [27] 董明, 罗纪生. 高超音速零攻角尖锥边界层转捩的机理[J]. *应用数学和力学*, 2007, 28(8): 912-920.
DONG M, LUO J S. Mechanism of transition in a hypersonic sharp cone boundary layer with zero angle of attack[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2007, 28(8): 912-920.
- [28] ZHU Y D, ZHANG C H, CHEN X, et al. Transition in hypersonic boundary layers: role of dilatational waves [J]. *AIAA Journal*, 2016, 54(10): 3039-3049.
- [29] GRAYW E. The effect of wing sweep on laminar flow[R]. *RAE TM Aero 255*, 1952.
- [30] 张绍龙. 高超声速 2:1 椭圆锥边界层的稳定性特征及扰动演化[D]. 天津: 天津大学, 2016.
ZHANG S L. The instability and wave propagation in the hypersonic 2:1 elliptic cone boundary layer [D]. Tianjin: Tianjin University, 2016. (in chinese)
- [31] JULIANO T J, BORG M P, SCHNEIDER S P. Quiet tunnel measurements of HIFiRE-5 boundary-layer transition [J]. *AIAA Journal*, 2015, 53(4): 832-846.
- [32] BORG M P, KIMMEL R L, STANFIELD S. Traveling crossflow instability for the HIFiRE-5 elliptic cone[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2015, 52(3): 664-673.
- [33] BORG M P, KIMMEL R L. Simultaneous infrared and pressure measurements of crossflow instability modes for HIFiRE-5[C]//54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, San Diego, California, USA, Reston, Virginia; AIAA 2016-0354, 2016.
- [34] KIMMEL R, ADAMCZAK D, BORGM, et al. Transition on hypersonic vehicles with crossflow [R]. AFRL-RQ-WP-TR-2017-0149, 2017.
- [35] DINZL D J, CANDLER G V. Direct simulation of hypersonic crossflow instability on an elliptic cone [J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(6): 1769-1782.
- [36] 赵磊. 高超声速后掠钝板边界层横流定常涡失稳的研究[D]. 天津: 天津大学, 2017.
ZHAO L. Study on instability of stationary crossflow vortices in hypersonic swept blunt plate boundary layers [D]. Tianjin: Tianjin University, 2017.
- [37] 韩宇峰, 马绍贤, 苏彩虹. 高超声速三维边界层横流转捩的数值研究[J]. *空气动力学学报*, 2019, 37(4): 522-529.
HAN Y F, MA S X, SU C H. Numerical study on cross-flow transition in three-dimensional hypersonic boundary layers[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2019, 37(4): 522-529. (in chinese)
- [38] 周玲, 阎超, 郝子辉, 等. 转捩模式与转捩准则预测高超声速边界层流动[J]. *航空学报*, 2016, 37(4): 1092-1102.
ZHOU L, YAN C, HAO Z H, et al. Transition model and transition criteria for hypersonic boundary layer flow[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(4): 1092-1102. (in chinese)
- [39] ZHANG Y F, ZHANG Y R, CHEN J Q, et al. Numerical simulations of hypersonic boundary layer transition based on the flow solver chant 2.0 [C]//21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference, Xiamen, China, Reston, Virginia; AIAA 2017-2409, 2017.
- [40] LI F, CHOUDHARI M, CHANG CL, et al. Development and breakdown of Görtler vortices in high speed boundary layers [R]. AIAA 2010-705, 2010.
- [41] SOUZA L F. On the odd and even secondary instabilities of Görtler vortices [J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2017, 31(4): 405-425.
- [42] ROGENSKI J K, DE SOUZA L F, FLORYAN J M. Influence of pressure gradients on the evolution of the Görtler instability [J]. *AIAA Journal*, 2016, 54(9): 2916-2921.
- [43] YU M, YUAN X J. The effect of Görtler instability on hypersonic boundary layer transition [J]. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2016, 6(2): 97-99.
- [44] 任杰. 高超声速边界层 Görtler 涡二次失稳和转捩控制研究[D]. 北京: 清华大学, 2015.
REN J. Secondary instabilities of Görtler vortices in high-speed boundary layers and control on flow transition [D]. Beijing: Tsinghua University, 2015. (in chinese)
- [45] POLL D I A. Some aspects of the flow near a swept attachment line with particular reference to boundary layer transition [R]. CoA Report No. 7805, 1978.
- [46] HEEG R S. Stability and transition of attachment-line flow [D]. Enschede: Universiteit Twente, 1998.
- [47] HALL P, MALIK M R, POLL D I A. On the stability of an infinite swept attachment line boundary layer [J]. *Proceedings of the Royal Society of London A Mathematical and Physical Sciences*, 1984, 395(1809): 229-245.
- [48] SPALART P R. Direct numerical study of leading-edge contamination [R]. AGARD CP-438, 1989.
- [49] JIMÉNEZ J, MARTEL C, AGÜÍ J C, et al. Direct numerical simulation of transition in the incompressible leading edge boundary layer [R]. ETSIA MF-903, 1990.
- [50] THEOFILIS V. Numerical experiments on the stability of leading edge boundary layer flow: A two-dimensional linear study [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1993, 16(2): 153-170.
- [51] JOSLIN R. Direct simulation of evolution and control of nonlinear instabilities in attachment-line boundary layers [C]//32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, USA, Reston, Virginia; AIAA-94-0826, 1994.
- [52] JOSLIN R D. Direct simulation of evolution and control of three-dimensional instabilities in attachment-line boundary layers [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1995, 291: 369-392.
- [53] LIN R S, MALIK M R. Stability and transition in compressible attachment-line boundary-layer flow [R]. SAE Paper 952041, 1995.
- [54] LIN R S, MALIK M R. On the stability of attachment-line boundary layers. Part 1. The incompressible swept Hiemenz flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, 311: 239.
- [55] MACK C J, SCHMID P J, SESTERHENN J L. Global stability of swept flow around a parabolic body: connecting attachment-line and crossflow modes [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 611: 205-214.
- [56] THEOFILIS V. On linear and nonlinear instability of the incompressible swept attachment-line boundary layer [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 355: 193-227.
- [57] MALIK M R, ANDERSON E C. Real gas effects on hypersonic boundary-layer stability [J]. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1991, 3(5): 803-821.
- [58] MALIK M R. Hypersonic flight transition data analysis using parabolized stability equations with chemistry effects [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2003, 40(3): 332-344.
- [59] JOHNSON H B, SEIPP T G, CANDLER G V. Numerical study of hypersonic reacting boundary layer transition on cones [J]. *Physics of Fluids*, 1998, 10(10): 2676-2685.

- [60] HE Y, MORGAN R G. Transition of compressible high enthalpy boundary layer flow over a flat plate [J]. *The Aeronautical Journal*, 1994, 98(972): 25-34.
- [61] GRONVALL J E, JOHNSON H B, CANDLER G V. Boundary-layer stability analysis of the high enthalpy shock tunnel transition experiments [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2014, 51(2): 455-467.
- [62] WARTEMANN V, WAGNER A, WAGNILD R, et al. Code to code comparison on hypersonic high enthalpy transitional boundary layers[C]//2018 AIAA Aerospace sciences Meeting, 2018.
doi: 10.2514/6.2018-0351
- [63] STUCKERT G, REED H L. Linear disturbances in hypersonic, chemically reacting shock layers[J]. *AIAA Journal*, 1994, 32(7): 1384-1393.
- [64] STEMMER C. Hypersonic transition investigations in a flat-plate boundary-layer flow at $M = 20$ [C]//35th AIAA Fluid Dynamics Conference And Exhibit, Toronto, Ontario, Canada. Reston, Virginia; AIAA 2005-5136, 2005.
- [65] HUDSON M L, CHOKANI N, CANDLER G V. Linear stability of hypersonic flow in thermochemical nonequilibrium [J]. *AIAA Journal*, 1997, 35: 958-964.
- [66] CLARKE J F, McCHESNEY M. *The dynamics of real gases* [M]. Butterworths, London, 1966.
- [67] KLINE H L, CHANG C L, LI F. Hypersonic chemically reacting boundary-layer stability using LASTRAC [C]//2018 Fluid Dynamics Conference, Atlanta, Georgia. Reston, Virginia; AIAA 2018-3699, 2018.
- [68] SCHNEIDER S P. Effects of roughness on hypersonic boundary-layer transition [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, 45(2): 193-209.
- [69] BERRY S A, BERGER K, HORVATH T J. Flight experiment verification of shuttle boundary layer transition prediction tool [C]//46th AIAA Thermophysics Conference, Washington, D. C.. Reston, Virginia; AIAA 2016-3533, 2016.
- [70] CORKE T C, BAR-SEVER A, MORKOVIN M V. Experiments on transition enhancement by distributed roughness[J]. *Physics of Fluids*, 1986, 29(10): 3199.
- [71] GASTER M. Understanding the effects of surface roughness on the growth of disturbances [C]//46th AIAA Fluid Dynamics Conference, Washington, D. C.. Reston, Virginia; AIAA 2016-4384, 2016.
- [72] BREHM C, DACKERMANN T, GRYGIER F, et al. Numerical investigations of the influence of distributed roughness on blasius boundary layer stability[C]//49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida. Reston, Virginia; AIAA 2011-563, 2011.
- [73] REDA D C, WILDER M C, PRABHU D K. Transition experiments on slightly blunted cones with distributed roughness in hypersonic flight [J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(10): 2248-2254.
- [74] FUJII K. Experiment of the two-dimensional roughness effect on hypersonic boundary-layer transition [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, 43(4): 731-738.
- [75] BOUNTIN D, CHIMITOV T, MASLOV A, et al. Stabilization of a hypersonic boundary layer using a wavy surface [J]. *AIAA Journal*, 2013, 51(5): 1203-1210.
- [76] CHANG C L, CHOUDHARI M, VENKATACHARI B S, et al. Effects of cavities and protuberances on transition over hypersonic vehicles[C]//41st AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii. Reston, Virginia; AIAA 2011-3245, 2011.
- [77] TANG Q, ZHU Y D, CHEN X, et al. Development of second-mode instability in a Mach 6 flat plate boundary layer with two-dimensional roughness [J]. *Physics of Fluids*, 2015, 27(6): 064105.
- [78] 朱德华, 袁湘江, 杨武兵. 粗糙元诱导的高超声速转捩机理及应用[J]. *航空学报*, 2018, 39(1): 68-77.
ZHU D H, YUAN X J, YANG W B. Mechanism of hypersonic transition induced by a roughness element and its application [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(1): 68-77. (in chinese)
- [79] 李闯, 董明. 局部凹槽对高超声速边界层中第二模态扰动演化的影响[J]. *航空动力学报*, 2019, 34(10): 2203-2210.
LI C, DONG M. Impact of local cavities on evolution of the second-mode disturbances in hypersonic boundary layers [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2019, 34(10): 2203-2210.
- [80] NACHTSHEIM P R, LARSON H K. Crosshatched ablation patterns in Teflon [J]. *AIAA Journal*, 1971, 9(8): 1608-1614
- [81] MORKOVIN M V. Critical evaluation of transition from laminar to turbulent shear layers with emphasis on hypersonically traveling bodies[R]. AFFDL-TR-68-149, 1969.
- [82] PAPPAS C C, OKUNO A F. Heat-transfer measurement for binary gas laminar boundary layers with high rates of injection [R]. NASATN-D-2473, 1964.
- [83] DEMETRIADES A, LADERMAN A J, Von SEGGERN L, et al. Effect of Mass Addition on the Boundary Layer of a Hemisphere at Mach 6 [J]. *Journal Spacecraft*, 1976, 13(8): 508-509.
- [84] SCHNEIDER S. Hypersonic boundary-layer transition with ablation and blowing [C]//38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Seattle, Washington. Reston, Virginia; AIAA 2008-3730, 2008.
- [85] SCHNEIDER S P. Hypersonic boundary-layer transition with ablation and blowing [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2010, 47(2): 225-237.
- [86] 王林, 罗振兵, 夏智勋, 等. 高速流场主动流动控制激励器研究进展 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2012, 42(10): 1103-1119.
WANG L, LUO Z B, XIA Z X, et al. Review of actuators for high speed active flow control [J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2012, 42(10): 1103-1119. (in chinese)
- [87] 王得强, 许晨豪, 蒋崇文, 等. 高超声速流动控制技术进展 [J]. *飞航导弹*, 2015(9): 24-30.
WANG D Q, XU C H, JIANG C W, et al. Research progress of control technique for hypersonic flow [J]. *Aerodynamic Missiles Journal*, 2015(9): 24-30. (in chinese)
- [88] CHEN F J, BERRY S A. HyBoLT flight experiment [M]. NASA/TM-2010-216725, 2010.
- [89] MALMUTH N, FEDOROV A, SHALAEV V, et al. Problems in high speed flow prediction relevant to control [C]//2nd AIAA, Theoretical Fluid Mechanics Meeting, Albuquerque, NM, USA. Reston, Virginia; AIAA 1998-2695, 1998.
- [90] FEDOROV A V, MALMUTH N D, RASHEED A, et al. Stabilization of hypersonic boundary layers by porous coatings [J]. *AIAA Journal*, 2001, 39(4): 605-610.
- [91] RASHEED A, HORNUNG H G, FEDOROV A V, et al. Experiments on passive hypervelocity boundary-layer control using an ultrasonically absorptive surface [J]. *AIAA Journal*, 2002, 40: 481-489.
- [92] FEDOROV A, SHIPLYUK A, MASLOV A, et al. Stabilization of a hypersonic boundary layer using an ultrasonically absorptive coating [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 479: 99-124.

- [93] MASLOV A, SHIPLYUK A, SIDORENKO A, et al. Hypersonic laminar flow control using a porous coating of random microstructure [C]//44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. Reston, Virginia: AIAA 2006-1112, 2006.
- [94] FEDOROV A, KOZLOV V, SHIPLYUK A, et al. Stability of hypersonic boundary layer on porous wall with regular microstructure [J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(8): 1866-1871.
- [95] BRÈS G A, INKMAN M, COLONIUS T, et al. Second-mode attenuation and cancellation by porous coatings in a high-speed boundary layer [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 726: 312-337.
- [96] LUKASHEVICH S V, MASLOV A A, SHIPLYUK A N, et al. Stabilization of high-speed boundary layer using porous coatings of various thicknesses [J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(9): 1897-1904.
- [97] FEDOROV A, MALMUTH N. Parametric studies of hypersonic laminar flow control using a porous coating of regular microstructure [C]//46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. Reston, Virginia: AIAA 2008-588, 2008.
- [98] ZHAO R, LIU T, WEN C Y, et al. Theoretical modeling and optimization of porous coating for hypersonic laminar flow control [J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(8): 2942-2946.
- [99] SHIPLYUK A, BOUNTIN D, MASLOV A, et al. Nonlinear aspects of hypersonic boundary layer stability on a porous surface [C]//42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada. Reston, Virginia: AIAA 2004-255, 2004.
- [100] BOUNTIN D, CHIMITOV T, MASLOV A, et al. Stabilization of a hypersonic boundary layer using a wavy surface [J]. *AIAA Journal*, 2013, 51(5): 1203-1210.
- [101] DE TULLIO N, SANDHAM N D. Direct numerical simulation of breakdown to turbulence in a Mach 6 boundary layer over a porous surface [J]. *Physics of Fluids*, 2010, 22(9): 094105.
- [102] SCHMISSEUR J D. Hypersonics into the 21st century: a perspective on AFOSR-sponsored research in aerothermodynamics [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2015, 72: 3-16.
- [103] GERMAIN P, HORNUNG H G. Transition on a slender cone in hypervelocity flow [J]. *Experiments in Fluids*, 1997, 22: 183-190.
- [104] ADAM P H, HORNUNG H G. Enthalpy effects on hypervelocity boundary-layer transition: ground test and flight data [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1997, 34(5): 614-619.
- [105] BEIERHOLM A K, LEYVA I, LAURENCE S J, et al. Transition delay in a hypervelocity boundary layer using nonequilibrium CO₂ injection [R]. GALCIT Report FM 2008.001, 2008.
- [106] LEYVA I, LAURENCE S, BEIERHOLM A, et al. Transition delay in hypervelocity boundary layers by means of CO₂/acoustic instability interactions [C]//47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida. Reston, Virginia: AIAA 2009-1287, 2009.
<https://doi.org/10.2514/6.2009-1287>
- [107] LEYVA I A, JEWELL J S, LAURENCE S, et al. On the impact of injection schemes on transition in hypersonic boundary layers [C]. AIAA 2009-7204, 2009.
- [108] WAGNILD R M, CANDLER G, LEYVA I A, et al. Carbon dioxide injection for hypervelocity boundary layer stability [C]//AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2010-1244, 2010.
- [109] LEYVA I A. Transition delay in hypervelocity boundary layers by means of vibrational relaxation and acoustic instability interactions [R]. AFRL-RQ-ED-TR-2013-0054, 2013.
- [110] JEWELL J S, WAGNILD R, LEYVA I A, et al. Transition within a hypervelocity boundary layer on a 5-degree half-angle cone in air/CO₂ mixtures [C]//51st AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum And Aerospace Exposition. Grapevine, Texas: AIAA 2013-0523, 2013.
<https://doi.org/10.2514/6.2013-523>
- [111] FEDOROV A V, SOUDAKOV V, LEYVA I A. Stability analysis of high-speed boundary-layer flow with gas injection [C]//7th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference, Atlanta, GA. Reston, Virginia: AIAA 2014-2498, 2014.
- [112] JEWELL J S, LEYVA I A, PARZIALE N J, et al. Effect of gas injection on transition in hypervelocity boundary layers [C]//28th International Symposium on Shock Waves. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012: 735-740.

《空气动力学学报》 2019年度优秀论文和优秀审稿专家

为了感谢和鼓励作者对我刊工作的支持,从专家审稿意见、主编/副主编投票以及网站阅读量/下载量等方面综合考虑,在2019年度发表的论文中评选出以下10篇优秀论文:

序号	文章题目	作者	发表期次
1	面向精准工程湍流模型的理论研究	余振苏,唐帆,肖梦娟	2019年第1期
2	高超声速高焓风洞试验技术研究进展	姜宗林	2019年第3期
3	基于深度神经网络的粒子图像测速算法	蔡声泽,许超,高琪,魏润杰	2019年第3期
4	智能可变形飞行器关键技术发展现状及展望	白鹏,陈钱,徐国武,刘荣健,董二宝	2019年第3期
5	机器学习在湍流模型构建中的应用进展	张伟伟,朱林阳,刘溢浪,寇家庆	2019年第3期
6	高速飞行器翼舵缝隙激波风洞精细测热试验研究	吴宁宁,康宏琳,罗金玲	2019年第1期
7	超强台风山竹近地层外围风速剖面演变特性现场实测	赵林,杨绪南,方根深,崔巍,宋丽莉,葛耀君	2019年第1期
8	射流破碎的线性不稳定性分析方法	李帅兵,司廷	2019年第3期
9	新一代环保型超声速客机气动相关关键技术与研究进展	韩忠华,乔建领,丁玉临,王刚,宋笔锋,宋文萍	2019年第4期
10	有局部稀薄气体效应的高超声速流动数值模拟	欧吉辉,赵磊,陈杰	2019年第2期

同时,根据专家审稿数量、质量和周期,评选出以下10名优秀审稿专家:

陈平剑 高南 黄彪 李新亮 林大楷
孟宣市 吴杰 杨基明 杨越 张阿漫

在此,我们对付出辛勤劳动的全体专家、作者表示诚挚的感谢!

《空气动力学学报》编辑部
2020年4月

ACTA AERODYNAMICA SINICA

Chinese Aerodynamics Research Society

Vol.38, No.2, Apr., 2020

CONTENTS

Review

- Direct modeling methodology and its applications in multiscale transport process LIU Chang, XU Kun (197)
Some thoughts on constrained large-eddy simulation method XIA Zhenhua, SHI Yipeng (217)

Research Articles

- Study on flutter mechanism and identification of flutter derivatives based on energy equivalence
..... LIU Lei, GUAN Qinghai, LI Jiawu, LIU Jianxin (224)
A scale adaptive discrete unified gas kinetic scheme and its application to compressible gas flows
..... XU Ding, SUN Xiang, LIU Xin (232)
Discussions on two problems in applications of high-order finite difference schemes
..... LIU Jun, HAN Fang (244)
Numerical study on flow separation of underwater cylinder with dual synthetic jets actuator
..... LI Chaolong, XIA Zhixun, LUO Zhenbing, DENG Xiong, YANG Shengke, WANG Lin (254)
Measurement technique for micro rolling moments based on $\Phi 1$ m hypersonic wind tunnel
..... ZHAO Junbo, LIANG Bin, FU Zengliang, ZHANG Xu, ZHANG Shiyu (260)
Chemical nonequilibrium flow in nozzle of a supersonic combustor direct-connected test bed with shock heating
..... ZHAI Xiaofei, ZHANG Kouli, BAI Hanchen, LI Guozhi (268)
Speed-up effect of horizontal wind velocities on two adjacent hills
..... SHEN Guohui, YAO Jianfeng, WANG Chang, JIN Renyun, LOU Wenjuan (274)

Column——40 Years of Flow Stability and Transition Research in China

- My experience of scientific research ZHOU Heng (282)
Local scattering theory for transition prediction in boundary-layer flows DONG Ming (286)
Stability analyses of leeward streamwise vortices for a hypersonic yawed cone at 6 degree angle of attack
..... CHEN Xi, CHEN Jianqiang, DONG Siwei, XU Guoliang, YUAN Xianxu (299)
Effect of temperature on the transitional Reynolds number of high-speed planar boundary layer
..... LIU Zhiyong, YU Min, YANG Wubin (308)
Linear stability analysis of hypersonic boundary layer on a flat-plate with thermal-chemical non-equilibrium effects
..... CHEN Xianliang, FU Song (316)
Sensitivity of wavepackets in subsonic coaxial jets ZHANG Xingchen, XU Guangchun, WAN Zhenhua, SUN Dejun (326)
Experimental study on bubble competition of shock-accelerated saw-tooth interface ZHAI Zhigang, GUO Xu, SI Ting (339)
Application of NPLS technique in the researches on hypersonic boundary layer transition
..... YI Shihe, LIU Xiaolin, LU Xiaoge, NIU Haibo, XU Xiwang (348)
Progress in key scientific problems of hypersonic boundary-layer transition prediction: receptivity, evolution of disturbances and
transition criterion SU Caihong (355)
Progresses in engineering application research on hypersonic flow stability and transition
..... HUANG Zhangfeng, WAN Bingbing, DUAN Maochang (368)
Overview on progress of supersonic turbulent boundary layer on curved surfaces
..... SUN Mingbo, WANG Qiancheng, WANG Xu, LIU Yuan (379)
Review of progress in some issues and engineering application of hypersonic boundary layer transition
..... DUAN Yi, YAO Shiyong, LI Siyi, YU Ping (391)

《空气动力学学报》第六届编委会名单

顾问：张涵信 俞鸿儒 童秉纲 周 恒 邓小刚
主编：唐志共
副主编：任玉新 张来平 王志川 沈 清 张新宇
赵 宁 孙 茂 高正红 Zhijian WANG(美国)
编委：(以下排名按拼音顺序排列)
白 鹏 白 文 蔡广平 蔡晋生 曹 伟 陈坚强 陈平剑 程克明
丁 航 段卓毅 高 超 高剑军 顾 明 桂业伟 何 枫 何开锋
华 俊 黄 勇 黄章峰 雷娟棉 黎 军 黎作武 李晓东 李新亮
梁习锋 廖达雄 刘 洪 刘 君 刘沛清 刘 伟 罗振兵 马汉东
毛枚良 倪鸿礼 余振苏 史志伟 宋文萍 孙泉华 谭慧俊 唐 伟
陶建军 王健平 王晋军 王文正 王勋年 王延奎 王运涛 蔚喜军
吴军强 许春晓 杨 超 杨基明 杨希明 杨彦广 叶友达 叶正寅
易 贤 尤延铖 余永亮 袁先旭 招启军 郑 耀
Chaoqun LIU(美国) Chiwang SHU(美国) Kun XU(中国香港)
Shan ZHONG(英国) Xiaolin ZHONG(美国)
编辑部主任：孙宗祥
编 辑：贾 峰 徐 燕 王 颖
英文编审：姜 屹

空气动力学学报

(双月刊, 1980年创刊)

第 38 卷 第 2 期(总第 181 期) 2020 年 04 月

Acta Aerodynamica Sinica

(Bimonthly started in 1980)

Vol.38 No.2(No.181) Apr., 2020

主办单位 中国空气动力学会
编辑出版 空气动力学学报编辑部
621000(四川绵阳二环路南段
6 号 11 信箱 9 分箱)

主 编 唐 志 共
印 刷 绵阳教育印刷厂

国内发行 绵阳市邮政局
国外发行 中国国际图书贸易总公司
(北京 399 信箱, 100048)

网 址 <http://www.kqdlxxb.com/>
电子邮箱 kqdlxxb@163.com

Sponsored by Chinese Aerodynamics Research Society
Edited and Published by the Editorial Department
of Acta Aerodynamica Sinica(P.O.Box 11-9, 6
South Section of Second Ring Road, Mianyang,
Sichuan, China)

Editor-in-Chief TANG Zhigong
Printed by Mianyang Education Printing Co., LTD

Distributors

Domestic: Mianyang Post Office
Abroad: China International Book Trading Co.
(P.O.Box 399, Beijing, 100048, China)

Website: <http://www.kqdlxxb.com/>
E-mail: kqdlxxb@163.com

CN 51-1192/TK
邮发代号: 62-27
国外代号: 4786Q
定 价: 30.00 元



ISSN 0258-1825

